

Wielościany – teoria i praktyka

Z czym kojarzą się wielościany? – zazwyczaj z zadaniami z geometrii, gdzie trzeba dużo obliczać, wykorzystując intensywnie funkcje trygonometryczne, twierdzenie Pitagorasa i różnego rodzaju proporcje. Ktoś zapytany, jak wyobraża sobie wielościan, najczęściej opowiada o bryłach przypominających piramidy egipskie lub sześciennie bloki. W szkole bowiem poznajemy głównie graniastosłupy i ostrosłupy przy okazji zadań przeważnie egzaminacyjnych. Rzadko który maturzysta potrafiłby opisać wszystkie wielościany foremne, żeby nie wspomnieć o archimedesowych. Nieznajomość wielościanów bierze się przede wszystkim z ogólnej niechęci do geometrii, szczególnie przestrzennej (bo trzeba jeszcze robić rysunki). A przecież to właśnie wielościany mogą być znakomitą sojusznikiem w ukazywaniu piękna tej, tak często nielubianej, dziedziny. Od tysięcy lat zachwycały nie tylko matematyków, lecz każdego, kto był wrażliwy na piękno i proporcje. Motywy wielościennie wykorzystywali malarze, architekci, a także filozofowie, do opisu ładu Wszechświata.

Warto zatem przyjrzeć się bliżej przynajmniej niektórym rodzinom tych najbardziej regularnych wielościanów, poznać ich najprostsze własności, zadumać się nad pięknem proporcji. . .

Z pomocą przychodzą rozmaite strony internetowe, gdzie można sobie wybrane obiekty pooglądać na różne sposoby, w różnych kolorach i w przeróżnych konfiguracjach. Czy w takiej sytuacji potrzebne są książki na temat wielościanów? Autor przychodząc do wydawcy z propozycją wydania takiej książki, musi się liczyć z pytaniem o sens jej pisania – w internecie jest przecież wszystko na ten temat. Wydawcy z pewnością nie spodoba się też duża liczba rysunków, naturalnie kolorowych, co przecież podraża znacznie koszty druku, a to grozi tym, że książka łatwo się nie sprzeda. Trzeba sporo odwagi, żeby zdecydować się na wydanie książki poświęconej wielościanom, w której prawdopodobnie będzie więcej rysunków i fotografii niż tekstu.

Takiego ryzyka podjęło się Wydawnictwo NOWIK Sp.j. oddając do rąk czytelnika książkę *W krainie wielościanów* Piotra Pawlikowskiego z podtytułem *Zrób sobie bryłkę*. Autor, dyplomowany nauczyciel matematyki w Zespole Szkół Ogólnokształcących w Kluczborku, jest pasjonatem wielościanów. Sam wykonał ponad setkę, często bardzo skomplikowanych, modeli wymagających nierzadko wielogodzinnej pracy. Jest właścicielem unikatowej na skalę europejską (a może nawet światową) kolekcji zrobionych przez siebie niezwykłych brył. Swoimi doświadczeniami dzieli się na łamach czasopisma *Magazyn Miłośników Matematyki*, gdzie prowadzi stały dział *Zrób sobie bryłkę*. Książka powstała w wyniku połączenia tekstów z *Magazynu* i jest czymś w rodzaju przewodnika po najważniejszych rodzinach wielościanów.

Podzielona jest na 17 krótkich, najczęściej cztero-, pięciostronnicowych rozdziałów, w których opisane są wybrane wielościany i zaproponowane dokładne sposoby wykonania ich modeli – wszystko naturalnie jest bogato ilustrowane kolorowymi rysunkami i zdjęciami brył niewątpliwie zrobionych przez Autora. Oprócz tego, w dodatku czytelnik znajdzie siatki modeli do każdego rozdziału, na powielanie których Wydawca wyraził zgodę.

„Zwiedzania krainy wielościanów nie można rozpocząć inaczej, niż od poznania jej najważniejszych mieszkańców”. Tak rozpoczyna się pierwszy rozdział książki poświęcony najregularniejszemu z regularnych – wielościanom foremnym. Krótko opisane są ich własności oraz przedstawione siatki. Autor uzasadnia też, że takich brył nie może być więcej niż pięć typów i przypomina, że to właśnie Euklides w *Elementach* pierwszy formalnie podał ich konstrukcję. W drugim rozdziale omówione są wielościany archimedesowe powstałe przez ścinanie naroży wielościanów foremnych. I tu czytelnik znajdzie odrobinę historii oraz kilka dobrych rad dotyczących wykonania odpowiednich modeli. Kolejne dwa rozdziały poświęcone są kompozycjom wielościanów foremnych dualnych; jest tam więc stella octangula (czyli kompozycja dwóch czworościanów), kompozycja sześciianu z ośmiościanem i dwunastościanu z dwudziestościanem foremnym. Stopniowo rosną wymagania od czytelnika pragnącego wykonać proponowane modele. W rozdziałach piątym i szóstym opisane są rombościany – wielościany o ścianach rombowych. Najbardziej znane – dwunastościan rombowy i trzydziestościan rombowy – Autor konstruuje jako otoczki wypukłe, nazywając je opakowaniami, wcześniejszych kompozycji. Czytelnik znajdzie tam też opis pięknego dziewięćdziesięciościanu rombowego i innych rombościanów odkrytych stosunkowo niedawno. Potem następuje powrót do opisu wielościanów archimedesowych, których konstrukcję można oprzeć na bazie wielościanów rombowych. Rozszyfrowane zostają nazwy na przykład sześćośmiościanu rombowego małego i wielkiego. Opis konstrukcji najbardziej niezwykłych wielościanów archimedesowych – sześciianu przyciętego i dwunastościanu przyciętego – zamyka prezentację wielościanów archimedesowych. Dla tych ostatnich obiektów Autor proponuje inne nazwy: sześćo-óśmiościan przycięty i dwudziesto-dwunastościan przycięty, choć właśnie z opisu widać, że bryły przycięte powstają raczej przez skracanie wybranych ścian obiektów wyjściowych, niż przez ich przycinanie.

