# Lîlâvatî to znaczy urocza, czarująca!

*Michał SZUREK, Warszawa*

Skrót zarysu streszczenia odczytu wygłoszonego na Seminarium Popularyzacji Matematyki działającym na Wydziale Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego, październik 2003.

Zalew książek i wszelkiego rodzaju publikacji, jaki obserwujemy od kilku lat w naszym kraju, dotknął również matematyki. Słowo „dotknął" jest jak najbardziej na miejscu – poziom oferowanych klientowi czytadeł jest bowiem bardzo różny. Gdy kilka lat temu chciałem kupić podręcznik do Excela, sprzedawca spojrzał na mnie bystrym okiem i powiedział: „Mam dla Pana tu coś odpowiedniego, *Excel dla opornych*". „To nie dla mnie", westchnąłem, „nie jestem wcale oporny". „Rozumiem", powiedział sprzedawca, i wyciągnął następną pozycję pod tytułem, który brzmiał jakoś tak: Excel dla analfabetów matematycznych. „*To znów nie dla mnie*" powiedziałem z żalem. Sprzedawca zaczął się już trochę niecierpliwić, a zdenerwował się, gdy skrzywiłem się również na „Excel w jeden weekend" i „Excel dla leniwych". Nie mógł jakoś zrozumieć, że istnieje ktoś, kto nie jest oporny, leniwy, analfabetą matematycznym i niekoniecznie musi zakończyć swoją edukację na weekendowej lekturze.

Przypomniało to mi się, gdy zostałem poproszony o wygłoszenie referatu o dwóch książkach, które za moich szkolnych czasów (jakieś $n^5 + 12$ lat temu) każdy szanujący się młody entuzjasta matematyki znał na pamięć, dwóch książkach z klasyki gatunku: dwóch tomach „rozrywek matematycznych" autorstwa Szczepana Jeleńskiego: *Lîlâvatî* i *Śladami Pitagorasa*. Po raz pierwszy wydane w latach trzydziestych, nasiąknięte patriotyzmem (z lekkim nachyleniem ku nacjonalizmowi) i treściami religijnymi, przetrwały tamtą zmianę ustroju i tylko lekko zmutowane doczekały się wielu wydań w powojennej Polsce. Do tej pory wznawiane co kilka lat przez Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne. Reprodukujemy okładkę pierwszego wydania przedwojennego.


Czy przetrwają kolejne zmiany, w tym nasze wtopienie się w Europę? Nie wiadomo. Zdążyły się na pewno nieco zdezaktualizować...

Tu Czytelnik może się oburzyć. Jak to? Prawdy matematyczne nie starzeją się. Odkrywamy nowe drogi, ale stare ścieżki nie zarastają nigdy. Tak pisał 40 lat temu Stanisław Lem w swojej książce „Powrót z gwiazd". Astronauta, Hal Bregg, postarzał się podczas wyprawy międzygwiezdnej tylko o sześć lat, podczas gdy na Ziemi upłynęło 126. To wskutek efektu relatywistycznego. Rozpaczliwie i nostalgicznie szuka na Ziemi swoich śladów. Zmieniło się wszystko. Nic nie jest takie same. Tylko ... matematyka ... i góry.

Stanisław Lem powiedział niedawno, że nie lubi tej swojej książki. Cóż, jego prawo.

* * *

Wróciłem więc i ja po latach do lektury *Lilavati* i *Śladami Pitagorasa* (a także do *Powrotu z gwiazd*). Uzbrojony po zęby w zdobywaną latami wiedzę matematyczną: nie tylko $2\pi r$, ale i $e^{\pi i}$, nie tylko sześcian, ale i kostka dowolnego wymiaru, nie tylko charyzmatyczna wstęga Moebiusa, ale i rozmaitość Fano: taka, co to jej snop antykanoniczny jest szeroki. O mierze Haara (*... na lokalnie zwartej grupie...*) już nie wspomnę. Wrażenia z tego powrotu były tematem odczytu. Dlatego artykuł ten ma formę „notatek z wykładu", stylizowany jest na *Lapidaria* Ryszarda Kapuścińskiego, trochę na *Zapiski na pudełkach od zapałek* Umberto Eco, z elementami *Cicer Cum Caule* Juliana Tuwima. Może to być niezrozumiałe, bowiem Tuwim niesamowicie snobował się na nieznajomość matematyki.

