Tekst wykładu, wygłoszonego 7 stycznia 2008 roku w ramach cyklu wykładów varsavianistycznych na Uniwersytecie Warszawskim.

Warszawa okiem matematyka

Michał SZUREK, Warszawa

Wykład ten jest dla mnie bardzo nietypowy, zaskakujący i przystępuję do niego pełen obaw. Na szczęście uznałem, że data wykładu jest sprzyjająca: jest siódmego stycznia ósmego roku, $7 + 1 = 8$. Ale przecież przede mną występowali wybitni specjaliści od spraw warszawskich. Opowiadali o przeszłości Warszawy, o problemach codzienności, o sztuce, kulturze, parkach, komunikacji. Na ich tle mam wystąpić ja, skromny matematyk. O czym mówić? Owszem, dobrze czuję się, gdy wykładam o przestrzeniach liniowych i topologicznych, wiązkach wektorowych, kohomologiach o współczynnikach w snopie lokalnie wolnym, statystyce chi-kwadrat czy tensorze Riemanna. Jak mój wykład może się równać z – na przykład – opowieścią Henryka Samsonowicza (26 listopada) o średniowiecznej Warszawie, z wykładem na Zamku Królewskim, gdzie, jak głosił program, obowiązywały stroje wizytowe...?

Pomogło mi wspomnienie z młodości. Tak się złożyło, że pewnej zimy większość mieszkańców zbiorowej sali w schronisku w dolinie Pięciu Stawów Polskich stanowili studenci matematyki; byłem jednym z nich. Ktoś rzucił, pół-żartem, pomysł, by po zgaszeniu światła opowiadać o matematyce. Bez tablicy, kartki papieru itp. Pomysł chwycił i został zrealizowany. O dziwo, przy chętnej zgodzie będących w mniejszości nie-matematyków. Wykłady o matematyce, po ciemku, w górskiej scenerii. Pomogło mi to potem kilka razy, gdy wykładałem matematykę. Do dziś zadaję swoim studentom na egzaminie z dydaktyki pytanie: proszę powiedzieć, co i jak powiedziałby Pan, powiedziała Pani, o matematyce przez radio? Po latach spędzonych na nauczaniu wiem, jak ważna jest sceneria, klimat i zaangażowanie prowadzącego.

Odrzuciłem myśl, żeby wykład poświęcony był w całości przeglądowi osiągnięć warszawskiej szkoły matematycznej. To dobre dla specjalistów, a nudne i niezrozumiałe dla szerokiej publiczności. Z drugiej strony, ja mogę odpowiedzialnie występować tylko jako matematyk. Jestem nim i nikim innym nie byłem.

A zatem Warszawa będzie w moim wykładzie tłem, punktem odniesienia, źródłem przykładów – a celem wykładu jest przybliżenie słuchaczom pewnych idei matematycznych, omówienie myślenia matematycznego, o którym zresztą krążą niezliczone dowcipy, niektóre złośliwe, inne mniej. Celem jest też przedstawienie idei matematycznych, które wyglądają spoza tłoku, korków, opadających tynków, niedobrze zaprojektowanych skrzyżowań itp. Myślenie matematyczne polega bardziej na umiejętności dostrzegania problemów, wyodrębniania cech, uogólnianiu – niż na tym, co i jak obliczyć. Wojciech Młynarski powiedział kiedyś o Bułacie Okudżawie, że posiadł on genialną umiejętność poetyckiego skrótu. Dla mnie taka umiejętność – to matematyka. Czym jest wzór matematyczny, formuła wiążąca kilka wielkości? Skrótem, skompresowaną wiadomością (dziś można by powiedzieć: zzipowaną...), metonimią, może metaforą?

Wybierzmy się najpierw na spacer po Warszawie, taki matematyczny spacer. Zacznijmy go od placu Zawiszy, który za mojej młodości był placem Zawiszy Czarnego a teraz jest Artura Zawiszy. Wybudowany w roku 1962 przystanek Warszawa-Ochota ma dach, któremu nieraz przypatrywałem się, choćby wtedy, gdy pociąg podmiejski się spóźniał. Dach małego budyneczku, niegdyś urokliwego, dziś zaniedbanego, to interesująca powierzchnia stopnia drugiego, czyli kwadryka, powierzchnia siodłowa. Przypomina przełęcz górską, a wielbicielom Gorców przypomnę przełęcz Przysłopek pod Kudłoniem, o takim właśnie kształcie, bliskim ideału. Z zagłębienia przełęczy mogę pójść dalej, na następną górę, cofnąć się, skąd przyszedłem, albo zejść w jedną lub drugą dolinę. Wszystkie te cztery drogi mogą być tak samo strome – czyli mieć tę samą wartość bezwzględną krzywizny – ale krzywizny dróg „w dół na przełęcz i dalej pod górę” i „wejście na przełęcz i zejście do drugiej doliny” matematycznie różnią się znakiem – jedna z nich musi mieć znak + , druga minus. Tylko od naszej umowy zależy, gdzie postawimy plus, a gdzie minus.

No właśnie, gdzie jest plus i minus, może pojawić się zero. Z przełęczy możemy też pójść, w bok, poziomo. Ścieżka z Kasprowego na Czerwone Wierchy trawersuje każdą z kolejnych Czub Goryczkowych.

A oto praca domowa dla Czytelnika z Warszawy (i nie tylko): zobaczyć linie proste na krzywoliniowym dachu przystanku Warszawa-Ochota. Zrozumieć, że powierzchnia krzywoliniowa może być utkana z linii prostych.

Przy placu Zawiszy, na dachu hotelu Campanile, widać jeszcze jeden interesujący obiekt geometryczny: sześcian. Każdy zna doskonale ten kształt, ale w architekturze nie jest często wykorzystywany jako element zdobniczy, reklamowy. Cóż ciekawego może być w tak trywialnym kształcie? A jednak... proszę spojrzeć na dach hotelu. Sześcian obraca się wokół osi łączącej środki przeciwległych ścian. Gdyby obracał się dostatecznie szybko, zobaczylibyśmy walec. Ale gdyby obracał się szybko wokół przekątnej, zobaczylibyśmy, że wymiata w przestrzeni skomplikowaną bryłę, której geometrię możemy badać, gdy mamy za sobą ze dwa lata studiów matematycznych.

Spójrzmy jeszcze z placu Zawiszy na zachód, w kierunku dworca Zachodniego. Zobaczymy zielono-niebieski budynek, który ja klasyfikuję jako ten, gdzie mieszczą się Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne. Ma on formę graniastosłupa o podstawie ośmiokątnej. Ośmiokąt nie jest szczególnie interesującym wielokątem, ot, jeszcze jeden kształt, jeszcze jeden wielokąt. Ale... siedemnastokąt foremny odegrał znaczną rolę w historii nauki. Oto kilkunastoletni Carl Friedrich Gauss, po odkryciu konstrukcji siedemnastokąta foremnego był tak wzruszony i przejęty, że właśnie z tego powodu postanowił się poświęcić matematyce. I dzisiaj ten pomysł Gaussa wywołuje „gęsią skórkę" u tych, którzy są wrażliwi na piękno, które emanuje z estetycznego rozumowania. Piękno rozumowania, rozumienia, piękno naszego umysłu, piękno logiki. Nie będę przedstawiał tego rozumowania, ale wczujmy się w nastrój, w myśli kilkunastoletniego młodzieńca, który z powodu jednego rozumowania matematycznego zmienia swoje plany życiowe ... i zostaje potem Princeps Mathematicorum, Księciem Matematyków. Tak nazwali Karola Fryderyka Gaussa jego współcześni. Widzimy w czystej formie pewną pasję (wielu ludzi ulega takiej czy innej pasji), ową metafizyczną siłę przyciągającą, o której pisał Leszek Kołakowski w swoim eseju *Matematyk i mistyk* („Mini wykłady o maxi sprawach", wyd. Znak, 1999).

