

Metody geometryczne

Zdzisław POGODA, Nowy Sącz

Państwowa Wyższa Szkoła Zawodowa w Nowym Sączu

Książki poświęcone matematyce bywają różne. Przede wszystkim są podręczniki, dla uczniów, studentów, czasem samouków. Istnieją poważne monografie zawierające zaawansowane wyniki z omawianej teorii. Można też spotkać książki popularne nie pretendujące do roli podręczników, przybliżające zainteresowanemu czytelnikowi fakty z różnych dziedzin matematyki. Ogólnie książki poświęcone matematyce można by podzielić na te „do matematyki” — podręczniki, monografie itp. — oraz te „o matematyce”, czyli o charakterze bardziej popularnym. Naturalnie, jak to przeważnie bywa, podział nie jest jednoznaczny. Można jednak zauważyć pewną regularność. Książki z pierwszej grupy są zazwyczaj suchymi, formalnymi wykładami. Nie ma tam miejsca na informacje historyczne o twierdzeniach lub autorach twierdzeń. Czasem w przypisach pojawiają się nazwiska z datami i narodowością matematyka. Przede wszystkim jednak liczą się fakty, które mówią same za siebie; nie wypada rozwodzić się na temat pojęć, metod dowodzenia, a już uwagi historyczne są marnowaniem miejsca i czasu czytelnika. Takie rozważania dopuszczalne są w książkach popularyzujących matematykę; można sobie nawet pozwolić na dłuższe uwagi o charakterze historycznym lub filozoficznym. Zdarza się jednak czasem, że autor poważnego podręcznika pisze językiem przystępnym dla niespecjalistów, pozwala sobie na więcej komentarzy. Tak postąpił Coxeter pisząc znaną książkę *Wstęp do geometrii dawnej i nowej* (w oryginale *Introduction to geometry*). Pokazał, że można połączyć styl książki popularnej ze ścisłością podręcznika i uzyskać znakomity efekt. Podobnie zrobił Hilbert pisząc wspólnie z Cohn-Vossenem słynną *Geometrię pogłówną*. Tytuł sugeruje, że jest to książka o charakterze popularnym, ale czytelnik szybko przekonuje się, że nie jest to tylko zwykłe opowiadanie o matematyce. W książce znajduje się dużo faktów i to zaawansowanych, opisanych przystępnym, niepodręcznikowym językiem. Książkę doceniono i przetłumaczono na wiele języków. Czasy się zmieniają i podręczniki stawały się coraz bardziej formalne, następowała coraz większa polaryzacja. Nie wszyscy autorzy chcą się poddać temu reżimowi formalizmów. Oprócz definicji, twierdzeń, wniosków i przykładów chcieliby przekazać coś więcej — własne spostrzeżenia, refleksje o charakterze filozoficzno-historycznym lub alternatywne drogi rozumowań. Jednym z takich autorów jest Michał Szurek.

Interesujący się matematyką nazwisko Michała Szurka znają z wcześniejszych publikacji takich jak *Matematyka przy kominku, czy Matematyka dla humanistów*. Jest autorem ośmiotomowego dzieła *O nauczaniu matematyki*. Wśród uczniów i nauczycieli ogromną popularnością cieszy się jego pierwsza książka *Opowieści matematyczne*. Czytelnicy *Młodego Technika*¹ znają Michała Szurka z jego comiesięcznych esejów poświęconych matematyce. Popularny autor postanowił napisać podręcznik poświęcony geometrii. *Metody geometryczne*, bo taki jest tytuł omawianej książki, zostały wydane przez Centrum Studiów Zaawansowanych Politechniki Warszawskiej. Książka została nazwana podręcznikiem, choć trudno ją zaszufłdkować. Nie jest to bowiem typowy podręcznik do jednego działu matematyki, choć, powołując się na autora, jest zapisem jego wykładów dla doktorantów Politechniki Warszawskiej. Tytuł sugeruje, że książka poświęcona jest geometrii i jej zastosowaniom do rozwiązywania różnych problemów. Aby się przekonać, jak jest naprawdę, trzeba zapoznać się z treścią. Przeglądamy więc spis treści i... trochę czujemy się zdezorientowani, gdyż rozdział pierwszy nosi tytuł *Nikt niegeometryczny tu nie wchodzi*, a poszczególne paragrafy mają tytuły jednoznacznie historyczne. Dalej są już terminy geometryczne, wyraźnie jednak widać, że dobór materiału jest bardzo oryginalny i Autor nie daje się wcisnąć w stereotypowe ramy wyobrażeń o podręcznikach.

