Tekst powstał w związku z odczytem Autora na XXXVI Szkole Marematyki Poglądowej *Pomysł czy rachunek?*, Grzegorzewice, styczeń 2006.

Inspiracje matematyczne w architekturze

Ryszard JANISZEWSKI, Białystok

Od architektury liniowej do architektury topologicznej

Badacze ontogenezy architektury stwierdzają, że dokonywanie podziału pierwszych siedzib ludzkich doprowadziło stopniowo do standaryzacji i modularności, co zostało uwieńczone matematycznie wyrażonymi kanonami proporcji [1]. Wyraźne związki architektury i matematyki trwają od Starożytności. Starożytność to symetria, proporcje, geometria euklidesowa, Renesans zaś to perspektywa, geometria rzutowa. Jeszcze dziś zachwyca nas szlachetność proporcji architektury starożytnej, średniowiecza, renesansu czy baroku. Była tam ludzka wymierność wyrażona w „stopie" lub „łokciu". Ludzkie oko przyjmowało i przyjmuje do dzisiaj te proporcje z zadowoleniem i spokojem. Budowanie było sztuką miary – umiaru („maswerk"), co św. Augustyn wyraził jasno: „Miara i liczba zapewniają rzeczy ład i jedność, a przez nie – piękno". Dążenie do ideału i doskonałości ceniono wyżej niż oryginalność. Gdy z czasem do architektury wkroczył metr, owoc abstrakcyjnej, matematycznej myśli nowoczesnej techniki, wyłączony został z powszechnego użytku „złoty podział". Jednak do lat sześćdziesiątych dwudziestego wieku panowały wyraźnie programy akceptujące rygoryzm geometrii liniowej, dyscyplinę ortogonalności przy jednoczesnym wykluczaniu spontanicznych wątków twórczości. W tym czasie wzrosło zainteresowanie twórczością Antonio Gaudiego (1852–1926) i innych, preferujących formy opływowe i rzeźbiarskie. Gaudi dla swoich wizji przestrzennych, zbyt skomplikowanych i nietypowych, aby można je było analizować matematycznie pod względem wytrzymałościowym, wykonywał specjalne modele fizyczne i badał ich zachowanie (doświadczalnie doszedł do krzywej łańcuchowej). Charles Jencks [2] tendencje odchodzenia od dominującej dotychczas liniowości w architekturze nazwał architekturą nieliniową. Twierdzi, że nowe dziedziny wiedzy (teoria chaosu, geometria fraktalna, teoria automatów komórkowych, samoorganizacja, teoria katastrof) stwarzają nowy język opisu rzeczywistości i stanowią wyzwanie do tworzenia nowych metafor w architekturze. Pojawiły się formy fałdujące o topologicznych kształtach, projektowane za pomocą narzędzi cyfrowych i zarazem produkowane cyfrowo (*file-to-factory*). Ścisła współzależność architektury topologicznej i kultury informatycznej doczekała się określeń: architektura hiperprzestrzeni, architektura w cyberprzestrzeni. Jako najbardziej znane przykłady architektury nieliniowej najczęściej wymienia się muzeum Guggenheima w Bilbao zaprojektowane przez Franka Gehry'ego, Aronoff Center w Cincinnati Petera Eisenmana oraz przybudówkę do Muzeum Berlińskiego Daniela Libeskinda.

Geometria w architekturze krajów islamskich

Rzucającym się w oczy przykładem symbiozy matematyki i architektury są budynki sakralne i świeckie w krajach muzułmańskich. Architektura islamu oparta jest o umiejętność konstruowania zadziwiających swoim bogactwem ornamentów geometrycznych (arabeska, maureska), a kształty powierzchni i brył świadczą o dużej wiedzy matematycznej. Ornamentyka dekoracyjna ujęta jest w sztywne ramy proporcji i symetrii, a wzory geometryczne i stylizowane napisy są przekaźnikami znaczeń teologicznych, antropologicznych i kosmologicznych. Dzięki temu architektura (geometria) ta oddziałuje nie tylko na zmysły, ale także pobudza intelekt. Potwierdzeniem symbiozy architektury i geometrii jest fakt, że równoważnym do naszego słowa „architekt" jest w islamie „mohandis". Oznacza ono geometrę, który tworzy jednocześnie strukturę i ornamentację budowli [3].

