Alexandera obraz matematyka

Paweł STRZELECKI, Warszawa

Opublikowano za zgodą Wydawnictw Uniwersytetu Warszawskiego.

Na przełomie marca i kwietnia na prośbę redakcji Wydawnictw Uniwersytetu Warszawskiego przeczytałem od deski do deski, ze sporym zainteresowaniem, ale chwilami także z narastającą irytacją, książkę Amira Alexandera *Duel at dawn. Martyrs, heores, and the rise of modern mathematics.* Oto nieznacznie przeredagowany tekst mojej opinii.

Książka jest niewątpliwie ciekawa, szczególnie w warstwie biograficznej – tu liczne partie przygotowane są rzetelnie, napisane wprawdzie nie zawsze łatwym językiem, ale za to gładko, z należnym dystansem i z uwzględnieniem różnych punktów widzenia. Jednak, ogólnie biorąc, obraz historii matematyki XVIII i XIX wieku jest w niej niepełny i – moim subiektywnym zdaniem – pod wieloma względami fałszywy. Wielokrotnie odnosiłem wrażenie, że Autor starannie wybiera niektóre życiorysy i fakty historyczne, przemilczając lub krótko zbywając inne (nie chcę wszak zakładać, że ich nie zna), jedynie po to, by bronić zgrabnej, z góry postawionej i konsekwentnie przez 270 stron podtrzymywanej tezy, zupełnie jakby postępował zgodnie z zasadą „jeśli fakty temu przeczą, tym gorzej dla faktów". Dlatego nie wiem, czy wydawanie tej książki po polsku to najlepszy pomysł. Istnieją z pewnością lepsze książki podobnej natury, które do dziś nie są na polski przetłumaczone. Gdybym miał polecić jakąś lekturę studentowi lat 1–3, zaciekawionemu społecznym odbiorem matematyki i jej historią, poleciłbym którąś z książek Morrisa Kline'a lub Dirka Struika (o Kordosie, dostępnym po polsku, nie wspominając). Gdybym temu samemu studentowi miał zadać pracę egzaminacyjną z historii matematyki, to dziś już wiem, że mógłbym poprosić o esej na temat nieścisłości i luk w poglądach i argumentacji Alexandera.

Postaram się bliżej uzasadnić moje wrażenia i ocenę, pisząc najpierw o tym, jak odbieram zamiar Autora (moim zdaniem bardzo wyraźnie nakreślony) i o tym, co mi się w książce podoba, potem zaś o tym, co w portrecie matematyki lat 1700–1900 szkicowanym przez Alexandera uważam za fałszywe i niepełne.

Książka dotyczy nie tyle historii matematyki jako takiej, ile obrazu matematyków, postrzeganego przez resztę społeczeństwa. Wydaje się, że Alexander już swoją pierwszą książkę, *Geometrical Landscapes*, oferował jako własny, zupełnie nowy paradygmat historii matematyki. Tu idzie za ciosem, pisząc nie o renesansie i epoce wielkich odkryć geograficznych, ale o Oświeceniu i wieku XIX-tym. Jego pogląd na rozwój matematyki w tym okresie można chyba streścić, mówiąc współczesnym językiem, następująco.

W wieku XVIII rozwijała się przede wszystkim matematyka stosowana, ściśle powiązana ze światem fizycznym. Matematycy traktowali swoją dziedzinę przede wszystkim jako narzędzie poznania i opisu otaczającego świata, a stosowalność matematyki była zasadniczym kryterium jej prawdziwości. Na początku wieku XIX doszło do radykalnej zmiany; pojawiła się matematyka teoretyczna, tzn. początki nowoczesnej algebry abstrakcyjnej (Galois, Abel), analiza matematyczna uprawiana dla siebie samej (Cauchy, Abel), no i wreszcie geometria nieeuklidesowa (Bolyai, Łobaczewski). Matematycy zaczęli się zajmować matematyką przede wszystkim dla niej samej, przez co matematyka XIX wieku, żyjąca w istocie do dziś, stała się dziedziną samowystarczalną, eteryczną, rządzącą się własnymi prawami i nie powiązaną ze światem fizycznym. Wiąże się z tym obraz matematyków w społeczeństwie, trochę ten mityczny, a trochę ten prawdziwy: matematyk oświecenia był kim innym, niż matematyk XIX wieku. Ten pierwszy był światowcem, odkrywcą, przyrodnikiem, człowiekiem śmiałym i odważnym. Ten drugi to częstokroć nieszczęśliwy, tragiczny bohater romantyczny.