Ochłonąwszy, pójdźmy na wschód Alejami Jerozolimskimi. Dochodzimy do skrzyżowania z Chałubińskiego (z prawej, z lewej chyba już ulica się nazywa Jana Pawła...). Tu często tworzą się korki. Wyobraźmy sobie, że skręcamy na takim skrzyżowaniu w lewo w piątek po południu, przed świętami albo długim weekendem! Brr! A przecież dotykamy czasoprzestrzeni! Taki jest chociaż pożytek z korków ulicznych.

Jak to, co jedno z drugim ma wspólnego? Ma. Proste! Wyobraźmy sobie, że w punkcie (x, y) znalazł się zarówno samochód A, jak i B. Czy wtedy jest wypadek? Nie, niekoniecznie. Wypadek jest wtedy, gdy znalazły się one w tym punkcie w tym samym momencie, w tej samej chwili, w tym samym punkcie czasowym, – a zatem spotkały się w jednym punkcie czasoprzestrzeni (x, y, t). Można powiedzieć, że skrzyżowanie wielopoziomowe ucieka od problemu „dwa samochody w tym samym punkcie" w trzeci wymiar przestrzenny, a skrzyżowanie tradycyjne jest bezkolizyjne w tym sensie, że uciekamy w wymiar czasowy. Może przyjemniej jest stać w korku ze świadomością, że ocieramy się o czasoprzestrzeń, czwarty wymiar?

Po metafizyce zejdźmy na zwyklejszą matematykę. Nie widać (a szkoda) domu w alei Jana Pawła II, blisko Grzybowskiej. Dom ten ma ładny matematycznie kształt hiperboloidy eliptycznej: okrągły, wysoki niby-stożek, zwężający się ku górze, ale nie po prostych (nazywanych tworzącymi stożka), tylko po hiperboli.

Podobny kształt miewały klepsydry, czyli zegary, w których czas odmierzano przesypującym się piaskiem. To inna kwadryka, powierzchnia drugiego stopnia.

Idziemy dalej Alejami. Tylko ze zdjęcia lotniczego można zauważyć przykład ilustrujący twierdzenie o przecięciu walca płaszczyzną. Odkrył je Apoloniusz z Pergi w I wieku. Każdy wyobrazi sobie łatwo, że przecięcie walca ukośną płaszczyzną da elipsę – i potwierdza się to przy rotundzie PKO – jej walec jest lekko ścięty płaszczyzną dachu.

W przejściu podziemnym możemy rozmyślać o owalach Lamé – kształtach łączących „kwadratowe" z „okrągłym". Wiele wzruszeń czeka nas na rogu Brackiej. Nad Orbisem widzimy tam najstarszy neon warszawski – świecącą na niebiesko i czerwono kulę ziemską. Pamiętam ten neon jeszcze z dzieciństwa; ten kształt kulisty bardzo mnie fascynował. Być może 10 procent mojego zainteresowania matematyką pochodzi z wpatrywania w ten neon. Inna kula, jaką można zobaczyć stosunkowo niedaleko, jest na pomniku Kopernika (też globus). Z pewnym wzruszeniem zaobserwowałem budowę elipsoidy obrotowej obok centrum edukacyjnego na granicy Warszawy i Konstancina. Taka elipsoida to też inna kwadryka. A na dachu przystanku Warszawa-Powiśle widzimy kolejną paraboloidę hiperboliczną. Jest nawet lepiej widoczna niż ta z Ochoty.

Jest zima, początek stycznia. Od kilkunastu lat zimy są łagodne, a autobusy ogrzewane. Pamiętam jazdę z domu (przy Wiejskiej) do szkoły na Żoliborzu zatłoczonym autobusem o zamarzniętych szybach…

Pochwalę się tutaj stałością: całą swoją edukację szkolną, wtedy 11-letnią, odebrałem w tym samym budynku, najpierw szkoły nr 13 Towarzystwa Przyjaciół Dzieci, potem 41 Liceum imienia Joachima Lelewela. Wspomnę też swojego nauczyciela matematyki z liceum; Wacław Chyra. Panie profesorze: to również dzięki Panu wygłaszam dzisiaj ten wykład! Dziękuję za te kilka lat, kiedy uczył mnie Pan matematyki!

Mówiłem o zatłoczonym autobusie z zamarzniętymi szybami. Nie było widać nic a nic. A jednak doskonale wyczuwałem, kiedy autobus skręca z Bonifraterskiej w lewo, w Muranowską. Jakaś siła przyciskała nas wtedy do ścian, chciała wyrzucić na zewnątrz. Autobusy były wtedy zawsze mocno zatłoczone, z praw fizyki wynikało zatem, że siła ta jest duża … i była. Wykorzystam to wspomnienie do solidnej porcji matematyki.

Grahame Clark otwiera swoją książkę „Przestrzeń, czas i człowiek", zdaniem „Słynny filozof Samuel Aleksander napisał kiedyś, że wszystkie istotne problemy uprawianej przez niego dyscypliny zależą od odpowiedzi na pytanie, czym są przestrzeń i czas oraz w jaki sposób są ze sobą wzajemnie powiązane". Gdy matematyk używa pojęcia „przestrzeń", rzadko ma na myśli otaczającą nas, zwykłą, trójwymiarową przestrzeń euklidesową, nazywaną niekiedy – ku oburzeniu niektórych geometrów – kartezjańską. Ale przecież przenośne znaczenie tego słowa spotykamy w języku polskim w takich zwrotach jak „przestrzeń życiowa", „na przestrzeni dziejów", „rozległa przestrzeń", „przestrzeń wpływów", a w matematyce szkolnej spotykamy tajemniczą przestrzeń probabilistyczną czyli zbiór zdarzeń losowych Ω.

Przypomnijmy, że greckie słowo „topos" oznacza „miejsce, źródło", a w teorii literatury używane jest w znaczeniu „skład wątków myślowych", „odwołanie się do ogólnie znanych prawd". Jest to więc ogół wyobrażeń, jakie wywołuje w nas dane hasło. „Wędrowiec" kojarzy się nam raczej ze zmęczonym piechurem, dźwigającym w torbie skromne zapasy, niż z kimś, kto klimatyzowanym samochodem pędzi autostradą choćby i na drugi koniec kontynentu, po 10 godzin dziennie. A jaki mamy topos domu rodzinnego, każdy wie. Dla uszu matematyka ciekawie zabrzmi określenie „topos hiperboliczny" – zwyczaj nakazujący w pewnych sytuacjach wyolbrzymiać nasze uczucia. Nie tylko w przemówieniach pogrzebowych. Poznając kogoś nowego, mówimy na ogół „bardzo mi przyjemnie", ale czy naprawdę *bardzo nam przyjemnie*? No cóż, tak każe topos hiperboliczny…

Co składa się na topos przestrzeni? Przestrzeń jawi nam się raczej jako zimna (choć określenie „niezmierzone przestrzenie piasków Sahary” jest też przekonujące), pusta, pozbawiona znaków orientacyjnych, niegościnna i nieprzyjazna (uwaga na zdradliwe pola siłowe!). Ale nie jest martwa, coś w niej się dzieje, a nawet sama może stanowić byt inteligentny (np. ocean w Solaris Stanisława Lema). Jak przekazać 'przestrzeń' w muzyce?

