

Dyskusja „Co to jest kultura matematyczna?”

Już zapowiedź przeprowadzenia takiej dyskusji wzbudziła wśród uczestników Zjazdu Matematyków Polskich w Krakowie duże zainteresowanie. Nic więc dziwnego, że (mimo dość późnej pory) w sali Instytutu Matematyki UJ zgromadzili się bardzo liczni chętni nie tylko do posłuchania dyskusji, ale i wzięcia w niej udziału. Dyskusja była prowadzona w formie panelu. Za stołem zasiedli profesorowie: R. Duda, S. Hartman, M. Jarnicki i M. Lubański. OKM reprezentowali M. Kordos i J. Waszkiewicz.

Zaczął się od pytania: **po co uczyć matematyki, skoro powszechnie uważa się ją za nieprzydatną w tzw. codziennym życiu?** Odpowiedzi były różne. Wprawdzie matematyka wyrosła z potrzeb ludzi, potrzeb swiążanych choćby z wykonywanym zawodem, ale od tych czasów zmienił się zarówno charakter tej dyscypliny, jak i sens słowa „matematyka” w odbiorze społecznym (S. Hartman). Powszechnie nauczanie matematyki w szkole pojawiło się dopiero w XIX wieku, w wyniku zapotrzebowania na ściśle określoną wiedzę (ze strony armii i przemysłu), wypierając skutecznie ze szkół łacinę i grekę (R. Duda). Potrzeby człowieka oceniane są różnie, ale człowiek jest na pewno istotą mającą pewną kulturę. Literatura, poezja i wiedza o nich nie są potrzebne w sensie użytkowym – jest to inny rodzaj potrzeb. Podobnie można patrzeć na potrzebę zajmowania się matematyką (M. Lubański).

Kolejnym pytaniem było: **jeśli uczyć, to jakiej matematyki – co chcemy przez to osiągnąć?** Od ćwierćwiecza programy nauczania uwzględniają w dużym stopniu teorię mnogości. Narastająca niechęć rodziców do matematyki wynika w dużym stopniu z braku umiejętności. W ogóle stosunek społeczeństwa do matematyki ulega modom – w dużej części społeczeństwa nieznaną matematyki stanowi powód do przechwałek. Jednak mimo że obecny poziom upowszechnionej wiedzy matematycznej jest niski, co widać dosłownie na każdym kroku (np. w środkach masowego przekazu), to pozycja matematyki w świadomości społeczeństwa jest, być może, lepsza (S. Hartman). Stosunek do uczenia się matematyki zależy od wielu zjawisk poza nią (np. wystrzelenie sputników przez ZSRR spowodowało wzrost zainteresowania matematyką w USA). Rozpatrywanie odrębnie matematyki profesjonalnej i matematyki szkolnej powoduje w świadomości społecznej odczucie ogromnej luki (J. Waszkiewicz). Należałoby może zmienić nazwę nauczanego przedmiotu na np. „nauka logicznego myślenia”. Na stosunek społeczeństwa do nauczania matematyki ma bardzo duży wpływ to, jakie są tendencje w nauczaniu matematyki (M. Jarnicki). Niegdyś, do studiów ścisłych najlepiej przygotowywały gimnazja humanistyczne. W tej chwili jesteśmy zmuszeni przekonać społeczeństwo do potrzeby nauczania matematyki, gdyż nastąpił wielki rozdział między tym, co matematycy robią, a kulturą masową. Często myślimy o matematyce i szkole tej, którą sami przeszliśmy. A jeszcze w XVIII wieku matematyka uniwersytecka nie różniła się zbyt od matematyki stosowanej w życiu. Obecnie (choć prowadzone badania wskazują na wielkie obniżenie poziomu wiedzy i umiejętności matematycznych) nacisk społeczny może spowodować stopniową eliminację matematyki ze szkoły (R. Duda). Są jednak kraje, np. RFN, gdzie jest ogromny popyt na matematyków. Są oni bardzo chętnie zatrudniani w przemyśle, na stanowiskach kierowniczych, z uwagi na ich „umiejętność myślenia” (M. Jarnicki). Specyfikę myślenia matematycznego, czyli myślenia poprawnego, wielki matematyk, Stefan Banach, ujął następująco: matematykiem jest ten, kto umie znajdować analogie między twierdzeniami; lepszym – kto widzi analogie między dowodami; jeszcze lepszym – kto widzi analogie między teoriami; najlepszym – kto widzi analogie między analogiami. Istotnie, ten rodzaj myślenia jest praktycznie przydatny w sytuacjach wymagających analizy danych, wyboru strategii, podejmowania decyzji. Ale mimo to istnieje niebezpieczeństwo wywierania społecznej presji w celu usunięcia matematyki ze szkół. Składa się na to wiele przyczyn. Między innymi brak zainteresowania matematyką wśród uczących matematyki (M. Lubański).