Wydaje się, że jako (kluczowe i jedyne) wyjaśnienie tego stanu rzeczy Alexander widzi wpływ otoczenia społecznego i kultury danej epoki na matematykę. Stan matematyki jako takiej i jej rozwój odgrywa tu, jego zdaniem, w najlepszym razie rolę zupełnie drugorzędną. Krótko: Oświecenie było inne niż Romantyzm, więc miało inną matematykę. Matematyka Oświecenia była (tylko) użyteczna, a matematyka Romantyzmu (tylko i chyba tylko zdaniem matematyków) piękna.

Co mi się podobało? Większość rozdziałów 1–5 zajmują dobrze i ciekawie napisane biografie d'Alemberta, Galois, Abela i Cauchy'ego. Warsztat historyczny, czy może raczej warsztat biografa oceniam – jako laik i amator – dobrze, jako solidny i dość gruntownie poparty źródłami. Autor rozprawia się gładko i trafnie z wieloma mitami nagromadzonymi w licznych popularnych książkach (np. w znanej *Men of Mathematics* E.T. Bella). Czytelnik dowie się z tej części książki, jak wspomnianych matematyków odbierali ich współcześni i potomni, i jakie były tego przyczyny: czyja mowa pogrzebowa, czyj list, artykuł itp. sprawił, że przetrwała tylko część historycznej prawdy o danym człowieku, w dodatku część mniej istotna czy zafałszowana, albo z błędnie położonymi akcentami. Ze szczególną przyjemnością przeczytałem większość rozdziałów 3–5, tzn. tę ich część, gdzie mowa jest po prostu o ludzkich losach Abela, Galois i Cauchy'ego.

Tam, gdzie biografie dotykały matematyki (co, nawiasem mówiąc, działo się z rzadka), było zwykle gorzej. Znaczące detale: dowiadujemy się np., że Cauchy spędził 2 lata w Pradze; najważniejsze, o co zapyta każdy średnio znający historię matematyk, to czy spotkał tam Bolzana? Ani słowa. Dowiadujemy się, że jedna z prac Cauchy'ego z lat 1810-1815 dotyczyła „wielokątów i wielościanów". Twierdzenie o sztywności wielościanów wypukłych i to, że nie zachodzi ono dla wielościanów niewypukłych, można w sposób zrozumiały dla gimnazjalisty sprzedać w kilku-kilkunastu zdaniach. Tu – ani słowa. Zamiast tego – parę ciężkostrawnych stron o teorii Galois, z poważnymi wzorami, przez które gładko przebrnie chyba tylko zawodowy algebraik, bo ja już nie, a zdolny licealista czy student filozofii odpadnie po paru zdaniach. A można było, pisząc o teorii Galois, napisać o niewykonalności trysekcji kąta, tak, jak pisze Ian Stewart w *Listach do młodego matematyka*, tzn. zrozumiale i bez jednego wzoru.

