

Opinie matematyków i dydaktyków o nauczaniu matematyki

Prezentowane tu są poglądy wyrażone w ciągu bieżącej dekady na temat nauczania matematyki w różnych rejonach świata. Zamiast je komentować – zestawiono je w taki sposób, że komentują się wzajemnie.

HASSLER WHITNEY, matematyk amerykański, bardzo aktywny na polu kształcenia nauczycieli i ulepszania nauczania matematyki:

„Rozumowanie matematyczne staje się coraz ważniejsze w wielu dziedzinach; stwarza potrzebę doskonalenia się uczniów w takich rozumowaniach. Muszą oni w dodatku nauczyć się kontrolować wyniki swojej pracy, dostrzegać powiązania z innymi aspektami zagadnienia, oraz komunikować się w tych sprawach z kolegami i innymi osobami. Tak więc najważniejszym celem uczenia się matematyki musi być rozszerzenie u uczniów ich naturalnych umiejętności rozumowania, szczególnie w tych dziedzinach, gdzie ceni się w nim ścisłość. Muszą i tu być włączone: myślenie twórcze i krytyczne, coraz pełniejsza kontrola własnej pracy, dostrzeganie związków z rzeczami pokrewnymi i coraz większa sprawność w komunikowaniu się z innymi. [...] A tymczasem w przeciętnej klasie uczniowie są skupieni zupełnie na czym innym. Na przeciętnej lekcji matematyki uczeń próbuje zazwyczaj zapamiętać poszczególne schematy myślowe, nie zważając zupełnie na rozumowania, z których te schematy się wywodzą. Zgubiona zostaje w ten sposób sama istota tego procesu. Mówiąc po prostu, uczniowie zwykle próbują zapamiętać szeregi słów i symboli, nie zastanawiając się nawet nad tym, czy one cokolwiek znaczą. Efekty takiej nauki są, oczywiście, zupełnie bezużyteczne. [...] Główna przyczyna tego nieszczęścia jest z pewnością następująca. Nauczanie podające ma wpływ bardzo negatywny. Powoduje ono, że słuchacz skupia się na słowach nauczyciela, myślach nauczyciela, a nie własnych. Tak więc, o ile słuchacz nie ma czasu i swobody na przemyślenie tego, co usłyszał, porównania tego z wiadomościami, które poznał wcześniej, a także z własnym doświadczeniem w danej dziedzinie – zagubi sens bądź wcale go nie uchwyci. W szkole prawie wszystkiego się **naucza**, brak zaś czasu i swobody, które są niezbędne dla przyswojenia wiedzy”. (H. Whitney: *Coming Alive in School Math and Beyond*, „Educational Studies in Mathematics” 18 (1987), 3, s. 230.; także „Wiadomości Matematyczne” XXVII.2 (1987), s. 313–325)

IZAAK WIRSZUP, matematyk amerykański (polskiego pochodzenia) profesor Uniwersytetu Chicagowskiego, bardzo czynny na polu reform szkolnictwa amerykańskiego, propagator teoretycznych i praktycznych osiągnięć radzieckich w zakresie nauczania i uczenia się matematyki i nauk przyrodniczych:

„To, czego w zakresie arytmetyki, algebry i analizy uczy się w szkołach amerykańskich przez 13 lat, program radziecki pokrywa w ciągu zaledwie 10 lat, a w dodatku czyni to w sposób o wiele pełniejszy i efektywniejszy. [...] Spójrzmy na amerykańską szkołę średnią w perspektywie ostatnich osiągnięć radzieckich. Spośród około 4 milionów Amerykanów, którzy corocznie kończą 17 lat, 3 miliony uczyło się arytmetyki przez 9 lat. W ciągu pierwszych 6–8 lat ich nauczyciele na ogół nie mieli specjalistycznego wykształcenia matematycznego. Dziewięć lat powtarzanych w kółko ćwiczeń to wysiłek zmarnowany i przynoszący szkodę. Wynikające z tego poczucie niemal stagnacji i niekompetencji stanowi zarówno przyczynę, jak i symptom opłakanego stanu nauczania matematyki i nauk przyrodniczych, a w konsekwencji także kształcenia technicznego, w Stanach Zjednoczonych. W innych krajach uprzemysłowionych dzieci kończą naukę arytmetyki w ciągu 6 lat. A tymczasem Rosjanie przerabiają arytmetykę sensu stricto w pierwszych trzech [obecnie czterech – przyp. S. Turnau] klasach, a uzupełniają arytmetykę i nawet rozpoczynają algebrę w klasach 4 i 5. Tym, co umożliwiło takie osiągnięcia, jest fakt, że od klasy 4 matematyki uczą nauczyciele – matematycy, których wykształcenie jest równoważne co najmniej studiom magisterskim w Ameryce. Nawet radzieccy nauczyciele klas 1–3 [obecnie 1–4 – przyp. S. T.] otrzymują szerokie wykształcenie w zakresie matematyki, nauk przyrodniczych, psychologii wychowawczej i dydaktyki opartej na zaawansowanych pracach badawczych. [...]