O właśnie, w pojęciu przestrzeni nie musi być zawarty bezkres, nieograniczoność. Chętnie posługujemy się terminem „przestrzeń miejska”. Opisywał ją na przykład Arthur Conan Doyle, opisywał ją Bolesław Prus w Lalce. Przypomnijmy, że Rzecki w ostatniej chwili rezygnuje z weekendowego wyjazdu poza Warszawę, bo nie umie jakoś jej opuścić. Do tej matematycznej powieści, jaką jest Lalka, jeszcze wrócę. Mówimy teraz o przestrzeni. W matematyce istnieje pojęcie „odległości miejskiej”. Odległość ta to „rzeczywisty” dystans, jaki muszę pokonać, gdy z jednego punktu miasta chcę się dostać do innego. Gdy po drugiej stronie Trasy Łazienkowskiej stoi znajoma, z którą się umówiłem, to nie dzieli mnie od niej „euklidesowe” 50 metrów, tylko ... może i kilometr (jeśli najbliższe przejście jest o 500 metrów). Przestrzeń z tak rozumianą „odległością” jest nawet dość ciekawa i przydaje się w statystyce.

Przestrzeń jest jedną z podstawowych kategorii antropologicznych i interesowała ludzi od dawna, na różny zresztą sposób. Aby ją poznać, jedni skakali z wieży, drudzy rozmyślali. Ale do połowy XIX wieku topos przestrzeni był wspólny dla matematyków i pozostałych humanistów. Dziś humaniści nie tylko, że nie zmienili swojego toposu przestrzeni, ale i żyją w przekonaniu, że i w matematyce się on nie zmienił. Jeśli nawet uważają, że matematyka jest jedynym źródłem prawdy (a zdarzają się takie skrajne poglądy), to jednak przemawia tylko „przypowieściami”, alegoriami, wykorzystuje grę pojęć i symboli i filozofuje – i jest zatem bardziej baśnią niż poznawaniem świata przez szkiełko i oko. Stąd wynikają nieporozumienia, takie jak w poniższym cytacie o krzywiźnie z książki Lewisa. Nic bardziej mylnego, terminy takie jak owo „zakrzywienie przestrzeni” są wymyślane przez matematyków i fizyków na użytek zewnętrzny, by dało się o tym w miarę sensownie opowiadać. Bo „naprawdę” żadnej mistyki w tym nie ma: ot, napiszmy tensor metryczny...

Rozbrat między matematyką i humanistyką na temat wyobrażeń o przestrzeni wziął się z wykładu habilitacyjnego niemieckiego matematyka Bernharda Riemanna na sławnym uniwersytecie w Getyndze (1854 r.). Kiedy bowiem zaczęto badać – na razie tylko myślowo – świat w skali kosmicznej, okazało się, że jest do tego potrzebna inna geometria. Późniejsze odkrycia Einsteina potwierdziły to: przestrzeń ugina się pod ciężarem mas, rozszerza się i nie jest bynajmniej w każdym punkcie taka sama. Po pewnym czasie – bynajmniej nie od razu – matematycy zaakceptowali tę nową koncepcję przestrzeni, między innym właśnie dlatego, że lepiej pasowała do tej rzeczywistości pozamatematycznej.

Krzywizna, a właściwie zakrzywienie przestrzeni, uchodzi za jedną z niemożliwych do zrozumienia sztuczek fizyków. Clive Staple Lewis pisze:

> Matematyka jest teraz najbliższa rzeczywistości. Wszystko możliwe do wyobrażenia, nawet wszystko to, czym można manipulować za pomocą zwykłych (to znaczy niematematycznych) pojęć, jest tylko analogią, ustępstwem dla naszej słabości, dalekim od tej prawdy, do której matematyka była drogą. Nowoczesna fizyka nie przemawia do rzesz bez przypowieści. Takie wyobrażenie jak „zakrzywienie przestrzeni” daje się ściśle porównać do starej definicji Boga jako „koła, którego środek jest wszędzie, a obwód nigdzie”. Oba skutecznie sugerują; każde czyni to, przedstawiając to, co na poziomie naszego zwykłego myślenia jest nonsensem. Przyjmując „zakrzywienie przestrzeni” nie „wiemy” ani nie cieszymy się „prawdą” na sposób, który kiedyś uważano za możliwy.
>
> (Clive Staple Lewis, Odrzucony obraz, Kraków 1995)

Szanuję i podziwiam Pana, profesorze Lewis. A jednak w kwestii zakrzywienia przestrzeni – proszę przeczytać cokolwiek o metryce Riemanna. Nie będzie Pan już tylko akuzmatykiem. Co odkrył Riemann? Między innymi to, że krzywiznę przestrzeni, w której żyjemy, można pojąć i obliczyć nie wychodząc poza nią. Autobus o zamrożonych szybach, zakręt z Bonifraterskiej w Muranowską – realny świat moich podróży do i ze szkoły A.D. 1961 upewnia nas w tym. Wiem, gdzie jestem, nie patrząc przez okno, a tylko analizując siłę, jaka wyrzuca mnie na zakrętach.

Przerwijmy tę wycieczkę w głąb matematyki. Tłok i korki można wykorzystać do ilustracji praw statystycznych. Namówiłem kiedyś studentów do wycieczki na zatłoczoną trasę Łazienkowską na „badania”, czy w numerach rejestracyjnych samochodów jadących (a właściwie stojących w korku) jest jakaś prawidłowość. Badaliśmy też, czy przechodzi koło nas więcej kobiet, czy mężczyzn. Dane podstawialiśmy do odpowiednich wzorów, by przekonać się, czy obserwowaliśmy zwykłą fluktuację statystyczną, czy większą prawidłowość. Celem takich zajęć było właśnie nauczenie studentów tych metod. Jedną z zasad dydaktycznych jest: **nihil est in intelectu, quod non fuerit ante in sensu**. *Niczego nie ma w rozumie, czego by nie było przedtem w zmysłach.* Nawet wielkomiejski tłok jest pomocą naukową.

W naszym spacerze skręcamy w prawo na rondzie de Gaulle'a. Skorzystam z okazji, żeby wyrazić swoją opinię o sztucznej palmie tam ustawionej. Jest dla mnie po prostu tandetna i ohydna. Staram się udawać, że jej nie widzę. Ale myślmy pozytywnie. Na placu Trzech Krzyży dostrzegamy walec kościoła świętego Aleksandra. Łatwy matematycznie kształt walcowy jest podniecający, znany poznaniakom „okrąglak” kojarzył się z nowoczesnością; pochodzi zresztą z tego samego okresu, co warszawska Rotunda PKO. Obecnie okrąglaki stają się znowu modne. Wiem, że gdy jadę do swojego brata na ulicę Lanciego, to mam wypatrywać dwóch takich budynków. Obok nich mieszka brat. Poszukuję geometrii.

W naszym spacerze doszliśmy do placu Trzech Krzyży. Gdyby Mokotowska od placu Trzech Krzyży nie skręcała lekko, konfiguracja ulic: Aleje Ujazdowskie, Mokotowska, Wilcza, Piękna, ilustrowałaby ślicznie twierdzenie Talesa. Wszyscy pamiętają, że chodzi w nim o kąt (Mokotowska-Aleje) przecięty dwiema równoległymi (Piękna-Wilcza). No, zatem skręćmy w Wilczą.

Chciałbym zatrzymać się na chwilę przy Wilczej 11. Niedaleko mieszka profesor Henryk Samsonowicz, ale nie o tym chcę opowiedzieć. Aleksandra Domańska zrealizowała niesamowity film czasoprzestrzenny, o tej właśnie kamienicy. Mieszkali tu między innymi Bolesław Prus, bracia Kaczyńscy (mieli przed wojną sklep metalowy!), Władysław Szpilman, Jerzy Wasowski, koncertował Artur Rubinstein, a całe podwórko było wypełnione muzyką. Oglądając film, dotykamy czasoprzestrzeni. Widzimy „Wilczą 11” z dziewiętnastego wieku i widać, że to miejsce ma tylko te same współrzędne geograficzne, co dzisiejsza „Wilcza 11” (a i to musimy z konieczności przyjąć na wiarę). Inni ludzie, inne domy, inny język urzędowy, ..., a jednak i to, i to – to Wilcza 11. Dotykamy nie tylko czasoprzestrzeni, ale i bardzo starego filozoficznego, wracającego do Platona, pytania o niezmienniki. Co łączy tamtą „Wilczą 11” z dzisiejszą? Co jest *niezmiennicze*? Pytania, pytania, pytania. Pytania o uniwersalia. Program z Erlangen.

