

# Przemiany kultury a nauczanie matematyki

Jan WASZKIEWICZ i Agnieszka WOJCIECHOWSKA, Wrocław

A. Wojciechowska. *Rozwój matematyki a przemiany w jej nauczaniu (część II)*. *Matematyka-Spoleczeństwo-Nauczanie*, nr 2, str. 14-21.  
Tamże artykuł J. Waszkiewicza o ICME 6 (str. 3-13).

J. Waszkiewicz. *Prognoza rozwoju matematyki do roku 2000*, w: G. Olszewski, L. Zacher (red.), *Perspektywy postępu nauki i techniki. Polska 2000*, 2(1980), str. 84-104; L.A. Steen (red.), *Mathematics tomorrow*, New York-Heidelberg-Berlin 1981

Tekst niniejszy jest efektem dyskusji nad rozważanymi w artykule *Rozwój matematyki a przemiany w jej nauczaniu* pytaniami, jak, z punktu widzenia potrzeb społecznych, powinna się kształtować przyszła edukacja matematyczna oraz jak na jej postać wpłynie dalszy rozwój samej matematyki.

Opierając się z konieczności na tych samych, co we wspomnianym artykule, źródłach dotyczących przyszłego kształtu matematyki, staramy się te pytania odczytać w szerszym kontekście filozoficznym i tam właśnie sformułować własną próbę odpowiedzi.

Mówiąc w kontekście filozoficznym o zmianach otoczenia matematyki mamy tu na myśli przede wszystkim przemiany w ludzkim rozumieniu świata, przemiany, które przebiegają głęboko i mają nie tylko epistemologiczny, ale i ontologiczny charakter.

Obraz świata taki, jakim go widzi i rozumie współczesny człowiek, zmienia się na naszych oczach. To, jaki w tych zmianach udział może i powinna mieć matematyka, uważamy za zagadnienie kluczowe dla dalszych rozważań nad przyszłościową edukacją matematyczną. Zagadnienie to interesuje nas nie tylko jako matematyków, dydaktyków, nauczycieli – także po prostu jako ludzi, którzy starają się młodszym dopomóc w rozwoju ich człowieczeństwa.

Do podstawowych praw człowieka chciałoby się z pewnością zaliczyć prawo do życia w świecie bezpiecznym, a więc zrozumiałym. Tymczasem obraz świata przedstawiony przez współczesną naukę jest zupełnie inny.

Pelen chaosu Wszechświat z mnóstwem czarnych dziur i innych niewyjaśnionych zjawisk, mający swój początek w Wielkim Wybuchu, zdążający do nieuniknionej końca, a w nim samotna Ziemia, po której w szaleńczej i nie przynoszącej nadziei krzątaninie biegają małe i słabe istoty ludzkie... – oto przynajmniej jedna strona obrazu danego przez naukę i włączanego do młodych umysłów przez szkoły i mass-media.

Jasny, zrozumiały i optymistyczny wizerunek budowany przez stulecia, uległ zniszczeniu przy znacznym udziale nowoczesnej fizyki, ale także i matematyki. Na jego gruzach można już zauważyć pewne zjawiska zapoczątkowujące powstanie nowej wizji, o istotnym znaczeniu dla dalszego rozwoju kultury, a więc i dla edukacji.

Jednym z najbardziej charakterystycznych takich zjawisk jest fenomen, nazwany w cytowanej prognozie J. Waszkiewicza **globalizacją**. Jest to zmiana optyki światopoglądowej, polegająca na dostrzeżeniu i docenieniu faktu, że Ziemia jest jedną, nierozzerwalną całością, wspólnym dobrem całej ludzkości. Dobrze określa to tytuł znanej książki: *Tylko jedna Ziemia*. takie spojrzenie, niewątpliwie nowe w światopoglądzie jednostkowym wielu ludzi oraz w kulturze, z pewnością pociągnie za sobą znaczne zmiany tych światopoglądów i kultury.

Głównym objawem globalizacji jest zmiana skali dostrzeganych problemów. Niektóre z nich, które jeszcze dla poprzedniego pokolenia miały charakter lokalny, teraz ujawniły swą globalność, okazały się ważne, a przynajmniej interesujące dla całej ludzkości. Problemy środowiska, zasobów, złożone procesy ekonomiczne – to kilka takich przykładów. Inne, pozostając lokalnymi – straciły na znaczeniu.