Następujące zmiany programowe są niezbędne i pilnie zalecane:

1. Stworzenie całkowicie nowych programów matematyki dla wszystkich dzieci, pokrywających całą arytmetykę w ciągu pierwszych 6 lat nauki. Integralną część nowych programów od pierwszej klasy powinna stanowić geometria intuicyjna. Myślenie algebraiczne należy wprowadzić w ostatnich dwu latach tego sześcioletniego cyklu.

Wybrał i opracował
Stefan TURNAU,
Kraków

2. Wszyscy uczniowie powinni w klasach 7-9 przejść nowy trzyletni kurs algebry i równoległy trzyletni na wół formalny kurs geometrii, każdy po 2 do 3 godzin tygodniowo." [...] (I. Wirszup, *Education and National Survival; The soviet Challenge*, „Progress” March-April 1982)

KOMISJA NARODOWA ZSRR W UNESCO: „Przy wpajaniu naukowego poglądu na świat w procesie nauczania matematyki zasadnicze orientacje są zdeterminowane przez specyfikę tego przedmiotu i polegają na ukazywaniu związków między matematyką i rzeczywistością i rozwijaniu właściwego rozumienia roli abstrakcji i logiki w poznawaniu otaczającego świata. Uczeń musi także zrozumieć rolę praktyki i znaczenie zastosowań osiągnięć myśli matematycznej. [...] Przedstawienie związków między pojęciami matematycznymi i rzeczywistością jest potraktowane różnie na różnych poziomach nauczania. I tak w klasach IV-V większość ważnych faktów matematycznych ukazuje się wraz z odpowiednimi ilustracjami z życia potocznego. Praktycznie cały „świat realny” otaczający ucznia w domu, na ulicy, w szkole, świat bliski i daleki, włączając przestrzeń pozaziemską, znajduje odbicie w „opowiadaniach”, w których ukryte są zadania, przykłady i ilustracje. Stwarza to solidną postawę do poprawnego rozumienia przez ucznia natury pojęć matematycznych. [...] Sposób przedstawienia materiału teoretycznego i system zadawanych uczniom zadań gwarantują właściwy postęp w rozumieniu pojęć matematycznych i rozwoju realistycznego myślenia.

Szkolny kurs matematyki ma wyposażyć uczniów w sprawności rachunkowe adekwatne do współczesnego rozumienia tego, na czym polega zadowalająca umiejętność wykonywania rachunku. Nie wymaga się już ćwiczenia w przeprowadzeniu skomplikowanych i uciążliwych obliczeń przez wzgląd na szybko rozszerzające się zastosowania techniki komputerowej. [...] Uczniowie doskonałą elementy rachunku na każdym poziomie w kursie matematyki, ale uchwycenie większości z nich następuje już w czasie pierwszych pięciu lub sześciu lat nauki. W tym okresie uczniowie uczą się świadomie stosować działania arytmetyczne (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie). W dalszych latach przyswojone w ten sposób umiejętności i sprawności rachunkowe są utrwalać i ugruntowywane w nauce matematyki, fizyki, chemii i biologii. [...] Umiejętność użycia racjonalnych metod rachunku jest jednym z najważniejszych aspektów ogólnych umiejętności rachunkowych. Sprawne przeprowadzenie rachunku możliwie najmniejszym nakładem pracy i w możliwie najkrótszym czasie jest dobrym wskaźnikiem osiągniętego przez ucznia poziomu rozwoju matematycznego. Nie jest więc przypadkiem, że wśród zadań egzaminacyjnych z algebry są takie, które mają sprawdzić nie tylko samą sprawność użycia narzędzi algebraicznych do przeprowadzenia rachunku w sposób racjonalny.” (*Science and Mathematis Education in the General Secondary School in the soviet Union*, pod redakcją V.G. Razumowskiego, UNESCO, Paryż 1986, s. 22 i 31-32)