Wracam na bezpieczne, ściśle matematyczne wody. Wiele dyscyplin matematycznych polega na badaniu niezmienników przekształceń. Poddaję moje figury, moje przestrzenie, najwymyślniejszym torturom: rozciągam, ściskam wywracam na drugą stronę, obracam ... Czy jest coś, co się nie zmienia? Jak odkryć te niezmienniki? To jest czysta matematyka, na przykład w świetle programu z Erlangen, ale to jest i ... czysta filozofia, literatura.

> Pikosłownik terminów literackich, dla matematyków przez matematyka specjalnie napisany.
>
> **Metafora**: opisywanie jednej rzeczy w terminach odnoszących się do innej:
> Znów gwiazdozbiory kwiatów świeże
> ku oczom duszy blask swój wyślą.
> (W. Wordsworth, Żonkile, przeł. St. Barańczak)

Metonimia: przesuwa znaczenie z jednego przedmiotu na drugi, będący z nim w pewnej zależności: Wniosek poselski wpłynął do laski marszałkowskiej.

Synekdocha to zastąpienie całości jej częścią, np. gdy mówiąc o czterech kółkach mamy na myśli samochód.

Ironia to zamierzony kontrast między znaczeniem dosłownym a domyślnym: „Aleź z niego chudzina" mówimy, wskazując ukradkiem na kolegę, który waży 150 kilo.

Liryka: gatunek literacki, w którym autor mówi o sobie i od siebie: Ach, kocham Zofię, ona jest piękna i inteligentna, a jej spojrzenie sprawia, że roztapiam się jak wosk na kaloryferze.

Epika: autor mówi od siebie, dopuszczając inne osoby do głosu: Był piękny poranek, kiedy Jan powiedział Zofii o swoim uczuciu, a ta spojrzała na niego i powiedziała: „ja Ciebie też, mój mały". Usiadł więc koło niej i zatopił się w szczęściu.

Dramat: mówią tylko postacie:
Jan: – Jam zakochany. Tyś piękna i inteligentna.
Zofia: – Aha.

O właśnie, literatura. Jest tak nowelka Reymonta, gdzie bohater ma ciotkę na Wilczej, może to była Wilcza 11? Czy wiecie Państwo, w jaki sposób opowiadam na wykładach matematycznych o logicznej strukturze matematyki, o trudnych problemach związanych z podstawami matematyki, ba, o twierdzeniu Gödla? Przywołuję jedną z najbardziej matematycznych powieści (dla mnie numer 1 to Jana Potockiego *Rękopis znaleziony w Saragossie*) – *Lalkę* Bolesława Prusa. Jak wiemy, autor znał się na matematyce. Trudno powiedzieć, czy dlatego napisał t a k ą powieść.

Przypomnę – Lalka dzieje się w Warszawie, jest późny wiek XIX, a powieść sprawia wrażenie reportażu, Czytelnik może łatwo uwierzyć, że autor opisał rzeczywiste osoby i wydarzenia. Mamy nawet na murach domów, gdzie mieszkali Wokulski i Rzecki stosowne tablice, upamiętniające ich. Pytanie kontrolne: gdzie są te tablice?

Dlaczego nazywam Lalkę powieścią matematyczną? Dlatego, że opisany jest tam własny, niezależny świat. Opis jest niemalże aksjomatyczny. Chętnie wciągamy się w akcję, widzimy ją jak na ekranie, jak matematykę na tablicy. Jak matematykę na tablicy.

Najsilniejszym filozoficznym aspektem łączącym bardzo ściśle matematykę i literaturę stanowi koncepcja „zawieszenia niewiary". Nawiązuje ona do fikcji – stanowiącej przecież zarówno fundament konstrukcji tekstu literackiego, jak i teorii matematycznych. Gdy czytamy powieść, wiemy, że postacie tam występujące są fikcyjne, wymyślone. A jednak wciągamy się w akcję, zawieszamy naszą niewiarę, staramy się odnosić lekturę do świata rzeczywistego. Podobnie jest z matematyką. Dla matematyka pojęcia matematyczne żyją w swoim idealnym świecie, takim platońskim świecie, w świecie idei. Ile włosów miał na głowie Wokulski? Czy istnieje liczba kardynalna większa od alef-zero, a mniejsza od continuum?

Kilka lat temu omawiałem z profesorem polonistyki szczegóły dotyczące mojego wystąpienia na konferencji retorycznej na Uniwersytecie Warszawskim. Chodziło o fikcję, o pojęcie fikcji. Rozmowa miała miejsce w bufecie wydziałowym na 3 piętrze. Akurat wszedł mój bardzo dobry student (teraz już zrobił doktorat z wyróżnieniem). „Zróbmy eksperyment", powiedziałem do polonisty i bez wyjaśniania, o co chodzi zapytałem studenta prosto z mostu, co to jest fikcja – jak rozumie on to pojęcie. Odpowiedział bez wahania: fikcja to po prostu to samo, co nieprawda. Ale już na ostatniej głosce wypowiedzi zawahał się i jednym tchem uzupełnił definicję: to raczej to, co jest wytworem ludzkiego umysłu.

I to przecież pasuje równie dobrze do matematyki, jak i do literatury.

* * *

Po emocjach filozoficznych czas na przyziemne zastosowania matematyki. Skręcamy na plac Konstytucji, rozważając po drodze, jak wybrnięto z problemu, że plac ten, wykrojony wśród powojennych ruin, został nazwany na cześć konstytucji 1952 roku. Nie ruszając gramatyki, został on teraz placem wszystkich konstytucji, teoretycznie wszystkich konstytucji, jakie kiedykolwiek uchwalono na kuli ziemskiej. Dawniej trzeba by jednak napisać „konstytucyj", dziś żaden matematyk nie powie „obu tych funkcyj". Tak czy owak, stosowna tablica zawęża jednak zakres: jest to plac polskich konstytucji, od tej z 3 maja 1791 zaczynając.

Domeną matematyki są przecież obliczenia. Z wczesnej młodości pamiętam neon na sklepie sportowym na rogu placu Konstytucji i Koszykowej. Ubrana w przyzwoity kostium kąpielowy dziewczyna rzuca piłkę do góry. Piłka spada po torze parabolicznym, zapalają się kolejne kółka symbolizujące położenia piłki w kolejnych momentach czasu...

Neon ten przez kilka lat nie działał, został wyremontowany też jako zabytek. A był on podkładem do jednej z moich najlepszej lekcji, z uczniami liceum Gottwalda (obecnie: Staszica). Zauważyliśmy, że „na oko" piłka nie spada zgodnie z prawami ruchu jednostajnie przyspieszonego. Proszę zresztą przypatrzeć się, kiedy ktoś będzie na placu Konstytucji wieczorem – widać, że piłka spada nieco dziwnie.