* * *

Tytuł artykułu, – a będę pisać tylko o *Lilavati* – to fragment książki. Oto jedne z pierwszych jej słów, zaraz po wyjaśnieniu, że taki tytuł to imię dziewczyny, córki Bhaskary, jednego z najsłynniejszych matematyków. Żył w Indiach w XII wieku.

Lîlâvatî to znaczy urocza, czarująca! Taka zapewne była owa dziewczyna hinduska obdarzona niepospolitym talentem matematycznym, ale taka jest przede wszystkim sama MATEMATYKA.

Kim był autor, dający takie świadectwo prawdzie? Nie był wcale matematykiem. **Szczepan Jeleński** urodził się 22 grudnia 1881 roku. Datę tę wkomponował zresztą ładnie w jedno z zadań. Był o rok starszy od Wacława Sierpińskiego, a o kilkanaście lat starszy od innych najsłynniejszych matematyków polskich XX wieku z pokolenia Kazimierza Kuratowskiego i Karola Borsuka. W roku 1904 zdobył dyplom inżyniera na młodziutkiej wówczas Politechnice Warszawskiej (data założenia: 1901). Ale nie budował kolei ani maszyn parowych. Można go nazwać humanistą w najlepszym sensie tego słowa. Kiedyś słowem „humanista" nazywano człowieka o szerokich horyzontach, rozległych zainteresowaniach, zauważającego ludzkie aspekty rozmaitych nauk.

Szczepan Jeleński w latach międzywojennych pracował w Wydawnictwie Św. Wojciecha w Poznaniu. Napisał kilka książek o tematyce biblijnej ... i owe dwie książki. Lata okupacji niemieckiej spędził w Warszawie. Po wojnie wrócił do grodu nad Wartą. Był dyrektorem poznańskiego oddziału Państwowego Instytutu Wydawniczego. Zmarł w 1949 roku.

I jeszcze opinia autora (tj. Sz. J.) o swym dziele.

A teraz słówko o książce (...) Ułomna jest niewątpliwie, jak wszelkie dzieło ludzkie, a do ułomności ma szczególne prawo z tego samego tytułu, z którego miałaby prawo być dumna: że jest pierwszą w Polsce książką w tym rodzaju.

* * *

Co z matematyki mógł wiedzieć 100 lat temu młody omci (*o mało co inżynier*)? Nie było topologii, algebra liniowa dopiero się formalizowała, odkrycia Cantora były świeże. Geometria wypączkowała (nie bez trudności) poza trzeci wymiar. 23 problemy Hilberta już czekały na młodych ludzi obojga płci, zakochanych w Królowej Nauk. Dziadek Andrew Wilesa, człowieka, który rozwiązał czekające 350 lat zagadnienie Fermata, mógł być jeszcze małym chłopcem.

* * *

Matematyka w Polsce lat dwudziestych i trzydziestych. Najpiękniejszy, niepowtarzalny wybuch myśli w kraju, który zachłystywał się odzyskaną po 128 latach niezawisłością. Był ten wybuch spowodowany chęcią zrobienia czegoś własnego, nowego, wyrwania się spod wpływów nauki niemieckiej i francuskiej; stojącej na wysokim poziomie, ale ... niepolskiej. Czy nauka może być lokalna, narodowa? Nauka nie, ale tematyka, którą się zajmują uczeni – tak. Do tej pory w matematyce są pojęcia „przestrzeni polskiej" i „polskiej notacji logicznej".