GEOFFREY HOWSON, angielski dydaktyk matematyki, jeden z twórców „School Mathematics Project” – najbardziej rozpowszechnionych w Wielkiej Brytanii i cenionych programów nauczania matematyki i podręczników, w referacie na Międzynarodowym Sympozjum ICMI w Warszawie w roku 1983:

„Czy powinniśmy dążyć do obszernego programu, oczekując jedynie płytkiego rozumienia przez słabszych uczniów, czy też należy zaoferować tym uczniom ograniczony materiał programowy i dążyć do jego głębszego rozumienia; *rozumienia które pozwala na użyteczne zastosowanie zdobytej wiedzy?*”

W wyniku przeprowadzonych ostatnio badań rządowych nad stanem nauczania matematyki w szkołach, wydano zalecenia, by w Anglii stosować tę drugą koncepcję i zawęzić zakres programu matematyki, w szczególności w nauczaniu dzieci o uzdolnieniach przeciętnych i niższych od przeciętnych. Tak więc dla szkoły średniej, kształcącej młodzież w wieku 11-16 lat, proponuje się programy zróżnicowane na trzy główne poziomy. Co więcej, programy te są zróżnicowane nie tylko ze względu na treści programowe i metody nauczania, ale także ze względu na *cele matematyczne*. Pociągnięcie to, oczywiście, bardzo różni się od aktualnej praktyki w krajach takich jak, dajmy na to, ZSRR. I tak, na przykład, sugeruje się, by do 40% dzieci angielskich uczyło się tylko niewiele algebry, gdy w teorii wszyscy uczniowie ZSRR są wprowadzani w rachunek różniczkowy. W Anglii niewielki procent dzieci uczy się geometrii dedukcyjnej – w ZSRR wszystkie dzieci uczą się twierzeń i dowodów w klasie szóstej.

Wydaje się co najmniej dziwne, że dwa kraje doszły do tak bardzo różnych wniosków dotyczących „matematyki dla wszystkich” [...]

Osobiście sędzę, że zachodzi potrzeba pewnego rodzaju zróżnicowania, jednak to, które proponuje cytowany przed chwilą angielski raport, nie wydaje się ani całkowicie słuszne, ani nadające się do zadowalającego wdrożenia. Ponadto, nie sędzę, by samo zróżnicowanie programów było odpowiedzią na to, co uważam za główny problem. [...]

Ogromna liczba uczniów nie widzi żadnego celu w uczeniu się tej matematyki, której się ich aktualnie uczy. [...] Jest więc istotne, byśmy poważniej, niż czyniliśmy dotychczas, zastanowili się nad motywacją uczniów i zdali sobie sprawę z tego, że zależy ona w dużej mierze od przemian, jakie zachodzą w społeczeństwie i w środowisku społecznym uczniów. [...]

Wolałbym więc, by nacisk był położony na matematykę stosowaną do problemów środowiskowych, gdzie „środowisko”, w którym człowiek się znajduje, może być biologiczne, społeczno-kulturalne lub jakiegokolwiek inne. Prawie na pewno najłatwiej to osiągnąć przez prace projektowe, w które uczeń jest zaangażowany. [...]

Aktywności te nie będą, według mnie, stanowiły same przez się zadowalającego programu matematyki. Jak wspomniałem wcześniej, potrzebny jest ustrukturywany program, w którym należytą wagę przywiązywano by się do przyswajania pojęć matematycznych w sposób ustrukturywany dydaktycznie, do przyswajania technik oraz do zaplanowanego w sposób ciągły powtarzania i utrwalania zarówno rozumienia, jak i sprawności. Nie wynikną one same z menu złożonego z „aktywności”, badań i projektów.

Te aktywności jednak mogą być motywacją do uczenia się matematyki, mogą pomóc uczniowi dojść do traktowania matematyki jako czegoś, co ma dla niego znaczenie. Mogą więc pomóc w zdobyciu motywacji i uzasadnienia dla uczenia się. Jeżeli taka motywacja i takie uzasadnienie nie istnieją, to zadanie nauczyciela matematyki staje się nie tylko trudne, ale po prostu niewykonalne. Z tego powodu powinniśmy poświęcić więcej uwagi rosnącemu stale problemowi: co uczynić, by nasi uczniowie dostrzegali cel w uczeniu się matematyki” (G. Howson: *Motywacja i wyniki*, „Dydaktyka Matematyki” 6 (1986), s. 131–133 i 140–141)