„Wyliczmy, jak ma być", zaproponowałem moim uczniom. Liceum mieści się stosunkowo niedaleko, na Nowowiejskiej, blisko skrzyżowania z Chałubińskiego. Podwójna lekcja wystarczyła do wizji lokalnej i zaprojektowania pomiarów. Były bardzo skomplikowane. Należało najpierw obliczyć wysokość budynku. To zrobiliśmy korzystając z twierdzenia Talesa. Należało zmierzyć długość cienia budynku – i porównać go z cieniem tyczki o znanej długości. Zmierzenie cienia rzucanego przez budynek w wielkim mieście okazało się nadzwyczaj skomplikowane. Plac Konstytucji jest duży, ale i tak rzadko cień kilkupiętrowego budynku mieści się na placu. Z układu ulic wynika, że zachodzi to po południu, w porze największego natężenia ruchu i trzeba mierzyć w poprzek ruchliwych ulic. Wybrnęliśmy z tego w ten sposób, że każdy miał zmierzyć długość swojego kroku. Umówiliśmy się na pomiary po lekcjach, latem (krótki cień). Musiało to wyglądać śmiesznie, gdy grupa młodzieży ruszyła na zielonym świetle na skrzyżowaniu, starając się iść prosto i jednostajnie, mrucząc pod nosem *raz, dwa, trzy, cztery, pięć...* Każdy wyliczył długość cienia według swoich kroków, a jednocześnie „centrum obliczeniowe" mierzyło długość cienia metrowej tyczki. Proste podobieństwo trójkątów – i znamy wysokość budynku. Potem uczeń, potrafiący zrobić dobre zdjęcie, sfotografował budynek tak, żeby było dobrze widać kółka symbolizujące spadającą piłkę. Proste obliczenia trygonometryczne, podstawienie do wzoru na drogę ciała spadającego w polu grawitacyjnym – wykonywane zespołowo, w całej klasie, dały precyzyjne wyniki: kolejne kółka powinny zapalać się w takim a takim czasie... Kolejna ekipa zmierzyła stoperem, kiedy się rzeczywiście zapalają... Powstał „protokół rozbieżności", wyniki wysłaliśmy ... już nie pamiętam do kogo. Zginęły w zamęcie stanu wojennego. Ale zawsze to pamiętam, kiedy przejeżdżam przez Plac Konstytucji.

A, właśnie. Moja znajoma mieszka na Poznańskiej, między Wilczą a Hożą. Jest takie powiedzenie „od Wielkanocy do Bożego Narodzenia jest osiem miesięcy, a od Bożego Narodzenia do Wielkanocy tylko cztery". I tak jest z tą znajomą, z placu Konstytucji do niej mam samochodem znacznie bliżej niż od niej do placu Konstytucji. Dochodzimy do pojęcia odległości – podstawowego pojęcia geometrii. Ciekawe są zagadnienia geometryczne, jakie zobaczyć można w wielkim mieście. Zwrócę uwagę tylko na te ... być może nieoczekiwane.

Zacznę od ... numeracji ulic. Jak wiadomo, obowiązuje zasada, że numerujemy je albo od Wisły i od centrum. Od tej zasady są jednak liczne wyjątki, niektóre spowodowane pewnie niedbałością urzędników, ale niektóre pojawiają się z powodu praw matematycznych. Numeracja Puławskiej musi naruszać jedną z tych zasad: bo idzie ona w górę Wisły ale od centrum. Wybrano zasadę „od centrum", z konieczności łamiąc drugą. Można wprowadzić hierarchię: najpierw patrzymy, czy ulica idzie od centrum, a potem patrzymy na jej położenie względem Wisły. Tu zupełnie nie wiadomo, co zrobić z Marszałkowską. Każdy przyzna, że w obie strony ... idzie ona do centrum. Kłopot będzie też z małymi uliczkami w centrum (np. Zgoda) i krętymi ulicami w dzielnicach.

Ta matematyczna niemożność zgodnej numeracji ulic nie ma praktycznego znaczenia. Układ ulic w Warszawie jest bowiem w dużej mierze prostokątny, oparty na osi Wisły. Trudniej byłoby w Krakowie. To tylko ilustracja pewnej zasady topologicznej, bliskiej słynnemu twierdzeniu Karola Borsuka o zaczesaniu.

* * *

Nikt niegeometryczny tu niewchodź. Taki napis, który przytaczam w archaicznie brzmiącym tłumaczeniu Józefa Marii Hoene-Wrońskiego (1776–1853), wisiał nad bramą uczelni założonej przez Platona w 387 roku p.n.e. w gaju herosa Akademosa. Chodziło oczywiście o to, by zabronić wstępu tym, co nie znają geometrii. Można te słowa rozciągnąć na całe nasze życie. Nie pożyje długo ten, kto szybko nie opanuje (zinterioryzuje) podstawowych pojęć i operacji geometrycznych. Geometria różni się od arytmetyki znacznym udziałem intuicji. Nic dziwnego – wyobrażenia przestrzenne tworzą się w nas od pierwszych dni życia, a podstawą wszelkich wyobrażeń są pojęcia „wewnątrz" i „na zewnątrz". Stąd wyrasta pojęcie odległości, które zostaje pogłębione, gdy dziecko własnymi krokami zaczyna przemierzać przestrzeń. Stopniowo dziecko opanowuje (a prawie każdy z nas był dzieckiem, jak stwierdził w przedwojennym polskim filmie *Zapomniana melodia* Antoni Fertner) kolejne pojęcia geometryczne: przed-za, pod-nad, od-do, stąd-dotąd, tędy, przez, obok, między, na górze – na dole, pod spodem – na wierzchu, z przodu – z tyłu i wreszcie najtrudniejsze: lewo-prawo.

Nawet tak pozornie jednoznaczne pojęcia jak przed-za, lewo-prawo, a nawet góra-dół mogą być mylnie zrozumiane. Jest to często związane z ruchem. Wielu problemów dostarcza miasto, ruch miejski...

Gdy na pytanie, gdzie mam zatrzymać samochód, usłyszę od żony „za tym czerwonym", to jeżeli miała ona na myśli inny samochód, parkujący na mojej uliczce, to nie wyprzedzę go i stanę, tak jak za kimś w kolejce. Jeśli jednak będzie to znaczyło „za tym czerwonym domem", zachowam się przeciwnie: minę ten dom, by stanąć za nim – mieć go z tyłu.

Przypomnijmy sobie teraz konfigurację Piękna-Koszykowa, między Lwowską/Poznańską a Chałubińskiego. Piękna „wpada pod małym kątem" w Koszykową. Jest podporządkowana. Koszykowa ma słuszne pierwszeństwo.

Wiemy, że wyjeżdżając samochodem z podporządkowanej ulicy i skręcając w prawo, włączam prawy kierunkowskaz. Ale gdy ta ulica wpada do głównej łagodnie, pod niewielkim kątem – mam już wątpliwości: lewy czy prawy. Gdy wjeżdżam zaś z prawego pasa na lewy, włączam oczywiście lewy. A przecież dla pojazdów mających pierwszeństwo wjeżdżam na ich pas z prawej. W Warszawie oto wyjeżdżam z Pięknej na Koszykową, między Poznańską a Chałubińskiego. Czy mam tam włączyć lewy, czy prawy kierunkowskaz? To samo, gdy zjeżdżam ślimakiem z trasy Łazienkowskiej na Czerniakowską ... i w wielu innych miejscach, ..., łącznie z moim kochanym Poznaniem (zjazd w Szczepankowie na Tulce...). Ten problem „kierunkowskazu" jest matematycznie tym samym, co zagadnienie numeracji ulic: w „pewnej sytuacji" musimy odstąpić od jednej reguły i zastosować inną. Jest to spotykane i w innych sytuacjach w ruchu drogowym – na pewno wszyscy znają przykład czterech samochodów podjeżdżających jednocześnie do skrzyżowania. Obowiązuje geometria – pierwszeństwo z prawej. Każdy ma sąsiada z prawej, każdy czeka. Kto przejeżdża pierwszy? Geometria mówi „ja nie wiem, radźcie sobie sami". Ot, nie zawsze matematyka jest w stanie rozwiązać nasze codzienne problemy, wzięte z życia.