Architekt jako poszukiwacz kształtu

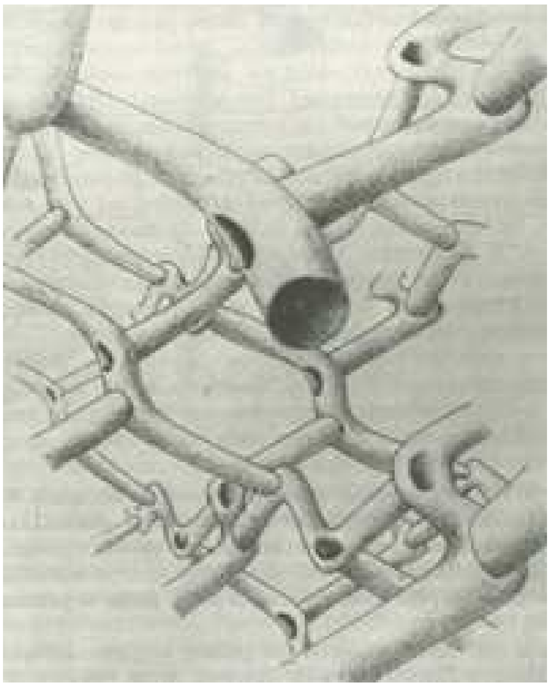
„Odpowiednie dać rzeczy słowo”
C.K. Norwid

Skoro architektura jest sztuką kształtowania przestrzeni, zatem architekt jest poszukiwaczem, który po norwidowsku ma „odpowiedni dać rzeczy kształt”. Gdzie ma szukać natchnień i inspiracji? W świecie przyrody (bionika), w świecie tworów kulturowych, a może w świecie abstrakcji (matematyki). Zdaje się, że na logicznym obszarze matematyki mogą zgodnie istnieć bieguny pracy architekta: intuicja i racjonalizm. Wizualizacja pojęć matematycznych może stać się generatorem form przestrzennych. Różnorodne kształty charakteryzujące się wewnętrznym ładem logicznym mają jednocześnie zdolność wywoływania bogactwa wrażeń i nastrojów. Następuje przenikanie języka racjonalnego matematyki i języka obrazowego architektury. Zatem generowane formy oprócz waloru ekspresji mają walor racjonalny, podatność na analizę ilościową i symulację parametryczną.

Z kształtem związana jest wytrzymałość formy (kształtowanie wytrzymałościowe). Sfera wizualna i wytrzymałościowa dominują obecnie w architekturze, ale warto zauważyć, że kształty swoimi własnościami akustycznymi i optycznymi wpływają na człowieka. Pożyteczny może być zatem analityczny opis własności akustyczno – optycznych krzywych i powierzchni (kaustyki). Kształt obiektów i ich elementów może mieć istotny wpływ na interakcje z polem elektromagnetycznym, a także z polem termicznym.

Lecha Tomaszewskiego poszukiwania kształtu

W świetle aktualnie głośnych prób wykorzystywania geometrii wstęgi Möbiusa w architekturze należy wspomnieć Lecha Tomaszewskiego (1926–1982), profesora Akademii Sztuk Pięknych w Warszawie. Już w latach sześćdziesiątych ubiegłego wieku poszukiwał nowych form w kategoriach jednostronności ([4], [5]). Wykonał wiele projektów form artystycznych (szkice projektowe brył architektonicznych, rzeźby, formy przestrzenne) inspirowanych powierzchniami jednostronnymi (rys. 1, 2).