W.I. RYŻIK, nauczyciel z Leningradu, w artykule *O programie matematyki*, „Matematyka w szkole” 6 (1987):

„Stało się już tradycją, że najważniejsze wyniki nauczania to według programu – umiejętności. Nie wiedza, nie rozumienie przedmiotu, także nie stawiane przed nauczaniem ogólne umiejętności, lecz umiejętności wykonania jakichś ustalonych formalnych procedur: obliczeń, przekształceń, tożsamości, rozwiązywania równań i nierówności. A to, że nie stanowią one intelektualnych ani duchowych wartości dla większości uczniów, to, że one znikną całkiem z ich pamięci za jakieś 2–3 lata po ukończeniu średniego wykształcenia – to przecież jest już później, już nie nasza sprawa. Z bólem wspominam to, co napisał w książce *Everest – 82* dziennikarz J. Rost: „Boże, jakież śmieci wbijali nam do głowy nauczyciele! Co, jaka część z tego, czym nas męczyli i czym męczą teraz nasze dzieci, przydała się nam w życiu, pracy, miłości, zabawie?”

Oczywistą odpowiedź znajdujemy w programie. Najważniejsze w nim to, że uczeń ma umieć rozwiązywać nieprawdopodobne mnóstwo podobno niezbędnych ćwiczeń, a nauczyciel ma to umieć osiągnąć u wszystkich uczniów. Kulminacją tego współdziałania jest przygotowanie do egzaminów. Jakież tam rozwijanie osobowości, rozwijanie zdolności, zaspokajanie poznawczych zainteresowań! Dajesz przykład, jeszcze jeden przykład, jeszcze jedno równanie, jeszcze jedna całka – moi uczniowie wierzą w powagę tego, co się dzieje... Nie wiem, jak inni, ale ja w ostatnich latach coraz wyraźniej odczuwam bezsensowność tradycyjnego nauczania szkolnego. Jeśli dolożyć dostatecznych starań, to można wbić w głowę dziecka wszystko, co się zechce – fakt znany. Ale jak to się ma do realizacji celów wychowawczych i prawdziwego wykształcenia? Obawiam się, że na tej drodze znowu z góry przesądzonej programem, więcej tracimy niż zyskujemy i nie tylko nie rozwijamy ucznia, lecz ogłupiamy go. Uczący w szkole nauczyciele dobrze znają ten fenomen: uczniowie klas IV–V lepiej rozumują niż uczniowie klas VIII.

W ostatnich latach wiele użytecznego zrobili dla szkoły dydaktycy i psychologowie. Niewiele z tego wykorzystano w programie. Czyż nie nadużyto wielce dziwacznej terminologii pedagogiki teoretycznej: i „efektywność”, i „racjonalizacja”, i „zrównoważenie”, i to szczególnie modne w ostatnim czasie słowo „optymalizacja”?

Pojęcia te, jak wiadomo, w istocie mogą mieć zastosowanie tylko w dostatecznie formalnych systemach. Jakie one mają odniesienie do uczenia, do wychowania, do rzeczywistej pracy nauczyciela? Z literatury wiadomo, że 10% uczniów będzie wykorzystywać matematykę w swoim zawodzie, 20% ma obniżone możliwości uczenia się, także w matematyce, pozostałym 70% matematyka jest potrzebna jedynie jako element ogólnego wykształcenia. Potrzebne nam jest jasne, praktyczne rozumienie, po co wszystkich uczymy matematyki; czego uczyć w pierwszej kolejności tych 70% uczniów, jak uczyć te 10%, od których będzie zależał postęp naukowo-techniczny, i co uczynić, żeby te 20% dzieci nie przychodziło do szkoły jak na katorgę? Potrzebne nam jest jasne i współczesne rozumienie tego, czym jest „ogólne średnie matematyczne wykształcenie”. W niekończących się zmianach, poprawkach i uzupełnieniach to rozumowanie nie pogłębia się, nie staje się jaśniejsze. Ja takiego rozumowania z programu nie odczuwałem.”