Pojedźmy Wisłostradą na północ, poza Żoliborz. W pewnej chwili na bramce pojawia się napis „Gdańsk" i stosowna strzałka. Nie pamiętam, czy ona jest skierowana do góry, czy do dołu. Ale obie zrozumiem tak samo, wybiorę przecież ten sam pas. Więc jak to? Przeciwne kierunki – a rozumienie jednoznaczne?!?! Odwrotnie niż z tym parkowaniem i pojęciem „za czymś".

Jedną z piosenek mojego dzieciństwa była piosenka o ruchu ulicznym w Warszawie. *Kiedy rano jadę osiemnastką...* Była to trudna piosenka, nie mogłem zrozumieć frazy *Autobusy czerwienią migają, zaglądają do okien tramwajom.*

No i właśnie. Ruch uliczny w Warszawie pobudza do myślenia i na inne matematyczne tematy. Część osób słuchających mojego wykładu goli się codziennie, pozostałe osoby być może robią codziennie makijaż. Czy zastanawiałeś się, Czytelniku, czy zastanawiałaś się Czytelniczko, dlaczego lustro, do którego zerkasz przy goleniu/makijażu, odwraca lewo i prawo, a nie odwraca góry i dołu? Mniejsza o to, wiemy, że odwraca. Czy może się zdarzyć sytuacja, że lustro nie odwróci lewej i prawej? Tak, znane jest to każdemu kierowcy w ruchu miejskim w Warszawie. Wyobraźmy sobie, że skręcam w lewo. Włączyłem migacz. Kierowca za mną też to zrobił to. Włączył lewy migacz. Patrzę w lusterko nad kierownicą. Po której stronie zobaczę jego migacz? Po lewej!

Gdy omijamy dziurę w jezdni po lewej, to dziura będzie po naszej prawej ręce. A jak zrozumiemy zwrot „po lewej mijamy pomnik Mickiewicza"? W którą stronę odwróci każdy głowę? Oczywiście, że w lewo! Ech, ta geometria! Nic dziwnego: nie osiągnie wyżyn ten, kto miał do szkoły pod górkę.

„Nie ma królewskich dróg w geometrii", odpowiedział Arystoteles Aleksandrowi Macedońskiemu, gdy ten nie mógł zrozumieć pewnego rozumowania i zażądał specjalnej „ścieżki dydaktycznej".

Zjazd z drogi szybkiego ruchu generuje jeszcze jedno zagadnienie matematyczne. Pamiętam o nim zawsze, gdy zjeżdżam z Trasy Łazienkowskiej na Czerniakowską. Otóż nie trzeba wiedzieć, co to jest krzywizna, żeby zgodzić się, że prosta ma zerową krzywiznę, a okrąg krzywiznę niezerową i stałą – taką samą w każdym punkcie. Zatem jeżeli jedziemy samochodem i skręcamy, (z prostej na okrąg), to gwałtownie zmienia się krzywizna naszego toru. Dlatego łuki są zawsze odpowiednio wyprofilowane. Odpowiednia krzywa nazywa się klotoidą. Jej krzywizna zmienia się gładko od zera do żądanej wartości. Gdy jadę ze stałą prędkością po takim torze, muszę obracać kierownicę jednostajnie – zmniejszając w ten sposób jednostajnie promień skrętu – oczywiście do pewnej granicy. Równanie klotoidy jest zbyt skomplikowane, żebym tu je podał; występują w nim całki. Nie wiem, dlaczego budowniczowie Trasy nie wszędzie pamiętali o klotoidzie.

Cofam się w czasie w swoich wspomnieniach, powrócę do czasów szkolnych. Przypominam, że w swoim spacerze zaszliśmy na plac Konstytucji. Podjedźmy metrem do Ratusza. Spójrzmy na schody ruchome metra – zauważmy krzywiznę ząbków. Matematycznie wyliczony kształt powoduje, że gładko chowają się, jedne pod drugimi. To ewoluta i ewolwenta – pojęcia wykraczające poza ten artykuł.

Dojdźmy na plac Zamkowy i skręćmy w Miodową w stronę Żoliborza. Zobaczymy po lewej stronie chowającą się w tunelu aleję Solidarności; w dali pomnik Nike. Ale na placu Krasińskich wsiądźmy w autobus powrotny. Siądźmy po prawej stronie. Aleja Solidarności będzie po prawej w dole. Na wiadukcie są kolumienki.

Sam nie wiem, czy wierzę w przesądy i „znaki losu". Ale co mam pomyśleć, kiedy pewnego majowego dnia jechałem – oj, kiedy to było... – na swój egzamin maturalny... Rano podjechał autobus (kultowej warszawskiej linii 116), z numerem bocznym 1. Zdałem maturę. Wracałem autobusem 116. Między placem Krasińskich a kościołem św. Anny spojrzałem w prawo. W dole (wtedy to była aleja Świerczewskiego) jechała ciężarówka. Rytm obrotu jej szprych nałożył się idealnie na prędkość „mojego" autobusu: między migającymi słupkami wiaduktu zobaczyłem „na żywo" efekt znany nam z kina: dyliżans pędzi, co koń wyskoczy, a szprychy kół stoją w miejscu.

„Nie wierzę w takie znaki losu". W tamtych czasach można było się decydować, na jakie się idzie studia, do prawie ostatniej chwili...

Sam już wtedy byłem zdecydowany, że poświęcę swoje życie matematyce, naukom ścisłym. A jednak wtedy czułem się, jakbym dostał od losu dodatkową wskazówkę; autobus numer 1, egzotyczne zjawisko. Nigdy potem czegoś podobnego nie widziałem. Poszedłem za „głosem serca" i za „wskazówką losu". Powtórzenie eksperymentu nigdy się nie powiodło. Nie zostałem fizykiem, a „tylko" matematykiem. Oczywiście zadałem to zadanie swoim uczniom: jak dobrać prędkości samochodów, żeby można było zaobserwować to zjawisko, jakie mi się udało wtedy, po powrocie z matury... raz w życiu ...

* * *

Przejdę do drugiej części artykułu, do opowieści o warszawskiej szkole matematycznej. Zacznę od bardzo silnego wspomnienia, wrażenia, związanego tylko bardzo pośrednio z Warszawą. Kilka lat temu – na sugestię Zbigniewa Semadeniego – opracowałem do druku artykuł Hermana Auerbacha o geometrii trójkąta, napisany w getcie na kilka miesięcy przed śmiercią. Herman Auerbach był jednym z przedstawicieli lwowskiej szkoły matematycznej. Nie przytaczam twierdzeń – chyba nie o to chodzi – ale proszę sobie wyobrazić pracę matematyczną w getcie, pisaną na papierze pakowym, z wyraźną oszczędnością ołówka i miejsca na papierze. Wspomnę tu Ryszarda Kapuścińskiego i jego *Lapidarium*, opisuje on tam Żydówki, które w grypsach z getta pisały o swoich przepisach na makowce, strucle, rybę w galarecie... Chciały ocalić to, co cenne – tradycję. To był los matematyków warszawskich w 1944 roku. Ale wróćmy do początków naszej niepodległości państwowej w XX wieku.

W sierpniu 1915 roku wojska rosyjskie opuściły Warszawę. Okupacja niemiecka w czasie I wojny była stosunkowo łagodna. Już w listopadzie otwarto dwie wyższe polskie uczelnie: Uniwersytet i Politechnikę Warszawską. Wśród wykładowców matematyki na Uniwersytecie znaleźli się m.in. Zygmunt Janiszewski, Stefan Mazurkiewicz i Wacław Sierpiński. Mazurkiewicz był świetnym wykładowcą i bardzo aktywnym badaczem naukowym, Janiszewski nie ustępował mu wiedzą ani pomysłowością, a górował dokładnością, ścisłością i uporządkowaniem wewnętrznym. Obaj poświęcali się przede wszystkim topologii. Wacław Sierpiński był już wtedy znanym specjalistą z teorii mnogości i teorii liczb. Algebrę wykładał Samuel Dickstein, który szczególnie potrafił zarazić swym entuzjazmem i pasją młodych adeptów matematyki. Zagraniczne studia wpłynęły dodatnio na dojrzałość młodzieży, a atmosferę podgrzewała świadomość, że wszyscy, słuchacze i wykładowcy, są pierwszymi po ponad wiekowej przerwie, którym dane jest uczyć się i nauczać w polskiej wyższej uczelni.