Kolejnymi mieszkańcami *W krainie wielościanów* są wielościany gwiaździste Keplera–Poinsota – niewypukłe wielościany foremne oraz dwunastościan rombowy gwiaździsty. Konstrukcje ich modeli wymagają już pomysłowości oraz sporej cierpliwości, ale w nagrodę czytelnik dostanie przepiękne obiekty takie, jak choćby dwudziestościan wielki, które z pewnością zachwycą nawet zapiekłych przeciwników geometrii. A to jeszcze nie koniec! W ostatnich pięciu rozdziałach Autor przedstawia regularne kompozycje wielościennie, piękne

układy pięciu sześciątów, pięciu ośmiościanów i tyłu czworościanów oraz dziesięciu czworościanów wraz z krótkimi opisami ich własności. Obiekty te zachwycają swoją urodą, wymagają jednak od pragnących je wykonać szczególnej staranności i cierpliwości. Podobno konstrukcja wyjątkowej urody kompozycji pięciu sześciątów wymaga około 20 godzin pracy. Autor jednak pociesza, żeby się nie zrażać. On sam, jak twierdzi, też był przekonany, że nie ma zdolności manualnych, a potem doszedł do takiej wprawy, że potrafi konstruować modele składające się z ponad 1700 elementów.

Przeglądając książkę czytelnik ma okazję poznania czterdziestu pięciu wielościanów, ich najprostszych własności oraz dostaje dokładne instrukcje do wykonania odpowiednich modeli. Jak już było wspomniane, każdy z rozdziałów zawiera ilustracje wykonane bardzo starannie i przejrzysto, dobrze tłumaczące omawiane własności i konstrukcje. Są też ładne zdjęcia wszystkich omawianych modeli. Na końcu każdego rozdziału czytelnik znajdzie zadania, przeważnie nietypowe, zachęcające do lepszego zrozumienia prezentowanych zależności pomiędzy opisanymi obiektami.

Na uwagę zasługuje dokładnie przemyślany układ materiału; Autor rozpoczyna prezentację od najprostszych wielościanów, by stopniowo przejść do tworów bardziej skomplikowanych. Konstrukcje ułożone są logicznie – nowe związane są zazwyczaj ściśle z poprzednimi. Na przykład nie ma w książce miejsca. Zastanawiać może dobór niektórych terminów, jak na przykład „opakowanie” lub „uwypuklenie”. Należy jednak zaznaczyć, że w języku polskim (lecz także i w angielskim) nie ma jednolitej terminologii w tej dziedzinie, a niektóre sytuacje zostały w literaturze polskiej opisane po raz pierwszy. W takiej sytuacji Autor ma prawo do swoich propozycji, które później z pewnością będą podlegały ewolucji. Może przydałoby się więcej zadań i problemów pozwalających jeszcze lepiej wniknąć w tajniki przedstawianych wielościanów, lecz i tu należy uszanować zamysł Autora co do

bardziej opisowego i praktycznego charakteru książki. Na końcu zamieszczona jest podstawowa literatura uzupełniająca oraz adresy szczególnie interesujących stron internetowych, co pozwoli zainteresowanym na znacznie szersze zapoznanie się z różnymi rodzinami wielościanów.

W krainie wielościanów można śmiało polecić wszystkim, którzy lubią nie tylko oglądać ładne modele, ale sami chcieliby też popробować własnych sił przy ich konstrukcji. Choć o większości przedstawionych wielościanów nie wspomina się w programach szkolnych, to warto, by nauczyciele matematyki (i nie tylko) zapoznali się z tymi obiektami. Może ktoś zechce wzbogacić pracownię matematyczną o atrakcyjne, przyciągające oko modele. Uczniowie też z przyjemnością obejrzą ładne konstrukcje, a przy okazji mogą się również czegoś dowiedzieć. Książka może stać się sprzymierzeńcem nauczyciela w przekonywaniu uczniów, że obiekty matematyczne są ładne, a sama geometria może być ciekawa. Wykonując samodzielnie proponowane modele, ćwiczymy nie tylko manualne zdolności, lecz także, poprzez praktykę, uczymy się elementów geometrii.

Przy okazji warto wspomnieć o trudno dostępnej u nas książce Magnusa J. Wenningera *Polyhedron Models*, cytowanej przez Pawlikowskiego. Jest to niezwykle interesujący zbiór opisów blisko 120 modeli wielościanów do samodzielnego wykonania. Choć książka zawiera tylko czarno-białe ilustracje, a opisy są często bardzo zwięzłe, to stanowi cenne źródło informacji o wielu mało znanych rodzinach wielościanów.

Kraina wielościanów jest nieskończenie bogata i nawet najbardziej sceptycznie nastawieni do geometrii muszą przyznać, że zamieszkują ją naprawdę piękne okazy.

Piotr Pawlikowski, *W krainie wielościanów. Zrób sobie bryłkę*. Wydawnictwo NOWIK Sp.j., Opole 2006.

Magnus J. Wenninger. *Polyhedron Models*, Cambridge University Press 1971.

Zdzisław POGODA