PIERRE M. VAN HIELE, nauczyciel matematyki i psycholog holenderski, twórca teorii „poziomów myślenia Van Hielego”:

„Wiadomo, że w praktyce nauczania niewielką wagę przywiązuje się do poziomów myślenia. Jest bardzo rozpowszechnione, choć zawsze godne potępienia, mówić do uczniów o pojęciach należących do poziomu, którego wcale nie osiągnęli. Jest to najważniejsza przyczyna złych wyników w kształceniu matematycznym. Efektem takiego nauczania jest to, że uczniowie są zmuszeni naśladować strukturę działań nauczyciela. To postępowanie prowadzi najczęściej do opanowania operacji należących do tego poziomu. Ponieważ jednak struktura działań [uczniów] nie wynika z prawdziwego rozumienia (tj. z analizy struktur [niższego poziomu]), musi ona [być oparta na] globalnym [rozumieniu] struktury działań nauczyciela. Wydaje się, że osiągnięto pełny sukces: na dłuższą metę uczeń jest w stanie rachować prawie tak szybko jak nauczyciel.

Nauczyciel nie używa struktur [niższego (wizualnego) poziomu], gdy wykonuje rachunki, nie używają ich także uczniowie. Podczas jednak, gdy nauczyciel (jak przypuszczamy i mamy nadzieję) osiągnął umiejętność rachunku przez przekształcenie struktur niższego poziomu, u uczniów takie odniesienie [do tamtych struktur] w ogóle nie występuje. U nauczyciela rachunek jest na ogół związany z konkretnym materiałem. Zazwyczaj będzie on w stanie zastosować swą wiedzę w nowej sytuacji. Tymczasem zaś uczniowie będą w takim przypadku bezsilni.” (P.M. Van Hiele: *Structure and Insight – A Theory of Mathematics Education*, Academic Press, 1986, s. 66)

„Brak jasnego przedstawienia kontekstu danego przedmiotu jest dziś jednym z największych niedostatków w nauczaniu. Rzadko przedstawia się kontekst na początku nauki. Niekiedy czyni się próby poinformowania uczniów o kontekście przez [słowne] wyjaśnienia; jest to jednak bezcelowe, gdyż uczniowie powinni się [tego] nauczyć w działaniu, a nie być [o tym słownie] poinformowani.

Łatwo jednak pojąć, dlaczego w geometrii pomija się zazwyczaj przedstawienie kontekstu. Gdy patrzymy na geometrię jako na naukę – nie obchodzi nas przestrzeń, ani figury geometryczne w przestrzeni, a tylko relacje między własnościami tych figur. Na wysokim poziomie myślenia naukowego w zakresie geometrii nie myśli się o figurach przestrzennych; charakter relacji między własnościami tych figur jest jedynym przedmiotem studium. Toteż kontekst naukowego studium geometrii różni się całkowicie od kontekstu wprowadzenia w ten przedmiot. Nauczyciel ma silną inklinację do skierowania uwagi na prawdziwe obiekty nauczanej dyscypliny: relacje między własnościami figur geometrycznych, a więc także do mówienia do uczniów w języku opartym na kontekście, który dla nich nie istnieje. Obiekty należące do kontekstu, którego używa nauczyciel, dla dzieci nie mają sensu; a nauczyciel nie może tym obiektom nadać sensu w drodze przekazu.” (op. cit., s. 60)

PETER DAMEROW, zachodniemiecki dydaktyk matematyki, w referacie na Międzynarodowym Sympozjum ICMI w Warszawie w r. 1983:

„Prowadzi się teraz w związku z Raportem Cockrofta w Wielkiej Brytanii [badania], aby uzyskać odpowiedź na pytanie, co jest potrzebne dorosłemu w jego codziennym życiu i jakie umiejętności u dorosłych są wynikiem szkolnej edukacji matematycznej. Mimo tego, że Wielka Brytania jest przecież krajem wysoce zindustrializowanym, tylko niewielu mówi, że matematyka jest potrzebna. Można zupełnie dobrze dawać sobie radę i przeżyć bez żadnych umiejętności matematycznych. W większości przypadków braki matematyczne nie będą nawet zauważone.

Ale wyciąganie z tego wniosku, że matematyka może pozostać przedmiotem tylko dla specjalistów, oznacza patrzenie wstecz przy wytyczaniu kierunków działania oświatowego na przyszłość. Te fakty nie mówią tego, co wydaje się nam na pierwszy rzut oka. Dowodzą one tylko, że program „matematyki dla wszystkich” zakłada potrzebę osiągnięcia wyższych umiejętności, niż te, które produkowaliśmy w szkołach tradycyjnej matematyki na poziomie podstawowym i średnim. Tak więc „matematyka dla wszystkich” musi być programem przewyższania podporządkowania matematyki elementarnej przygotowaniu do dalszego kształcenia w matematyce czystej, programem przewyższania drugorzędności matematyki elementarnej, programem przewyższania nieprzydatności tej matematyki dla dorosłych. [...]