Na początku 1918 roku można było już mówić o dość silnym warszawskim ośrodku naukowym, w którym zajmowano się teorią mnogości i topologią i ich zastosowaniami. Tacy młodzi studenci, jak Bronisław Knaster, Stanisław Saks, Antoni Zygmund, Kazimierz Kuratowski, Alfred Tarski, Kazimierz Zarankiewicz, osiągają wkrótce znaczne i liczące się w skali europejskiej wyniki.

Otóż w 1917 roku Kasa im. Mianowskiego, patronująca wówczas polskim naukowcom (zwłaszcza z zaboru rosyjskiego), rozpisała ankietę o potrzebach nauki w Polsce, a u progu niepodległości w 1918 roku wydała tom pod tytułem „Nauka polska, jej potrzeby, organizacja i rozwój", zawierający odpowiedzi na tę ankietę. W tomie tym znalazł się siedmiostronicowy artykuł Janiszewskiego o potrzebach polskiej matematyki. Artykuł okazał się głęboko słuszny i proroczy. Janiszewski sformułował główny cel, do jakiego powinni dążyć polscy matematycy: stworzenie w niepodległej ojczyźnie ośrodka twórczej pracy matematycznej o międzynarodowej renomie. Jednym z zasadniczych środków, zaproponowanych przez Janiszewskiego dla osiągnięcia tego celu, było właśnie skupienie się na niewielkim wycinku matematyki (w którym już i tak zaczynaliśmy się liczyć). Najbardziej nowatorskim pomysłem Janiszewskiego była propozycja wydawania czasopisma poświęconego wyłącznie tym działom matematyki, które miały stanowić podstawowy kierunek badań w Polsce, przy czym artykuły miały być drukowane w językach obcych (to jest głównie niemieckim, francuskim, angielskim i włoskim). „Chcąc zdobyć sobie odpowiednie stanowisko w świecie naukowym, przyjdźmy z własną inicjatywą” – pisał Janiszewski.

Ta myśl jest aktualna i dzisiaj; receptą na sukces jest skoncentrowanie się na konkretnej działalności, inteligentnie wybranej. Wspaniały przykładem jest dziś Finlandia. Umieli postawić na naukę i specjalizację.

Nie będę szczegółowo tłumaczył, co to jest topologia. Jest to bardzo ogólna geometria, zwana dawniej *Analysis situs*, analiza położenia. Ale nazwa „topologia” pochodzi od słowa ’topos’, co oznacza po grecku miejsce i . . . właśnie ’topos’, skład wątków myślowych (jak powiedział Kwintyliusz). Mamy topos wędrowca, topos domu rodzinnego, topos oceanu. Dla matematyka ciekawy jest topos hiperboliczny, zwyczaj, który każe niekiedy świadomie przesadzać: „tysiąckrotne dzięki”. I specjalnością warszawskiej szkoły matematycznej stała się przede wszystkim topologia, owa ogólna geometria, ale i obowiązujący wtedy topos: tak należy patrzeć na matematykę, tak należy ją postrzegać. Warszawa locuta, causa finita. Kilka terminów matematycznych nawiązuje do tego okresu: przestrzeń topologiczna nazywa się przestrzenią polską, jeśli jest ona ośrodkowa oraz metryzowalna w sposób zupełny. Okrąg warszawski to taki niby okrąg – w pewnej chwili z łuku o stałej krzywiźnie robi się nieskończenie pofałdowana linia – tak, jak sinusoida, tylko ściśnięta. Wspomnę o dywanie Sierpińskiego, pierwszym odkrytym fraktalu. Gdy Sierpiński referował swoje odkrycie, Hugo Steinhaus skomentował „to na pewno najbardziej skomplikowany obiekt geometryczny rozpatrywany w historii ludzkości”. Dywan Sierpińskiego został wprowadzony nie jako „ładny ornament”, ale jako obiekt, spełniający ważną własność „uniwersalną”: zawiera każdą krzywą. Może nie dosłownie „każdą”, ale sprecyzowanie tego wykracza poza ramy tego wykładu.

Skoro mowa o fraktalach, to twórca tej teorii, Benoit Mandelbrot, matematyk francuski narodowości żydowskiej, urodził się w Warszawie, na Nalewkach, w 1924 roku. Wyjechał z Polski w wieku 4 lat, nie pamięta Warszawy, ale czuje do niej wyraźny sentyment. Widziałem to wyraźnie. Otóż Benoit Mandelbrot otrzymał w 2004 roku medal imienia Wacława Sierpińskiego, z okazji swych 80 urodzin. Jestem sekretarzem jury przyznającego medal i miałem okazję rozmawiać wtedy z Benoit Mandelbrotem wiele razy, na temat spraw związanych z organizacją jego pobytu. Sentyment był wyczuwalny.

Wysoki poziom matematyki polskiej i ranga, jaką zdobyło sobie warszawskie czasopismo matematyczne *Fundamenta Mathematicae* miało (i ma) wymierne korzyści. Dzięki wymianie za *Fundamenta* Instytut Matematyczny Polskiej Akademii Nauk ma bardzo dobrze wyposażoną bibliotekę, jedną z najlepszych w Europie. W latach ułatwień granicznych Niemcy z NRD przyjeżdżali do Warszawy, żeby poczytać nowości.

A teraz o ludziach. Miałem to szczęście, że uczony byłem jeszcze przez ludzi, którzy współtworzyli warszawską szkołę matematyczną. Byli to ludzie wysokiej kultury i najczęściej po prostu humaniści! Oczywiście w starym sensie tego słowa. Kiedyś humanistami nazywano ludzi, którzy ogarniają spore obszary wiedzy ludzkiej. Dzisiaj to słowo najczęściej oznacza leniów matematycznych.

A więc na seminaria matematyczne uczęszczali filozofowie, językoznawcy, historycy – oczywiście na niektóre. Świadczyło to dobrze o obu stronach: o przedstawicielach nauk humanistycznych i o matematykach, którym chciało się wykładać w sposób zrozumiały dla osób ogólnie inteligentnych i wykształconych. Mało tego, było w dobrym tonie zaproponować dziewczynie: wiesz, jest ciekawy odczyt z topologii, chodźmy!

Wspomnę najpierw Karola Borsuka (1905–1982), u którego pisałem pracę magisterską. Wykładał nienagannie, starannie, z troską o słuchacza i bardzo elegancko. Zdawanie egzaminu u niego było szczególnym przeżyciem, świętem. Profesor podawał rękę przed i po, i zapraszał do wspólnej dyskusji o matematyce... Było oczywiste, że na egzamin do Karola Borsuka idzie się jak na święto: elegancko ubranym i odpowiednio przygotowanym. Według anegdotki, zwyczaje Karola Borsuka chciał naśladować i inny profesor, nazwijmy go XY. Opowiadała sekretarka, że któregoś razu wpadł do niej XY i zażądał szybkiego znalezienia kogoś, kto zdawał egzamin u Borsuka i egzaminu nie zdał. Niestety, w całym Instytucie Matematyki takiej osoby nie znaleziono. „Po co jest panu potrzebna taka osoba?", zainteresowała się sekretarka. 'Bo u mnie w gabinecie siedzi student, któremu ja chcę postawić ocenę niedostateczną i nie wiem, czy profesor Borsuk w tej sytuacji podawał rękę, czy nie!'.