Ale czy matematyką można zainteresować studentów? – przecież praca matematyków stała się tak wyspecjalizowana, że nawet matematycy nie są w stanie ocenić pracy kolegów. Mniej więcej 10 lat temu, w Stanach Zjednoczonych pojawiła się książka M. Kline'a *Dlaczego profesor nie powinien uczyć*. Książka, która wywołała niezwykle szeroką dyskusję, prowadziła do konkluzji, że wąska specjalizacja szybko prowadzi do oderwania się badacza od rzeczywistości – a więc profesor kłamie (R. Duda). Być może wrażenie rozdrobnienia bierze się z liczby publikacji. Jednak rozdrobnienie jest cechą naturalną wielu dyscyplin (M. Jarnicki). Pogłębianie się wąskiej specjalizacji przebiega równoległe z procesem scalania. Na pewnym etapie badań specjalizacja jest potrzebą, w późniejszym – różne wąskie teorie splatają się ze sobą. Jest prawdą, że człowiek lepiej robi to, co lubi robić. I tu właśnie należałoby zostawić nauczycielowi swobodę. Wymaga to jednak przewrotu w systemie edukacji (S. Hartman).

Zatem: **co to jest kultura matematyczna?** Matematyka jest ważnym elementem kultury ludzkiej. W kulturze greckiej matematyka odgrywała wielką rolę wśród elity intelektualnej. Struktura nadana wówczas matematyce, narzuciła innym dyscyplinom sposób ich uprawiania. Śledząc rozwój myśli matematycznej oglądamy rozwój techniki, cywilizacji (R. Duda). Kultura w ogóle (w tym też kultura matematyczna) wiąże się z tą działalnością człowieka, która jest ponad koniecznością zaspokajania potrzeb (J. Wasskiewicz). Zrozumienie, czym jest dowód, jakie jest jego znaczenie, jakie jest znaczenie praw logiki stanowi już pewien stopień kultury (S. Hartman). Kultura matematyczna to kontakt z matematyką, niekoniecznie twórczy. Uczący matematyki powinni umieć ją przekazać w sposób ciekawy i zajmujący, aby zainteresować czy wręcz zafascynować słuchaczy (M. Lubański).

Po tych wypowiedziach rozgorzała dyskusja z udziałem osób zgromadzonych w sali, trwająca jeszcze około godziny. Rozpiętość opinii była ogromna: od głosów stwierdzających, że kultura matematyczna jest sposobem bycia, przejawiającym się np. w elegancji wykładu, rzetelności pracy, efektywności w nauczaniu, aż po głosy wątpiące w istnienie kultury matematycznej w ogóle.

Przypomniane wypowiedzi stanowią jedynie zarys opinii, jakich wysłuchali uczestnicy Zjazdu obecni na sali obrad: Oczywiście, dalsza część dyskusji odbywała się już poza salą, w mniejszych grupach. Faktycznie do końca trwania Zjazdu mieliśmy okazję zapoznawać się z najróżnorodniejszymi poglądami matematyków na temat ich własnego zawodu. Można odnieść wrażenie, że dyskusja przerwała pewną tamę, obaliła zakaz mówienia o matematyce inaczej niż „definicja – twierdzenie – dowód”. A, swoją drogą, skąd wzięła się norma na przestrzeganie tego zakazu?

(notowała Z. M.)

Niektórzy z uczestników dyskusji swoje refleksje na jej temat formułowali na piśmie. Niżej zamieszczamy obszernie fragmenty tekstu p. Zdzisławy Dybiec (Kraków) napisanego w związku z tą dyskusją.

„We wstępie do swego zbioru esejów pt. „Ogród Nauk” (Instytut Literacki, Paryż 1979) Czesław Miłosz napisał między innymi (...) *Powstają w ten sposób pewne nawyki odbioru, że kiedy wszystko uderza w nas równocześnie, zatrzymać to, co w danym momencie współbrzmi z naszą tonacją, odpowiada wewnętrznej potrzebie i przez to może być zasymilowane.* Dobrze zareklamowana przez Ośrodek Kultury Matematycznej w Mordach panelowa dyskusja z prowokacyjnym pytaniem „Co to jest kultura matematyczna?” przyciągnęła sporo osób i trwała około trzech godzin. Okazja była dobra, gdyż odbywał się wówczas w Krakowie XIII Zjazd Matematyków Polskich połączony z 70-leciem powstania Polskiego Towarzystwa Matematycznego. Były więc sprzyjające okoliczności, by wiele spraw „uderzyło w nas” równocześnie. Co z tego „zatrzymać”? Co w owym momencie „współbrzmiało z naszą tonacją”, odpowiadało „wewnętrznej potrzebie”?

Dyskusja była bardzo różnorodna, tak w pionie, jak i w poziomie. Od zagadnienia potrzeby matematyki w szkole, od popularyzacji ciekawostek matematycznych, do wyżyn zawodowo uprawianej matematyki, problemu jej rozdrobnienia i trudności porozumienia między matematykami. (...) Padło stwierdzenie, że pytanie „Co to jest kultura matematyczna?” jest źle postawione. Rodzi skojarzenie kultura matematyczna – kultura socjalistyczna. Dodano „męki Tantalą”, „kwadratura koła”. Była także próba definicji „kultura matematyczna jest to ...”.