To, jak Autor widzi rozwój samej matematyki, o czym pisze, a co pomija lub nagina (świadomie? z niewiedzy?), budzi moje poważne zastrzeżenia. Zastrzeżenie budzi również to, że biografie matematyków są napisane – w moim odbiorze – w niemal całkowitym oderwaniu od matematyki, zupełnie jakby ktoś pisał, dajmy na to, o pisarzach, zbywając w paru przypadkowych zdaniach ich dzieła, albo o sławnych wojskowych, nie zajmując się praktycznie wcale wojnami, które (po co? dlaczego? jak?) toczyli. Matematyki, szczególnie matematyki dobrze sprzedanej, nie ma w jakimś sensie w tej książce prawie na lekarstwo – tzn. trochę jej jest, czasem podanej w sposób nadmiernie techniczny, ale przykłady są mało trafne i opowiedziane moim zdaniem w sposób mało zręczny, a przy tym czasem zupełnie niedostępny dla kogoś, kto zaawansowanej matematyki nie zna.

Sam Autor o swojej koncepcji historii matematyki pisze we wstępie do książki – podaję jego zdania w możliwie wiernym przekładzie – tak:

W samej matematyce nie ma niczego takiego, co może określić, jaka powinna być materia i granice tej dziedziny. Te fundamentalne cechy, które definiują naturę matematyki, są nieodłączną częścią historycznej chwili, z której pochodzą. Jest rzeczą nieuniknioną, że są one kształtowane przez szersze trendy kulturowe: filozoficzne, literackie, artystyczne, a nawet polityczne, takie zaś matematyczne historie, jak legenda Galois, są nieodzownym przewodnikiem w śledzeniu tych zjawisk. (...) Jak inne literackie kreacje, są zakorzenione w szerszych trendach kulturowych; odzwierciedlają je i zarazem dokładają się do nich. Jednocześnie, nie można oddzielić owych historii od technicznej strony matematyki, pomagają więc one kształtować szczególne zrozumienie i praktykę tej dziedziny. Historie matematyczne są więc, innymi słowy, pomostem między wyrafinowanymi i wysoce abstrakcyjnymi praktykami matematycznymi, a momentem historycznym i kulturowym, w jakim owe praktyki są prowadzone.

Po przeczytaniu całej książki (czekałem na głębszą i lepiej uzasadnioną faktami refleksję, ale się nie doczekałem) jestem przekonany, że to jest esencja poglądów Alexandera. Zgadzam się w pełni z Reubenem Hershem, który kilka lat temu, pisząc dla Scientific American recenzję poprzedniej książki Alexandera, *Geometrical landscapes*, zauważył, że ów autor wydaje się nie dopuszczać myśli, iż matematyka rozwija się przede wszystkim za sprawą pytań i problemów, które próbuje rozwiązywać. Wszak nawet w matematyce szkolnej najważniejsze, wbrew pozorom, nie jest klepanie reguł i zapisywanie zeszytów, tylko rozwiązywanie zadań. Rzeczywistość społeczna ma, owszem, znaczący wpływ na matematykę, ale nie za pośrednictwem literackiej narracji stanowiącej jakiś „pomost", tylko głównie poprzez zapotrzebowanie na rozwiązania takich, a nie innych problemów. Resztę zaś kształtuje pomysłowość matematyków, dostępna w danym czasie wiedza i techniki matematyczne, oraz sam problem, który próbujemy rozwiązać. Takiego, moim zdaniem znacznie prawdziwszego, spojrzenia na matematykę bardzo mi u Aleksandera brakuje.

Oświecenie miało inną matematykę niż romantyzm, to prawda. Jednak pokusiłbym się o twierdzenie, że Oświecenie było takie, jakie było, między innymi właśnie *za sprawą* burzliwego rozwoju matematyki (zapoczątkowanego w wieku XVII, bez którego w ogóle nie sposób zrozumieć oświeceniowej nauki – ten wątek jest u Alexandera prawie nieobecny), a nie na odwrót, i że Autor nietrafnie identyfikuje przyczynę i skutek. Euler, w odczuciu każdego zapewne matematyka największy i najlepszy matematyk XVIII wieku, był w tym samym stopniu matematykiem stosowanym, co matematykiem-teoretykiem. Rozwój osiemnastowiecznej analizy to nie tylko hydrodynamika czy równanie struny, to także wysoce abstrakcyjne prace z teorii szeregów, liczby Bernoulliego, wzór Stirlinga itp. To także dowód Lamberta niewymierności liczby π, wspomniany krótko w rozdziale ósmym. Autor, pisząc o Lambercie, nie dostrzega, że tu akurat przeczy sam sobie, bo jakiż jest związek niewymierności π z użytecznością matematyki czy jej stosowalnością? To przecież coś, co może obchodzić tylko matematyka-teoretyka, albo pasjonata z filozoficznym, niepraktycznym nastawieniem. Do wszelkich celów praktycznych wystarcza garstka cyfr po przecinku.