W latach 1958–1990 Wydział Matematyki mieścił się w Pałacu Kultury i Nauki, najpierw na 9 piętrze, potem jeszcze na 8 i siódmym. Czasy „pałacowe" wspominamy z nostalgią, choć warunki lokalowe były bardzo trudne. Pracować można było tylko w domu albo w (świetnej skądinąd) bibliotece.

Dyrektorem Instytutu był przez wiele lat Stanisław Mazur, przed wojną lwowiak. Jego seminaria były zawsze pełne wspomnień z czasów lwowskich. Można powiedzieć, że przekazał nam, młodym, atmosferę „radosnego uprawiania nauki", ze wszystkimi wadami i zaletami takiego podejścia. Do legendy przeszedł fakt wręczenia żywej gęsi młodemu matematykowi szwedzkiemu, który rozwiązał jeden z postawionych przez Mazura problemów. Jeszcze przed wojną Mazur obiecał właśnie żywą gęś za to zadanie. Na rozwiązanie trzeba było czekać do 1972 roku. Wtedy to, tuż przed świętami Bożego Narodzenia w Instytucie Matematycznym Polskiej Akademii Nauk, zaraz po stosownym wykładzie Szweda odbyła się, z całą powagą, ceremonia wręczenia gęsi.

W 1942 roku spłonęła całkowicie biblioteka Seminarium Matematycznego w Warszawie, a prywatne zbiory matematyków warszawskich zniszczone zostały w czasie powstania. Niemal wszyscy matematycy warszawscy, którzy przeżyli, pozostali bez jednej książki. Andrzej Mostowski złożył wszystkie przepisane egzaminy na doktora habilitowanego na tajnym uniwersytecie tuż przed powstaniem warszawskim. Gdy po powstaniu wychodził z Warszawy, wahał się, czy w ostatnim wolnym miejscu w plecaku zmieścić swoje notatki matematyczne, czy chleb. Wybrał chleb. Trudno się dziwić.

Wspomniałem przedtem o Hermanie Auerbachu, który w getcie lwowskim spisywał swoje twierdzenia geometryczne. W Warszawie matematycy też pracowali naukowo, w najgorszym czasie wojny. Karol Borsuk dla zarobku wymyślił popularną i dziś grę *Superfarmer*. Wacław Sierpiński wysyłał krótkie anonse swoich prac badawczych do czasopism zagranicznych, z adnotacją: „szczegóły ukażą się w najbliższym numerze *Fundamenta Mathematicae*". To polskie czasopismo matematyczne (o łacińskim tytule) oczywiście nie wychodziło w latach 1940–1945.

Wacławowi Sierpińskiemu (1882–1969) należy się osobna karta. Był on profesorem Uniwersytetu Warszawskiego od czasów carskich do Polski Ludowej (1908–1960). Jest powszechnie szanowany za swój wkład w powstanie dwóch szkół matematycznych: lwowskiej i warszawskiej i za bogaty dorobek naukowy. Jednak chcę zwrócić uwagę na coś innego, fakt, który na ogół wymyka się obserwacjom i analizom. Sierpiński wykładał zawsze w sposób mało atrakcyjny. Mówił do tablicy, nie patrzył na audytorium – ono jakby dla niego nie istniało. Nie mówił bardzo cicho, ale nośnego głosu nie miał, choć może to dopiero w latach, kiedy go poznałem – wtedy był już wiekowy. Wykłady jego nie miały nic z dzisiejszych 'prezentacji'. Dziś nie uczą nas, jak pisać, tylko jak redagować i nie uczą jak wykładać, tylko jak prezentować (wspomnijmy okropny pomysł z 'prezentacją' maturalną z języka polskiego). A więc Sierpiński wykładał wbrew tym wszystkim regułom – i trzymał salę w napięciu. Po prostu każdy czuł klasę wykładowcy i głębię jego wiedzy... i widocznie było coś w jego wykładach, co kazało słuchać ich z najwyższą uwagą. Wniosek jest oczywisty: miej coś do powiedzenia, a nie tylko staraj się zaprezentować efektownie. Wiem, oczywiście, że w realiach współczesnego świata liczy się właśnie prezentacja, sposób podania. I nawet nie wiem, czy żałuję „starego”. Nie wiem. Założyłbym się o grube pieniądze, że archaicznie wykładający profesor Wacław Sierpiński porwałby swoim odczytem... nie tylko tych, którzy są zainteresowani matematyką.

Wspomniałem już o jednym z wyróżnień, jakie przyznają matematycy ... innym matematykom. Jest to Medal imienia Wacława Sierpińskiego, połączony z zaszczytem wygłoszenia wykładu. Jest to nagroda lokalna, warszawska – przyznawana przez Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego i Oddział Warszawski Polskiego Towarzystwa Matematycznego. W regulaminie znalazło się pewne kuriozum. W 1974 roku, gdy powstała idea tej nagrody, w regulaminie umieszczono klauzulę, że Medal wręcza rektor. Tyle, że nikt nie zapytał rektora, czy to akceptuje. Po prostu warszawskie środowisko matematyczne nakazało to rektorowi. Rektor się zgodził. Być może zadziałało nazwisko Sierpińskiego.

Wreszcie powiem o Międzynarodowym Centrum Matematycznym imienia Stefana Banacha. Matematyka jest nauką międzynarodową, w niej najpełniej realizuje się teza Immanuela Kanta o transcendentalnej jedności apercepcji. Otóż w połowie lat siedemdziesiątych Kazimierz Kuratowski rzucił myśl, by stworzyć w Warszawie międzynarodowe centrum badań matematycznych. Takie centrum powstało, patronem obrano Stefana Banacha. W podtekście idei Centrum była – jasna dla wszystkich – idea, że tu będą się mogli spotykać matematycy radzieccy, i matematycy z tak zwanych demoludów – z matematykami zachodnimi. Dzięki liberalnej polityce paszportowej „za Gierka” wyjeżdżaliśmy za granicę znacznie łatwiej niż obywatele z innych krajów realnego socjalizmu. Polscy matematycy mieli zatem wiele znajomości w Europie Zachodniej i USA. Do Polski chętnie przyjeżdżali wszyscy: dla matematyków radzieckich był to „zachód”, obywatele NRD czuli swobodę polityczną i najczęściej tylko tu mogli się spotkać z Niemcami z drugiej strony i tak dalej. Centrum funkcjonowało wspaniale – i działa dalej, chociaż nie spełnia już roli „ziemi niczyjej”: miejsca spotkań wszystkich ze wszystkimi. Jest międzynarodowe, kilka lat temu przewodniczącym Rady Naukowej był wybitny matematyk niemiecki Friedrich Hirzebruch. W jednoczącej się Europie narodowość będzie odgrywać coraz mniejszą rolę. W matematyce nigdy nie było to zbyt istotne, choć przykro mi było słuchać kilka lat temu, właśnie w Centrum Banacha, wykładu wybitnego matematyka rosyjskiego, z którego książki zdobywałem podstawy mojej specjalności naukowej, a o którym wiedzieliśmy, że jest wielkorosyjskim szowinistą. Jednak dałem ową książkę, z której się uczyłem, nawet stosownie pognieciona, z prośbą o autograf. Ale wkraczam na niebezpieczny grunt i czas kończyć wykład.

P.S. W chwili, gdy piszę ten artykuł, nie wiem jeszcze, jakie będą prace, które zadałem swoim studentom z Uniwersytetu Jagiellońskiego: „Moje miasto okiem matematyka”. Może Ci z Czytelników, którzy są nauczycielami, dadzą to swoim uczniom?