Rys. 1. Lech Tomaszewski, Powierzchnia jednostronna o nieskończonej liczbie gałęzi, rysunek na bibułce [6]

Rys. 2. Lech Tomaszewski, Model powierzchni jednostronnej złożonej z dwóch gałęzi o dwóch liniach stycznych, tzw. Ucho, 1963, gips, [6]

Rys. 3. Konstrukcja tensegrity [21]

Buckminster Fuller – wynalazca i wizjoner

Warto jeszcze przywołać Buckminstera Fullera (1895–1983), amerykańskiego wynalazcę, architekta i matematyka. Najbardziej znanym jego wynalazkiem jest kopuła geodezyjna (1949 r.). Jest to przekrycie o pięknej formie architektonicznej, o dużej rozpiętości i zarazem bardzo lekkie. Pomysł kopuły poparty był wnikliwymi studiami geometrii sferycznej (1947-1948). Wynalazek kopuły geodezyjnej uważa się za początek architektury high-tech. Jest to też jedna z pierwszych konstrukcji typu tensegrity (rys. 3), które obecnie jako rzeźby można zobaczyć w wielu miastach na świecie, ale niestety nie spotkamy ich w Polsce. Dlaczego?

Kształtowanie wytrzymałościowe i parametryczne

Matematyka oddziałuje na architekturę nie tylko przez symbolikę bryły i detal konstrukcyjny (ornament), ale także przez sferę konstrukcyjną.

Budynki poddawane są różnorodnym obciążeniom, które należy przewidzieć, wyznaczyć rozkład naprężeń w elementach struktury oraz tak dobrać geometrię i parametry techniczne, aby nie nastąpiła katastrofa. Obciążenia dzielimy na statyczne (ciężar konstrukcji) i dynamiczne. Wśród obciążeń dynamicznych mamy: parcie wiatru, opływy powietrza wokół budynku, działanie fal sejsmicznych, obciążenia termiczne, osiadanie gruntu, działanie fal wybuchowych. Do klasycznego języka analizy konstrukcji weszły takie pojęcia jak: wyboczenie, drgania własne, wartości własne, flatter (rezonans). Możliwość realizacji niektórych projektów architektonicznych była warunkowana istnieniem specjalistycznych metod obliczeniowych i pracochłonnością obliczeń(np. kratownice przestrzenne).

Doskonalenie technik projektowania oparte jest o coraz lepsze oprogramowanie, które z kolei bazuje na coraz bardziej wyrafinowanych modelach matematycznych. Od niedawna zaczęto stosować w projektowaniu architektonicznym i urbanistycznym (high-tech) wysoce przetworzone informatycznie modele matematyczne do symulacji różnych zagadnień [7]. Symulacja komputerowa pozwala już w fazie projektowania na ocenę wpływu rozwiązań architektonicznych i inżynierskich na parametry jakościowe budynku. Zakres zagadnień, które próbuje się symulować jest bardzo szeroki: przepływ powietrza wokół zespołu budynków, wokół budynku, wewnątrz budynku, rozkłady temperatur wewnątrz budynku, nasłonecznienie, zacienienie, wybuch paniki, . . .

Powstaje pytanie, czy te nowinki symulacyjne mogą mieć jakiś istotny wpływ na styl pracy architekta w przyszłości? Otóż są autorzy którzy przewidują, że w przyszłości architekci przejmą zadania konstruktorów [8]. Architekt będzie dysponował modułami geometrycznymi sprzężonymi z modułami analizy konstrukcji (MES), co daje możliwość modelowania różnych kształtów, materiałów wraz z analizą statyczną i dynamiczną. W sposób naturalny powstaje pytanie, jak w tej sytuacji będzie wyglądała kultura matematyczna architekta przyszłości?