Dowiadujemy się od Autora, że w osiemnastowiecznej matematyce był rachunek wariacyjny (prawda), który już w czasach Lagrange'a zaczął tracić realistyczne fizyczne korzenie (nieprawda), dowiadujemy się, że Euler dowodził równości drugich pochodnych mieszanych przy niejasnych założeniach (półprawda; po co komu zresztą w popularnej książce osiemnastowieczny pół-dowód Eulera – laik tego nie przeczyta, specjalista ominie z innych powodów). Czytamy o sporze o naturę rozwiązań równania struny. To fakt historyczny, podany tu, moim zdaniem, bardzo powierzchownie, zupełnie bez zrozumienia, o co w sporze chodziło. Tymczasem o istocie rzeczy można opowiedzieć w parunastu zdaniach, czytelnik zaś miałby z tego większy pożytek, niż z jakiegoś przytoczonego niemal dosłownie, wyrwanego z kontekstu, drugorzędnego i technicznego dowodziku. Nie dowiadujemy się, że definicja d'Alemberta granicy była niepełna i jednak wyraźnie różna od tego, co później robił Cauchy. Nie dowiadujemy się, że wspominany w jednym z rozdziałów Ampère, kolega Cauchy'ego, bredził jak potępiony, pisząc o różniczkowalności i trzeba było dopiero Weierstrassa, żeby pokazać, jak jest naprawdę.

Wiek dziewiętnasty był w matematyce inny niż osiemnasty, to prawda. Jednak zwrot ku teorii i wielka praca nad uściśleniem analizy matematycznej miały miejsce nie dlatego, że równocześnie żyli Chopin, Keats, Mickiewicz czy Schiller, i że romantyzm sprzyjał abstrakcji, bujaniu w chmurach i górnolotności, tylko dlatego, że armia matematyków, wyposażona przez Leibniza i Newtona w cudowne i potężne uzbrojenie, nacierała bez pamięci przez ponad sto lat, nie zastanawiając się zbytnio uważnie, czy przypadkiem broń nie wymaga konserwacji, naprawy, a może i dopracowania szczegółów konstrukcyjnych, zaniedbanych przez wizjonerskich ojców-projektantów, którzy pracowali w natchnieniu, ale i w pośpiechu. Praca nad rygoryzacją analizy była –

używając tej poetyki – trochę jak przestój podczas ofensywy olbrzymiej armii, który jest konieczny dla uzupełnienia paliwa i sił, konserwacji, odnowienia i częściowej wymiany sprzętu. To wie każdy, kto w sensownym zarysie zna historię matematyki ostatnich 350 lat. Ktoś, kto tego nie wie, nie dowie się tego od Alexandera.