* * *

A więc jakiej matematyki chce nas nauczyć Szczepan Jeleński, jaką myśl przekazać? Czy autor bez wykształcenia matematycznego może pisać o matematyce? Czy może uczyć matematyki? Na to drugie pytanie odpowiedź jest jasna i prosta: oczywiście tak. Znajomej autora artykułu, inżynierowi ze specjalnością „silniki okrętowe", odmówiono stanowiska doradcy metodycznego, argumentując, że nie ma wykształcenia matematycznego. Lata dobrej pracy, zamiłowanie i pewnego rodzaju zręczność dydaktyczna nie były żadnym argumentem. „Nie będzie inżynier pluł nam w twarz" – zdała się brzmieć opinia.

* * *

A oto spis treści *Lilavati*, wraz z komentarzami Szczepana Jeleńskiego.

- I. Anegdoty matematyczne i zadania anegdotyczne (99 pozycji).
- II. Ciekawe właściwości liczb i działań: najciekawszy, najbardziej porywający dla tych, którzy ulegli czarowi liczby.
- III. Figury magiczne: Wielcy matematycy (...) francuscy jak Bachet, Frnicle, Fermat, Poignard, La Hire, z zapałem opracowują metody zestawiania magicznych kwadratów.

- IV. Pseudaria:... Wielki matematyk grecki Euklides prócz swych słynnych Elementów napisał dzieło bardzo dziwne: Pseudaria. Składało się ono z różnego rodzaju błędnych rozumowań, które mogą się stać udziałem młodzieńca stawiającego pierwsze kroki na polu matematyki, a w szczególności geometrii.
  Ludzie zamiłowani w ścisłym rozumowaniu, miłośnicy logiki, z prawdziwą niewątpliwie rozkoszą polować będą w tych kniejach, wiodących do absurdu – na ów mylny trop, na którym rozpoczyna się błądzenie.
- V. Odgadnienia: najulubieńsza rozrywka matematyczna XVII i XVIII w.
- VI. Z tajników szachownicy, kart i domina.
- VII. Gry, zabawy, łamigłówki (...) I znowu jedno dziwo matematyczne., którego powstanie gubi się w legendarnej pomroce dziejów.

* * *

Dokładne omówienie i skomentowanie poszczególnych rozdziałów wymagałoby napisania ... nowej książki. Ale Czytelnikowi tego artykułu powinny wystarczyć hasła. Owe 99 „zadań z treścią" podzieliłem na grupy tematyczne, według własnych, często intuicyjnych kryteriów. Powstał taki spis. Omówię kilka archetypicznych zadań z poszczególnych gatunków.

- Zagadki logiczne: 9 pozycji
- Wielkie liczby: 2 pozycje
- Arytmetyka łatwa i prosta: 10 pozycji
- Dzielenie znalezionych pieniędzy i sprzedawanie po pół jajka: 10
- Arytmetyka zaawansowana: 16 pozycji
- Ciąg arytmetyczny i ciąg geometryczny: 8
- Ciekawostki geometryczne: 11 pozycji
- Interesujące algorytmy: 11 pozycji
- Szkolna geometria: 7 pozycji

* * *

Najbardziej klasyczne zagadki logiczne obracają się wokół prawdy i kłamstwa.

Na wyspie mieszkają dwa plemiona: Fitumitu i Bajtata. $F$ zawsze mówią prawdę, $B$ zawsze kłamią. Przed nami dwie drogi. Która jest dobra? Zbliża się tubylec, ale nie wiemy, czy to $F$, czy $B$. Jak dowiedzieć się o drogę za pomocą jednego pytania?

Pytaniem tym winno być:

- *Którą wskaże Twój kontrplemieniec?* (i wtedy trzeba wybrać tę drugą...)