W poszukiwaniu kształtu matematycznym tropem

Wykresy funkcji dwóch zmiennych, czyli nie tylko „Złote tarasy”

Wykresy funkcji dwóch zmiennych mogą być sposobem na uzyskanie oryginalnych kształtów powłok oraz na wyjście poza stosowane obecnie

Rys. 4. Model „małpiego siodła" wykonany przy pomocy pakietu Derive 5,0 [21]

Rys. 5. Hiperboloida jednopowłokowa [21]

kształty kwadryk. Tak wygenerowane kształty oprócz waloru ekspresji mają i tę zaletę, że powłoka definiowana matematycznie umożliwia analityczne wyznaczenie rozkładu naprężeń. Najbardziej nawet wyrafinowane modele cyfrowe nie wyprą materialnych makiet, o czym przypomniał Dennis Sheldon z renomowanego biura architektonicznego zajmującego się projektowaniem cyfrowym (Gehry Technologies) w swoim wystąpieniu na konferencji „Non Standard Praxis" w 2004 r. ([9], [10]). Zatem pakiet matematyczny z możliwością generowania wykresów funkcji dwóch zmiennych wraz z nożyczkami lub programowalną wycinarką laserową stwarza wdzięczną metodę wykonywania makiet architektonicznych (rys. 4).

Powierzchnie minimalne czyli lekkość i gracja

Powierzchnie minimalne odgrywają inspirującą rolę w kształtowaniu konstrukcji powłokowych [11]. Mała grubość w stosunku do pozostałych wymiarów powoduje, że główną dominantą dla obserwatora jest kształt powłoki. Występuje tutaj maksimum efektu wizualnego przy minimalnym ciężarze. Ekspresja wizualna tych powierzchni przejawia się w ich lekkości, spójności, gładkości i stylu (rys. 5, 6). Wytrzymałość przekrycia uzyskuje się przez nadanie im odpowiedniego kształtu, a nie drogą stosowania bardziej wytrzymałych materiałów. Wstępny etap projektowania przekryć membranowych polega na obserwacji błon mydlanych napinanych na dowolnie kształtowanym konturze. Kiedy oglądam projekty i realizacje „fałdujących" architektów o światowej renomie, wtedy zastanawiam się, czy znają oni piękno gładkich połączeń periodycznych powierzchni minimalnych.

Wstęga Möbiusa forma architektoniczną?

Przykładem jednoznacznie matematycznej inspiracji w architekturze jest geometria wstęgi Möbiusa. Czegoś podobnego nie znajdziemy w przyrodzie. Wstęga Möbiusa ma bogaty, unikalny potencjał inwentyczny jako forma

Rys. 6. Powierzchnia minimalna [21]

Rys. 7. Studium wstęgi Möbiusa [21]

Rys. 8. Model katastrofy R. Thoma typu szpic [21]

architektoniczna (rys. 7). Ten potencjał może być obecnie wykorzystany dzięki osiągniętemu poziomowi technologii informatycznej. Elementy konstrukcji projektowane cyfrowo mogą być produkowane bezpośrednio na podstawie danych cyfrowych (*file-to-factory*). Carlo H. Séquin [13] nawołuje, aby skończyć z li tylko estetyczną ekspresją wstęgi Möbiusa (rzeźba, malarstwo, grafika, literatura) i daje przykład projektu mostu – wstęgi, a także budynku mieszkalnego. Inspiracja wstęgą Möbiusa w architekturze jest czystym przykładem podążania funkcji za formą. Puśćmy wodze fantazji. Powiedzmy, chcemy zbudować oryginalny budynek Ośrodka Kultury Matematycznej inspirowany wstęgą Möbiusa. Oprócz całej serii unikalnych zagadnień obliczeniowych i konstrukcyjnych wyłania się problem warunkujący przedsięwzięcie,jak konstruować, aby bryła gmachu nie straciła walorów wizualnych wstęgi.