Nie jest jednak prawdą, że wiek XIX był wiekiem matematyki teoretycznej. Helmholtz, Thomson i Maxwell, których Alexander krótko wylicza w drugiej części książki jako przyrodników, byli w istocie (także) matematykami. Lord Kelvin oceniał wiek Ziemi, rozwiązując równanie przewodnictwa ciepła. Umiał to robić dzięki Fourierowi (nawiasem: cytaty ze wstępu do słynnej książki Fouriera też są, moim zdaniem, wyrwane z kontekstu i pełne braku zrozumienia tego, co dla Fouriera stanowiło motywację badań). Gauss i Bessel byli (także) świetnymi matematykami stosowanymi. Cauchy, słynny sztywniak i dla Alexandera pierwowzór matematyka-teoretyka, podczas wspomnianego pobytu w Pradze zajmował się m.in. matematycznym opisem zjawiska rozpraszania światła, a więc jak najbardziej matematyką stosowaną. O tym – ani słowa. Alexander nie używa wprawdzie terminu „matematyka stosowana", ale jest jasne, że to ją ma na myśli. Brak mi refleksji, że podział na matematykę stosowaną i teoretyczną jest trochę sztuczny i trochę wtórny, gdyż żadna z nich nie może w pełni istnieć bez tej drugiej. Ważniejszy jest podział na matematykę istotną i nieistotną. *Apologię matematyka* Alexander moim zdaniem zrozumiał w najlepszym razie powierzchownie i nie przeczytał chyba – albo nie chce tego nawet między wierszami przyznać – słynnego eseju Wignera o niepojętej skuteczności matematyki. Można Wignerowi dziś zarzucać, że zachwyca się oczywistościami. Wigner jednak widzi mnóstwo rzeczy, których Alexander w ogóle nie dostrzega.

Wreszcie, po wieku XIX przyszedł wiek XX. Bez wcześniejszego rozwoju geometrii nieeuklidesowych nie byłoby w nim teorii względności Einsteina ani współczesnej kosmologii, bez rygoryzacji analizy matematycznej i wszystkiego, co się z nią wiąże (a więc także bez Cantora) nie byłoby mechaniki kwantowej, ani fizyki cząstek elementarnych w ich dzisiejszym kształcie, podobnie jak bez teorii grup i algebry abstrakcyjnej słowo „symetria" znaczyłoby nie tylko dla matematyka, ale przede wszystkim dla fizyka – także fizyka doświadczalnego! – zupełnie co innego. Bez Gaussa i teorii liczb nie byłoby współczesnej kryptografii, etc. etc. Tego też u Alexandera nie ma. A dokonywanie w XXI wieku oceny wieku XIX bez perspektywy, którą dziś mamy, wydaje się próżnym zajęciem. Perelman, Riemann i geometrie nieeuklidesowe są u Alexandera powiązane tylko tym, że Autor całą trójkę byłby gotów uznać za egzemplifikację romantycznego mitu. Ot, wiadomo, Bolyai i Łobaczewski nie byli nazbyt szczęśliwymi ludźmi, Riemann umarł w sile wieku na gruźlicę, a Perelman to źle ubrany dziwak, który zachowuje się w sposób niezrozumiały dla większości śmiertelników. Cóż, to trochę bełkot, a trochę banał. Geometrie nieeuklidesowe, wykład habilitacyjny Riemanna i prace Perelmana wiąże jednak wspólna i zupełnie nieromantyczna nić, o której można napisać zrozumiale i potocznym językiem. Tylko wtedy trzeba byłoby porzucić założoną tezę… Trzeba byłoby wspomnieć o czymś, co nie pasuje do paradygmatu nieszczęśliwych bohaterów romantycznych…

Podsumowując: obraz historii matematyki jest w tej książce na tyle wycinkowy, a wnioskowania i interpretacje na tyle pełne różnych „non sequitur", że nie podjąłbym się w żadnym razie obrony koncepcji autora. Co więcej, myślę, że mając tę samą wiedzę o biografiach, Alexander mógł był napisać znacznie lepszą książkę o rozwoju i historii matematyki. Nie wiem, czy to znaczy, że książki nie należy wydawać po polsku; jest dość kontrowersyjna i wiele osób pewnie choćby dlatego mogłoby zechcieć ją przeczytać… Jednak nie polecam, gdyż uważam, że praca nad jej przekładem byłaby trochę sztuką dla sztuki, a laik wyniesie z lektury niepełny i wykrzywiony obraz rozwoju matematyki.

Amir Alexander, *Duel at dawn. Martyrs, heroes, and the rise of modern mathematics*, Harvard, 2010.