* * *

Zagadka druga (podana w *Lilavati* dla $n = 3$, uogólnienie jest pomysłem autora tych słów) może posłużyć jako przykład różnicy między matematykiem ... a miłośnikiem rozrywek umysłowych. Ośmielam się głosić pogląd, że $n = 3$ to tylko „rozkosze łamania głowy", zaś „dowolne $n$" to już matematyka.

**Panowie w kapeluszach**
Było $n$ panów, $n$ kapeluszy czarnych i $n - 1$ białych. Ustawiono panów rzędem: pierwszy widział wszystkich, drugi wszystkich poza pierwszym,..., ostatni nikogo. Włożono im kapelusze. Zapytano pierwszego pana, jaki ma kapelusz. Powiedział, że nie wie. Zapytano drugiego. Odpowiedział, że nie wie... I tak dalej aż do przedostatniego: „nie wiem!". Ostatni z panów (ten, który nie widział żadnego), rzekł: „Skoro tak, to ja wiem, jaki mam kapelusz!". Jaki kapelusz ma ten pan? Biały czy czarny?

Będziemy dowodzić przez indukcję twierdzenia:

*Jeśli $k$-ty pan widzi przed sobą same białe, a poprzednik nie mógł rozstrzygnąć problemu, to $k$-ty zna kolor swojego kapelusza.*

Gdy $k = 1$, to twierdzenie jest prawdziwe. Bo jeśli pierwszy widzi same białe, to widzi $n - 1$ białych, czyli widzi wszystkie białe, jakie były. Dla niego zostaje zatem czarny.

• Krok indukcyjny: załóżmy prawdziwość twierdzenia dla $k$. Rozpatrzmy pana $k + 1$. Niech to będzie Kazik + 1, a poprzednika nazwijmy Kazikiem. A więc Kazik + 1 widzi same białe, zaś Kazik nie wydedukował koloru kapelusza.

• Zatem zgodnie z założeniem indukcyjnym – przed Kazikiem nie ma samych białych. Z podkreślonego zdania wynika, że Kazik + 1 ma czarny i on o tym wie. To dowodzi twierdzenia dla $k + 1$.

• Stosując twierdzenie dla $k = n - 1$, wnioskujemy, że przedostatni pan nie widzi przed sobą samych białych. . . .

* * *

A oto ciekawostki geometryczne, też tylko hasłowo, z jednym wyjątkiem.

• Ile wody w beczce? • Skrzynia z kulami. • Gorzkie lekarstwo.
• Najkrótsze drogi. • Sadzenie ziemniaków. • Ustawienie w rzędach.
• Linie kolejowe. • Gra geometryczna. • Bambus. • Małpi skok.

* * *

Małpować też trzeba umieć. Oto zadanie z *Lilavati*, ale pochodzące z XII wieku.

> Dwie małpy siedziały na drzewie: jedna na wierzchołku, druga na wysokości 10 łokci. Druga małpa chcąc napić się wody w źródle odległym o 40 łokci zlazła z drzewa; pierwsza skoczyła z wierzchołka wprost do tego źródła po przeciwprostokątnej. Przebyły tę samą drogę. Powiedz, człowieku światły, ile wysokości miało drzewo, a zobaczę, ile masz sprawności w obliczaniu.

Zadanie nietrudne. Tak nietrudne, że . . . kilka lat temu zostało wykorzystane na egzaminie wstępnym do liceum w jednym z województw centralnej Polski. Wywołało to falę krytyki, niemalże oburzenia społecznego. Wybitni uczeni pisywali sążniste listy z uzasadnieniem, że małpa nie mogła skoczyć z drzewa do źródła odległego o 40 łokci po linii prostej, że grawitacja, parabola, że nawet Newton (nie mówiąc już o Einsteinie) nie pozwala małpie na takie wygłupy. Na odpowiednim kuratorium nie zostawiono suchej nitki.