Zwrot *kultura matematyczna* jest używany, może czasami nadużywany, w różnych środowiskach „ocierających się” o matematykę. Używa się go w kontaktach z uczniami, studentami, z ludźmi zajmującymi się naukami ścisłymi i nie tylko. Jakże w istocie, treści z sobą niesie, treści niezależne od osób, które go używają? Co z przedstawionych myśli zatrzymać? Ich dość duży rozrzut i wieloaspektowość świadczą dobitnie, że na obecnym poziomie wiedzy, na obecnym poziomie cywilizacji sformułować ostrą definicję jest bardzo trudno. Niemniej chciałoby się chociaż w przybliżeniu rozumieć sens słów, których się używa. W życiu społecznym mówi się także o kulturze humanistycznej, literackiej, kulturze materialnej, kulturze ekologicznej. Nie wiem, czy inne nauki szczegółowe też używają zwrotu „kultura” ze swoim przymiotnikiem np. „kultura chemiczna”. Czy matematyka zajmuje tu wyróżnione miejsce?

Nie odpowiada mi identyfikowanie kultury matematycznej z wiedzą matematyczną, nie odpowiada mi identyfikowanie kultury matematycznej z ciekawostkami matematycznymi, które należałoby popularyzować. Interesujący, kulturotwórczy aspekt historyczny rozwoju myśli matematycznej rozmywa się w kosmicznym wymiarze czasu i jest ważnym elementem kultury gatunku ludzkiego, mniej czytelnym w odniesieniu do konkretnego człowieka. Zapewne można myśleć o kulturze matematycznej różnych ludów i narodów w poszczególnych epokach historycznych. Nas jednak interesuje kultura matematyczna konkretnego człowieka. Skłaniamy się do uznania jej za jeden z parametrów człowieczeństwa, który wpływa na wybór określonych postaw i zachowań. Jest nadrzędna w stosunku do wiedzy matematycznej. Jest przez tę wiedzę formowana, pogłębiana, doskonalona. O danym człowieku powiedziałabym, że ma określoną kulturę matematyczną, jeśli potrafi w mniejszym lub większym stopniu posługiwać się podstawowymi technikami intelektualnymi. Ma wrodzone bądź nabyte umiejętności, aktywności umysłowe typowe dla matematyki. W szczególności mam tu na myśli umiejętności abstrahowania, schematyzowania, uogólniania, porównywania, dostrzegania analogii, porządkowania, klasyfikowania, definiowania, argumentowania, dedukowania, redukowania, indukowania, specyfikowania, algorytmizowania, optymalizowania itp. Prawdą jest, że tego rodzaju techniki można doskonalić także na treściach pozamatematycznych, niemniej jednak treści matematyczne wyjątkowo im sprzyjają, gdyż wymagają zdyscyplinowanej koncentracji umysłu. (...)

Dlaczego w szkole uczymy dużo matematyki? Bo zawiera treści, które dobrze służą kulturze matematycznej rozumianej w przybliżeniu w powyżej sformułowanym sensie. Ma ona transfer na inne dziedziny życia i kształtowanie jej w młodych umysłach rodzi częściową nadzieję na pozytywne dla człowieka, społeczeństw i narodów skutki. Nawet skrytykowane podczas dyskusji prawo przemienności mnożenia, którego uczy się już w początkowych klasach szkoły podstawowej dobrze jej służy. Uczy schematyzowania, matematyzowania i uogólniania. Po siedem książek na trzech półkach to ilościowo to samo, co po trzy książki na siedmiu półkach. I oto mamy uniwersalny język, który dobrze opisuje ilościowo (jakościowo nie) takie sytuacje. W odniesieniu do rzeczywistości fizycznej daje tylko tę samą liczbę książek, ale pozbawia innych jej aspektów – zmiany ułożenia. To zuboża sytuację rzeczywistą, ale także ją wzbogaca, bo dotyczy każdej liczby książek bądź innych przedmiotów. Jeśli do przykrytego naczynia mamy nalać wody, to najpierw musimy zdjąć pokrywę, a potem napełnić je wodą. Nie można zmienić kolejności tych działań. Nie są one przemienne. Jeśli chcemy postąpić odwrotnie, czyli z naczynia napełnionego wodą uzyskać puste, przykryte naczynie, to najpierw wylewamy wodę, a potem kładziemy pokrywę. Tę fizyczną sytuację i jej podobne znakomicie opisuje równość $(a * b)^{-1} = b^{-1} * a^{-1}$. Ubóstwo matematyki w jej bogactwie jest frapujące i to z jednej strony rozczarowuje, a z drugiej urzeka i to na każdym poziomie nauczania. To od kultury matematycznej nauczyciela zależy, czy odpowiednie treści będą kulturotwórcze czy nie, a trzeba, by były.