Morfologia fałdy inspiruje architektów

Teoretycy architektury w nurcie architektury cyfrowej wymieniają metodę fałdowania, nazywaną także metodą matematyczną. Polega ona na morfowaniu (fałdowaniu) zalążkowego obiektu geometrycznego poddanego przekształceniom odzwierciedlającym złożoność otoczenia. Metodologia podejścia do projektowania nawiązuje do teorii „fałdy" Gillesa Deleuze'a [12]. Niektórzy „fałdujący" architekci wykorzystują znane z teorii katastrof René Thoma katastrofy elementarne (rys. 8).

Architektura i geometria kartki papieru

Wymagania ekologiczne sprawiają, że wzrasta zainteresowanie papierowymi systemami konstrukcyjnymi. Stosuje się tuby papierowe, konstrukcje typu plastra miodu oraz wykorzystuje się technikę origami ([14], [15]). Architektura form papierowych może liczyć na inspiracje geometryczne. Metodą wyginania papieru można uzyskać formy walcowe, stożkowe, kuliste, torusowe, a także płaskie o spiralnym reliefie (spidron). Z kolei techniką składania plasterkowego można wykonywać elipsoidy z kół, sfery z pierścieni kołowych czy paraboloidy hiperboliczne z trapezów prostokątnych (rys. 9).

Architekt przyszłości a matematyka

W redakcji „Architektury" [16] odbyła się w 2005 roku dyskusja o formie w polskiej architekturze lat 1989–2004. Dyskutanci próbowali wyjaśnić przyczyny braku oryginalnych kształtów w polskiej architekturze. Podnoszono także kwestię niskiej kultury architektonicznej społeczeństwa. Choć wyraźnych diagnoz nie postawiono, to najważniejsze, że redakcja dała impuls do refleksji. Myślę, że jednym z wątków, na który warto zwrócić uwagę, jest innowacyjna rola inspiracji matematycznej w pracy architektów. Aby jednak matematyka inspirowała architekta, powinna być znana i doceniana. Wspomniany wcześniej B. Fuller, aby skonstruować kopułę geodezyjną poświęcił dwa lata na zgłębianie trygonometrii sferycznej. W sposób naturalny przechodzimy do zagadnienia kultury matematycznej architekta przyszłości. Do sformułowania celu strategicznego nauczania matematyki przyszłych architektów przynagla postępująca ewolucja warsztatu pracy architekta, polegająca na przejmowaniu zadań konstruktora, dzięki

rozwojowi wspomagania komputerowego (CAD, MES). Tym samym, co warto podkreślić, zawód architekta wraca do naturalnej, pierwotnej sytuacji, kiedy elementy sztuki, nauki i techniki w tym zawodzie stanowiły nierozdzielną całość.

Jako ciekawostkę historyczną dotyczącą związków nauczania matematyki i architektury warto przypomnieć wynik poszukiwań badawczych Mariana Morelowskiego [17], który starał się rozwikłać zagadkę kim byli tajemniczy „profesorowie matematyki” w polskich szkołach inżynierii wojskowej i architektury XVII i XVIII wieku. Na podstawie analizy polskich traktatów matematyczno - architektonicznych ([19], [20]) stwierdził, że kursy matematyki uwzględniały sporo zagadnień architektury starożytnej i ówczesnej. Symbiozę matematyki i architektury pięknie wyraża niezwykły tytuł traktatu Aleksandra Węcławskiego (ur. c. 1728, zm. 1791): *De modo cogniscendi proportiones rerum arithmeticas, geometricas et harmonicas, atque earum singurlarem usum in architectura, sculptura et pictura etc.*

Jeśli zaś chodzi o ubogą kulturę architektoniczną społeczeństwa polskiego, to powstaje pytanie jak popularyzować związki matematyki i architektury.