* * *

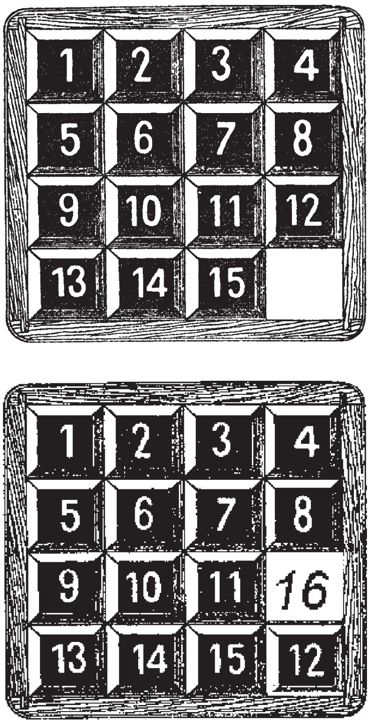
Wśród starych znajomych, w *Lilavati* znajdujemy też – prawie na samym początku książki – zadanie, którego rozwiązanie otrzymujemy z równania $2x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100$, a które w niezliczonych wersjach i z rozmaitymi fabułami rozsiane jest po różnych książkach i nawet podręcznikach szkolnych. Przytoczę je tutaj za Karolem Żerą (*Wtóra próba na matematyka*, XVIII wiek).

> – Pomagaj Bóg stom pannom! – młodzieniec mimo idąc rzekł do panien pracujących.
> – Nie masz nas stu, jako ty powiadasz – na to jedna z panien odrzekła – ale by nas było dwa razy tak wiele jako jest i połowica tego i czwarta znowu część do tego i ty sam, wtedy właśnie będzie nas dopiero całe sto.

Urok zadania nie polega oczywiście na rozwiązaniu prościutkiego równania, ale na „interpretacji geometrycznej”. Kto nie wie, to proszę natychmiast postarać się o egzemplarz *Lilavati* i przeczytać stosowny fragment. To jest zadanie do domu, do odrobienia!

* * *

Ciekawe są w *Lilavati* różne algorytmy. Omówię dwa, znów starając się matematyzować. Pod koniec XIX wieku modna była przez pewien czas prymitywna wersja kostki Rubika: Taquin (Piętnastka). W kwadracie o 16 polach jedno miejsce jest wolne, co umożliwia przesuwanie kamieni, ponumerowanych od 1 do 15. Gra polega na doprowadzeniu dowolnej startowej pozycji do standardowego porządku: 1,2,3,4,5,6,. . . , 13,14,15.

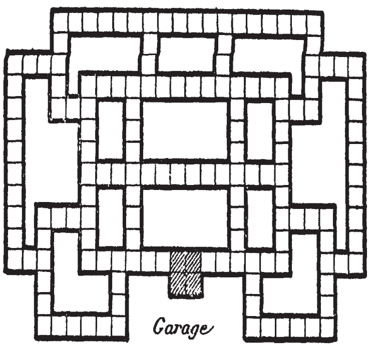


Rys. 1

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 |

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 5 | 3 |
| 1 | 4 | 6 |
| 7 | 8 | 9 |

Rys. 2




**Taquin à embranchements et garage.**

Rys. 3

Teoria tej gry da się zapisać w kilku krótkich zdaniach, zrozumiałych dla każdego, kto … zna choć trochę teorię grup. Dla Szczepana Jeleńskiego była za skomplikowana i nie jest to żaden zarzut pod Jego adresem. W końcu telefonem komórkowym też się nie umiał posługiwać. W Jego czasach teoria grup była już dobrze rozwinięta i wykładana na niektórych uniwersytetach, ale raczej nie w Polsce. Też nie z powodu jakiegoś zapóźnienia, tylko co kraj, to obyczaj.

**Teoria Taquin (Piętnastki)**
W wolnym polu dopisujemy liczbę np. 16. Pokolorujmy pola na biało i czarno, jak klasyczną szachownicę. Niech $k$ będzie kolorem wolnego pola, $s$ znakiem permutacji. Zauważmy, że każdy ruch zmienia parę $(k, s) \in \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ na przeciwną (rys. 1). Stąd dowód warunku koniecznego. Wskazówka do dowodu dostateczności: wykazać wykonalność cyklu np. (123).