Tak więc musimy być świadomi tego, że „matematyka dla wszystkich” jako program działania zawiera intencję zmienienia tego ogólnego nastawienia przeciwko matematyce, intencję zmiany podziału ludzi na tych, którzy lubią matematykę, i tych, którzy jej nienawidzą i nigdy nie będą zajmować się myśleniem matematycznym, oraz intencję co najmniej obniżenia rozstępu i zmienności w uzdolnieniach produkowanych przez procesy uczenia się w szkole.” (P. Damerow: *Matematyka dla wszystkich – poglądy, zagadnienia, wnioski*, „Dydaktyka Matematyki” 6 (1986), s. 16–17)

ZOFIA KRYGOWSKA, polski dydaktyk matematyki, współtwórca programów i podręczników szkoły średniej obowiązujących w latach 1967–1986, w referacji na Międzynarodowym Sympozjum ICMI w Warszawie w roku 1983:

„Dyskusja na temat matematycznego kształcenia nie może pominąć dalszych i bliższych celów takiej edukacji. Można wyróżnić trzy poziomy celów, formułowanych w toku tej dyskusji. Pierwszy dotyczy podstawowych wiadomości i umiejętności w dziedzinie matematyki, które uznaje się za konieczne dla wszystkich. Te elementy określa zwykle treść programu szkolnego, często w postaci wyników nauczania. [...] Drugi poziom dotyczy postaw i zachowań specyficznych dla aktywności matematycznej oraz pewnej świadomości niektórych elementów matematycznej metodologii. [...] Trzeci poziom celów dotyczy postaw i zachowań intelektualnych funkcjonujących poza aktywnością matematyczną i rozwijanych przez transfer i dostosowanie postaw i specyficznych zachowań do innych dziedzin ludzkiej aktywności. W tym sensie uznaje się, że znaczenie uczenia się matematyki w ramach ogólnego kształcenia polega między innymi na intelektualizacji postaw i zachowań szerokich warstw społeczeństwa, rozwijanej przez kontakt młodego umysłu na etapie szkolnym z elementami nauki tak podstawowej dla ludzkiej kultury.

W rzeczywistości konstruuje się programy bez głębokiej refleksji nad drugim i trzecim poziomem celów. W szczególności wiemy bardzo mało na temat transferu, o którym tu mówimy. Co więcej, nie znamy jeszcze środków metodologicznych, które by nam pozwoliły na prowadzenie poważnych badań na temat mechanizmów takiego transferu, u uczniów średnich lub słabszych. Pewne nasze badania ujawniają, że uczenie się matematyki przez niektórych uczniów nie tylko nie rozwija u nich postaw i zachowań drugiego poziomu, ale utrwała to, co nazywamy zdegenerowanym formalizmem i co charakteryzuje się nieobecnością w myśli ucznia semantycznego sensu terminów i symboli i chaosem w stosowaniu reguł syntaktycznych (a liczba tych uczniów nie jest taka mała, by można było z punktu widzenia społecznego ignorować to zjawisko). Nasze obserwacje świadczą o fałszywości przekonania, że cele drugiego i trzeciego poziomu realizują się prawie automatycznie w toku zdobywania wiadomości i ćwiczenia sprawności określonych przez treść programu. [...]

Wyduje się, że jedną z głównych przyczyn tego zjawiska jest między innymi uczenie się oparte przede wszystkim na recepcji treści w postaci gotowej matematyki. W szkolnej rzeczywistości przyjmuje się nawet – milcząco – ten stan rzeczy za normalny i nieunikniony, uważając, że aktywność matematyczna jest dostępna tylko dla uczniów uzdolnionych i interesujących się matematyką, natomiast niedostępna dla większości uczniów średnich i dla tych wszystkich, których się traktuje w szkole jako słabych. Według tej opinii, dość rozpowszechnionej, uwzględniając w planie edukacji szkolnej dla wszystkich matematykę jako przedmiot obowiązujący wszystkich, trzeba pogodzić się z tym faktem i oprzeć uczenie się tego przedmiotu przez słabszych uczniów na ich pamięci i na rozwijaniu pewnych automatyzmów w toku ćwiczeń, podobnych i wielokrotnie powtarzanych. Taka jest rzeczywistość szkolna mimo tendencji współczesnej pedagogiki.” (Z. Krygowska: *Elementy aktywności matematycznej, które powinny odgrywać znaczącą rolę w matematyce dla wszystkich*, „Dydaktyka Matematyki” 6(1986), s. 25–26)