Rys. 9. Architektura i papier [21]

Matematyka i architektura elementami kultury ogólnej

Tendencje kulturowe danego okresu można obserwować równolegle, tak w matematyce jak i w architekturze. Wacław Zawadowski [18] posłużył się opisem przejścia od modernizmu do postmodernizmu w architekturze, aby objaśnić rodzenie się nowego stylu w matematyce i w jej nauczaniu. Matematyka w sposób niewidoczny przenika kulturę ogólną, natomiast architektura jest z kolei najbardziej dostrzegalnym elementem kultury danej epoki czy obszaru kulturowego. W każdej epoce historycznej kultura matematyczna i kultura architektoniczna wzajemnie się splatają i przenikają. Inspiracje matematyczne w architekturze można podzielić na bezpośrednie i pośrednie. Idee, pojęcia i metody matematyczne dyfundują w obszar twórczości i metod projektowania architektonicznego. Warto jeszcze zauważyć, że analiza związków matematyki i architektury może być pożytecznym uzupełnieniem warsztatu teoretyka architektury, a także krytyka architektury.

Literatura

[1] M. Tobolczyk, *Narodziny architektury*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2000.

[2] C. Jencks, *Nonlinear Architecture: New Science = New Architecture*, Architectural Design, 64, 9/10, 1997.

[3] K. Critchlow, *The use of geometry in Islamic lands*, Architectural Design, vol. 74, No 6, 2004.

[4] L. Tomaszewski, *Powierzchnie jednostronne*, Projekt, 6, 1962.

[5] L. Tomaszewski, *Zastosowanie powierzchni jednostronnych*, Projekt, 1, 1963.

[6] J. Gola, *Koncepcja przestrzeni Lecha Tomaszewskiego*, Sztuka a technika, Materiały Sesji Stowarzyszenia Historyków Sztuki, PWN, Warszawa 1991.

[7] M. Zmysłowska, *Matematyka architektury – symulacje komputerowe budynków*, Architektura-Murator, 11, 2004, s. 101–106.

[8] Z. Rychter, *Języki i mikroświaty CAD – projektowanie eksploracyjne*, Zeszyty Naukowe Politechniki Białostockiej, Architektura z. 18, Białystok 1999.

[9] G. Pęczek, *Blob - standardowa architektura przyszłości?*, Architektura-Murator, 2, 2005.

[10] Internet: http://architecture.mit.edu/project/nsp/

[11] *Textile Roofs*, Berlin 2004. Materiały konferencyjne.

[12] B. Stec, *Uwagi o fałdowaniu w architekturze współczesnej*, Studia Kulturoznawcze Nr. 12, Wyd. Fundacji Humaniora, Poznań 1999.

[13] C.H. Séquin, *To Build a Twisted Bridge, „Bridges–Mathematical Connections in Art, Music, and Science"*, 2000. Internet: http://members.tripod.com/vismath4/sequin

[14] B. Boratyn, *Architektura z papieru – papier w architekturze*, Architektura-Murator, 2, 2004.

[15] T. Nojima, *Modelling of Folding Patterns in Flat Membranes and Cylinders by Origami*, ISME International Journal, series C, vol. 45, No. 1, 2002.

[16] *Ikony, pirmaida, fałda – o formie w polskiej architekturze (1989–2004) – dyskusja redakcyjna*, Architektura-Murator, 2, 2005.

[17] M. Morelowski, *Abstrakcjonizm i naturalizm w sztuce*, Towarzystwo Naukowe K.U.L, Lublin 1947.

[18] W. Zawadowski, *Postmodernizm – w kulturze, matematyce i matematyce szkolnej*, Matematyka-Społeczeństwo-Nauczanie, Zeszyt OKM, 5, 1990.

[19] S. Solski, ks., *Geometra y Architekt polski*, 1683–1686.

[20] W. Bystrzonowski, ks., *Informacja matematyczna*, Lublin 1743.

[21] Prace studentów Wydziału Architektury Politechniki Białostockiej wykonane w ramach zajęć z matematyki.