**Teoria grup w telefonie komórkowym**
Wspomniałem wyżej o telefonie komórkowym. Posiadacze Nokii mogą ćwiczyć się w teorii grup, grając w *Rotation*. Klawiszami wykonujemy takie ruchy, jak przykładowo podane jest niżej: obrót lewego górnego kwadratu (rys. 2). Można obracać jeszcze trzy pozostałe: prawy górny, prawy dolny i lewy dolny. Cel: doprowadzić dowolny układ wyjściowy do układu normalnego, 123456789.

W języku teorii grup można to tak ująć: wykazać, że grupa permutacji $S_9$ jest generowana przez podane obroty. Każdy zaś … matematyk powinien zastanowić się nad uogólnieniem tego zadania na grę w dowolnym prostokącie. Informatyk niech poszuka dobrych algorytmów. I jeszcze wycieczka w topologię: stworzyć teorię gry w Taquin w dowolnych obszarach, takich jak na rysunku 3.

* * *

Historia est magistra vitae. Historia jest nauczycielką życia. Przez całe lata, jeszcze za szkolnych czasów, śmieszyła mnie i oburzała nazwa „egzamin dojrzałości” na określenie sprawdzianu wiedzy z kilku przedmiotów, jakie trzeba wykuć w szkole. Do czego jestem „dojrzały” po zapamiętaniu, na czym oddycha mitochondria i w jakich latach panował król Burburyk – albo i co wyjdzie, gdy do kwadratu sinusa dodam kwadrat kosinusa? Po latach zrozumiałem. Chodzi o dojrzałość intelektualną. Nie sumę wiedzy, bo ta zależy od dobrej pamięci i od kawałka ołowiu w miejscu … łączącym człowieka z krzesłem. Ale chodzi o dojrzałość w zmaganiach się z problemem intelektualnym. Umiejętność rozłożenia go na … czynniki pierwsze. Dostrzeżenia aspektów, bocznych arabesek, konsekwencji, uogólnień … i tak dalej, i tak dalej. To już dawno zanikło na „starej maturze”. Jeśli zostanie reaktywowane na nowej, to chapeau bas. Takie będą Rzeczpospolite, jakie ich młodzieży chowanie. Czy Szczepan Jeleński dobrze się zasłużył przyszłym pokoleniom? Kilka uwag na ten temat będzie w końcowej części artykułu, ze stosownym wyimkiem z *Boskiej Komedii*. Tu zaś, skoro zgadało się o maturze, przypomnijmy sobie, że w tym dziele (Raj, pieśń XIII) Święty Tomasz przekazuje Dantemu przesłanie, że król Salomon prosił Boga o prawdziwą mądrość…

> Nie zaś, by niebios ruchadła policzył
> Lub z dwu przesłanek, co są w sobie sprzeczne
> Musu z przypadkiem następstwo wytyczył.
> Zgadł, są-li dźwignie ruchu ostateczne.
> Wkreślił w półkole trójkąt, gdzie by wcięcie
> Kąta prostego nie było konieczne.

Powodzenia na maturze ’2005, drodzy …. nauczyciele!

* * *

Inny z ciekawych algorytmów z *Lilavati*, który chcę zaprezentować, nawiązuje do starego problemu Flawiusza. W przedwojennym wydaniu jest on przedstawiony dla w wersji „Turcy kontra chrześcijanie” (Turek zły, chrześcijanin dobry), w powojennej są złoczyńcy i zwykli żeglarze, a całe zadanie jest napisane innym stylem. Nie ośmieliłbym się zaprezentować wersji zadania, napisanej językiem używanym dziś w naszym kraju przez sporą część młodych ludzi, ale pójdę trochę z duchem czasu.