¹Dla niewtajemniczonych *Młody Technik* jest miesięcznikiem popularyzującym nie tylko technikę, lecz również naukę. Są w nim między innymi działy poświęcone chemii, fizyce, astronomii i matematyce.

Ze wstępu dowiadujemy się właśnie, że książka jest zapisem wykładów dla doktorantów i że nie należy jej traktować jako podręcznika. Autor tłumaczy znaczenie tytułu, podaje przykłady, jak on widzi metody geometryczne w akcji. Dzieli się także refleksjami na temat trudności w przygotowywaniu wykładów i redakcji książki. Zwraca uwagę, że pewne fakty pozostawia bez dowodu a inne dowodzi nawet po kilka razy. Zastanawia się też przekornie, czy w obecnych czasach pisanie podręczników (jednak używa tego terminu) ma w ogóle sens, wszystko przecież można znaleźć w sieci. Może warto tylko wydawać przewodniki po stronach internetowych? Pojawia się szereg istotnych pytań dręczących autorów piszących książki nie tylko matematyczne.

Jak już zauważyliśmy przy spisie treści, wykład zaczyna się nietypowo. Pierwszy rozdział ma charakter filozoficzno-historyczny. Autor przedstawia wybrane fragmenty z historii matematyki z uwypukleniem historii geometrii, zwraca też uwagę na związki filozofii z geometrią. Zauważa, że geometria jest przesiąknięta filozofią. Wątek jest wiele, Autor wyraźnie chce choćby tylko zasygnalizować ogrom problemów pojawiających się przy uprawianiu bądź wykorzystywaniu matematyki. Jest też kilka konkretnych faktów, ale jakby przy okazji dla ilustracji rozważań ogólnych. Czytelnik lubiący refleksje będzie zachwycony, lecz ten oczekujący konkretów może się zastanawiać, czy wybrał dobrze. Rozdział drugi rozwiewa te wątpliwości. Zatytułowany *Geometria różniczkowa krzywych* zawiera konkretne informacje o parametryzacji naturalnej, krzywiznie, skręceniu i równaniach Freneta. Jest to klasyczny wykład zawierający standardowe informacje przeplatane prostymi zastosowaniami programów komputerowych.

Kolejny wykład poświęcony jest jednej krzywej — cykloidzie. Jej właściwości są niezwykle a sama krzywa pojawiała w matematyce przy różnych okazjach jako brachistochrona, czyli krzywa najszybszego spadku albo jako tautochrona lub izochrona związana z konstrukcją wahadła, którego okres wahań nie zależy od wychylenia. Wiele osób się dziwi, jak to możliwe, że punkt materialny poruszający się pod wpływem grawitacji po torze cykloidalnym znajdzie się w dolnym punkcie w takim samym czasie niezależnie od punktu startu. Te i inne cechy „Pięknej Heleny” wśród krzywych, jak ją nazwał autor, zostały przedstawione wyczerpująco z ciekawymi komentarzami uzupełniającymi.

Dalej jest o zadaniach na minima i maksima. Autor świadom ogromu materiału dotyczącego ekstremów musiał dokonać ostrej selekcji. Wybrał więc zasadę Maupertuis, prawo Sneliusa, problem komiwojażera, informacje o punkcie Fermata w trójkącie, a także problem węzłów komunikacyjnych. Nie zapomina o problemie izoperymetrycznym, ekstremalnych własnościach kuli, proponuje wybór najlepszego rozwiązania sprzecznego układu równań. Tematyka wykładu piątego jest kontynuacją tematyki wykładu poprzedniego, koncentruje się na tak zwanych zadaniach o przepływach, które słusznie mogą się kojarzyć z prawami Kirchhoffa dla układu oporników; pojawiają się zatem ponownie grafy i zastosowania do różnych problemów. Czytelnik ma okazję zapoznać się z pojęciem macierzy pseudoodwrotnej i „metryki elektrycznej” oraz dowiedzieć się, na czym polega kwadratura kwadratu.