> Na statku kosmicznym jest 15 Ziemian i 15 Aldebarańczyków (którzy, jak wiadomo, też oddychają tlenem). Kapitan jest z Aldebarana. Nagle świst, nagle gwizd. Meteor bęcnął w statek. Wciurności! Para buch. „*Tu mówi wasz kapitan! Jest nas 30, a tlenu starczy dla 15. Ustawiamy się po kolei i teraz co dziewiątego chrust i na pół, do próżni. I tak będzie, aż zostanie nas fifteen. No, jazda, kulawi, ustawiać się. . .* ”

Chodzi oczywiście o takie ustawienie, żeby przy odliczaniu co dziewiątą osobę wypadło po kolei na wszystkich Ziemian. Algorytm podaje Jeleński następujący. Należy zapamiętać trójwiersz:

- W morzu szmer –
- Skargi fal . . .
- A serce wita echem żal. . .

i zapamiętać, że a = 1, e = 2, i = 3, o = 4, u = 5 (liczby przyporządkowane samogłoskom odpowiadają ich kolejności w alfabecie) i klucz: pojawienie się danej samogłoski znaczy, że trzeba ustawić po kolei tylu Ziemian lub tylu Aldebarańczyków, ile równa jest liczba odpowiadająca danej samogłosce. Wiersz generuje zatem następujące ustawienie:

**AAAAZZZZZAAZAAAZAZZAAZZZAZZAAZ**

* * *

Aby zrozumieć, o co chodzi w rozwiązaniu poniższego zadania,:

Ułożyć kalendarz rozgrywek ligi piłkarskiej.

trzeba już sięgnąć do *Lilavati*. Bo oto i owo rozwiązanie:

Zawsze | trzeba | ganić | smutku | grzech i | siać | śmiech.

* * *

I jeszcze jedno ciekawe zadanie arytmetyczne, które nie przeżyło zmian ustrojowych w Polsce po 1945 roku. Chodzi o to, że w wydaniu przedwojennym *Lilavati* występowało ono w trzech zadaniach z treścią, ale fabuła żadnego z nich była nie do przyjęcia we wczesnym PRL. W jednym zadaniu diabeł oszukiwał wieśniaka, w drugim Cyganka wróżyła za pieniądze, w trzecim wesoły hulaka tracił pieniądze w restauracjach. A zadanie jest ciekawe. Ośmielę się znów wymyśleć współczesną (niestety) fabułę.

- – Jest duży interes do zrobienia – odezwał się businesman $X$ do businesmana $Y$.
- – A jaki? – zainteresował się $Y$.
- – Ach, wszystko jedno. Nie powiem ci. Zaufaj mi, zainwestuj, a co piątek twoje pieniądze się podwoją. Zainwestuj: to zysk bez ryzyka!
- – No, dobrze, mogę dać . . . zł –
- – W porządku. Dajesz mi co piątek 3200 zł i sprawa załatwiona.
- – Zgoda – powiedział $Y$ i nie pożałował. Pierwszego tygodnia pieniądze się rzeczywiście podwoiły, dał więc przyjacielowi 3200 zł, zgodnie z umową. W następnym tygodniu pieniądze też się podwoiły i zadowolony $Y$ znów dał umówione pieniądze $X$-owi. To samo trzeciego tygodnia i czwartego. Wreszcie przyszedł tydzień piąty. Pieniądze wprawdzie znów się podwoiły, tyle tylko, że po wypłaceniu $X$-owi umówionych 3200 zł $Y$-owi nie zostało już nic!!!
- Ile pieniędzy zainwestował $Y$? Ile zarobił $X$?

* * *

Oto dwie opinie z wczesnych lat trzydziestych. Pierwszej z nich nie należy lekceważyć. Jej autor był uznanym matematykiem, autorem m.in. książki o geometriach nieeuklidesowych.