W wykładzie szóstym Autor powraca do geometrii różniczkowej — tym razem powierzchni. Teoria powierzchni jest teorią niezwykle bogatą i rozbudowaną, trzeba więc było znów dokonać trudnego wyboru, co przede wszystkim pokazać czytelnikom (słuchaczom). Przede wszystkim omawiana jest krzywizna Gaussa oraz sposoby przedstawienia powierzchni, ale jest także o geometrii na sferze, mapach Ziemi, hiperboloidzie jednopowłokowej i metryce Riemanna. Pseudosfera, płaszczyzna Łobaczewskiego oraz torus — według Autora najciekawsza powierzchnia — są bohaterami przedostatniego rozdziału.

Całość kończy się wykładem elementarnej geometrii n -wymiarowej. Przed prezentacją konkretnych problemów Autor znów podejmuje ogólne rozważania na temat intuicji i wyobraźni przestrzennej. Czy zajmowanie się przestrzeniami dowolnych wymiarów ma sens? Jak jest z tą wyobraźnią w wyższych wymiarach?

Niewtajemniczonemu pojęciu wyższego wymiaru kojarzy się czymś mistycznym. A tu mamy do czynienia z podobnymi problemami jak w przestrzeni dwu i trójwymiarowej. Intrygująco wygląda tytuł podrozdziału *Zastosowanie geometrii wielowymiarowej do opracowania wyników wyborów*. Sporo miejsca Autor poświęca n -wymiarowemu odpowiednikowi trójkąta — sympleksowi. I na tym kończy się przegląd *Metod geometrycznych*.

Po każdym rozdziale-wykładzie zebrana jest literatura, raczej nie jako dodatkowa lektura, lecz jako źródło, z którego Autor w taki czy inny sposób korzystał. Na końcu jest indeks nazwisk i pojęć pozwalający odnaleźć miejsca w książce, gdzie się one pojawiają.

Jak zakwalifikować książkę Szurka? Rzeczywiście nie jest to podręcznik w klasycznym tego słowa rozumieniu. Nie jest to też systematyczny wykład poszczególnych fragmentów geometrii. Wydaje się, że jest to zbiór esejów na tematy geometryczne: trochę konkretów, trochę historii i filozofii. Esejów o matematyce można spotkać sporo, ale esejów zawierających konkretne fakty matematyczne z dowodami praktycznie nie ma. Michał Szurek jest w tej dziedzinie niewątpliwie mistrzem. Tym niemniej trudno precyzyjnie wskazać adresata *Metod geometrycznych*. Było już wspomniane, że wykłady stanowiące podstawę książki przeznaczone były dla doktorantów Politechniki Warszawskiej, czyli książkę można polecić doktorantom różnych specjalności wykorzystujących metody matematyczne w tym geometrię. Oczywiście osoby z przygotowaniem matematycznym, mogą znaleźć coś ciekawego dla siebie, bo materiału jest sporo, choć i tak można odczuwać pewien niedosyt. Wiele tematów jest tylko zasygnalizowanych, wiele w ogóle się nie pojawia. Wydaje się jednak, że taki niedosyt to coś pozytywnego — wzrasta apetyt na więcej.

Znający nazwisko Michała Szurka uczniowie i nauczyciele mogą także sięgnąć po tę książkę, choćby z czystej ciekawości. Niestety nie są to metody geometryczne rozwiązywania zadań olimpijskich, a do czytania wymagana jest pewna kultura matematyczna i doświadczenie. Jednak młody człowiek z otwartym umysłem i ciekawością wiedzy może, mimo kłopotów ze zrozumieniem, zostać zachęcony do poważnego studiowania matematyki. Tajemnica pociąga i już samym swoim istnieniem prowokuje do jej poznania. Wysilek umysłowy jest źródłem specyficznej satysfakcji, podobnym do satysfakcji alpinisty zdobywającego trudny szczyt. Autor zachęca nas do takich intelektualnych wędrówek.

Michał Szurek

Metody geometryczne

Centrum Studiów zaawansowanych Politechniki Warszawskiej

Warszawa 2013