Obie książki p. Szczepana Jeleńskiego czyta się z przyjemnością i wyraźną sympatją dla autora. Nie mogło być inaczej: zapał i entuzjazm, tchnący z każdej stronicy, ujmuje i pociąga. Niema dla autora w rozważanych tematach rzeczy obojętnych: każda zasługuje na pełne zainteresowanie – zarówno wielkie prawdy matematyczne, genjalne odkrycia, jak i drobne fakciki, właściwości nieledwie banalne – wszystko jest godne uwagi, wszystko jest „pełne czaru", dziwne i niezwykłe. (Stefan Kulczycki, *Parametr*)

• (...) Autor sam podkreśla, że chodzi mu raczej o rozrywkę, ciekawe i mądre zajęcie (...). I właśnie tę rolę książka spełnia sumiennie.

**Mathesis polska**

* * *

Myśli końcowe. Entuzjazm jest pożądany (wychowanie przez przykład). Olbrzymi plus dla Szczepana Jeleńskiego. Entuzjazm powinien być jednak oparty na znajomości zagadnienia. Niekiedy widać, że Autor „nie czuje" własnego tekstu. Nawet wtedy, przy pierwszej lekturze, czułem, że coś jest nie tak, że prawdziwa matematyka nie może się na serio zajmować takimi drobiazgami. Bo Autor stosunkowo często zadziwiał się banalnymi faktami, uznając je za arcyciekawe. Minus.

Z książkami Szczepana Jeleńskiego da się uprawiać matematykę. Nie każde dobre książki o matematyce umożliwiają to Czytelnikowi. Plus, zdecydowany plus dla Sz. J.

Zatem przekazuje Jeleński w sumie niewłaściwy obraz matematyki. Prezentowana jest ona jako dość statyczna nauka. A ona jest inna, niż wynikałoby to z lektury *Lilavati* i *Śladami Pitagorasa*. Ale: czy to jest źle? Hugo Steinhaus mawiał, że matematyka jest ostrym narzędziem. Nie należy takiego narzędzia dawać dzieciom. Plus-minus.

Czy prawdziwy obraz matematyki jest jednak aż tak atrakcyjny? Zbyt wiele dobrych książek i czasopism popularyzuje matematykę dla koneserów. Popularyzacja matematyki wśród matematyków jest o wiele trudniejszym zadaniem niż przed innym audytorium. No, bez przesady. Mimo wszystko, hasło „matematyka jako nasza niedostrzegana kultura" zdziwiłoby Szczepana Jeleńskiego. Minus.

Kolejny plus zdobywa jednak Jeleński za możliwość stosowania swoich książek na lekcjach szkolnych. W każdym razie w szkole lat i trzydziestych, i osiemdziesiątych ubiegłego stulecia. Dziewięćdziesiątych również. Nie każda książka popularna tak wciąga. A do całości życia i twórczości Szczepana Jeleńskiego da się zastosować, toute proportion gardee, słowa Dantego z *Boskiej Komedii* (tłum. Edward Porębowicz):

Jak geometra wykreśla rysunek
Na kwadraturę koła i zestawia
Z nieupewnionych danych swój rachunek,
Tak mnie zjawienie nowe zastanawia.

* * *

• Summa sumarum

Jakiej matematyki uczy nas Szczepan Jeleński? Zaraz, zaraz, jakich nas, kto to jesteśmy *My*. Tak. Słusznie. Uściślę pytanie. Jaką matematykę pokazywał mi (M. Sz.) Szczepan Jeleński? To zależy. Było to zmienne w czasie. Punkt widzenia zależy od punktu siedzenia. Jak to ze mną było? **1960**: bardzo ciekawą i atrakcyjną, tajemniczą. **1980**: fałszywą. **2000**: ciekawą, bo widzę to, czego niestety Autor wtedy nie widział. Widzę, bo *Lilavati* i *Śladami* „znało się" na pamięć, bo studiowałem matematykę i z tej racji, że przez 70 lat wiele się wydarzyło.