Globalizację można też zauważyć w polityce – zarówno tej angażującej wielkie potęgi, jak i tej, w której każdy może mieć swój udział. Przykładami z doświadczeń naszego pokolenia mogą być wydarzenia marcowe '68, które – zupełnie niespodziewanie dla ich aktorów – stały się swoistym fragmentem ruchów młodzieżowych na świecie, czy powstanie „Solidarności”, którego znaczenie sięgało daleko poza granice Polski i było tylko symptomem nadchodzących przemian.

Jeden z aspektów tej nowej optyki można opisać w terminach matematycznych. Jest to zmiana topologii świata postrzeganego przez jednostkę czy grupę społeczną.

B. Ward, R. Dubos. *Only one Earth*. New York 1972.

Otóż przez całe wieki Ziemia była postrzegana, mimo swej oczywistej dla wszystkich kulistości, jako powierzchnia topologicznie równoważna ograniczonemu obszarowi płaskiemu. Jak wiadomo, jedna biała plama na globusie – nawet najmniejsza plamka oznaczająca obszar nie istniejący dla nas, nie należący do naszego świata – umożliwia dokonanie takiego spłaszczenia. A te „nie istniejące” obszary były w świadomości wielu całkiem rozległe. W wyniku operacji spłaszczenia można było myśleć o powierzchni Ziemi jako o obszarze wpisanym w pewne koło, którego środkiem jest własna osoba czy miasto, stolica własnego kraju czy też imperium. Taka dogodna „centralizacja” staje się niemożliwa z chwilą usunięcia ostatniej białej plamy z mapy tkwiącej w umyśle jednostki czy też w zbiorowej świadomości pewnej grupy społecznej.

Momentem krytycznym jest tu chyba przyjęcie do wiadomości faktu, że i na Biegunie Południowym dzieją się rzeczy ważne dla wszystkich, także dla nas (a tak twierdzą klimatolodzy i specjaliści od atmosfery).

Z chwilą, gdy globalny charakter naszego świata, jedność Ziemi, przestaje być tylko abstrakcyjnym naukowym stwierdzeniem, a staje się częścią światopoglądu człowieka, topologia wyobrażanego świata ulega skokowej zmianie.

Oczywiście, jak we wszelkich przemianach kultury, skok ten nie dokonuje się od razu. Można jednak stwierdzić, że dla znacznej części ludzkości dokonał się on pomiędzy 1939 a 1969 rokiem. Zwłaszcza ta druga data jest tu istotna – wydaje się bowiem, że za punkt zwrotny całego procesu uznać należy moment lądowania na Księżycu. To właśnie moment narodzin „nowego geocentryzmu”, który w odróżnieniu od poglądów przedkopernikańskich można by nazwać „geocentryzmem pokornym”: wtedy Ziemia jawiła się ludziom jako centrum świata, kosmosu. Teraz jest całym światem dla zamieszkujących ją istot, ponieważ inne światy są dalekie i obojętne. „Mały krok człowieka, a wielki krok ludzkości” okazał się – paradoksalnie – krokiem ku Ziemi. Wszyscy mogli się przekonać naocznie jak samotna i oddalona nawet od swego najbliższego sąsiada jest Ziemia, jak pusty i rozległy Kosmos i jak dalecy jesteśmy od jego, szumnie ogłoszonego „podboju”.

A. Toffler, *Trzecia fala*. Warszawa 1987;  
F. Capra, *Punkt zwrotny*. Warszawa 1987.

Powstanie nowej, zunifikowanej, globalnej kultury nie jest procesem bezbolesnym. Dawne i nowe wzorce myślenia oraz zachowania się jednostek i grup społecznych przenikają się i zwalczają nawzajem. Opis niektórych aspektów tej przejściowej sytuacji można znaleźć np. w książkach Alvina Tofflera czy Fritjofa Capry.

Nowa topologia ludzkiego wyobrażenia świata ma dwie ważne z naszego punktu widzenia konsekwencje. Pierwszą z nich jest wspomniany wyżej geocentryzm – skoncentrowanie się na Ziemi i jej problemach. Drugą jest zjawisko, które można nazwać „policentryzmem”, chociaż chodzi tu nie tyle o istnienie wielu centrów, co o brak jednego wyraźnego środka świata. Sfera nie jest równoważna żadnemu podobszarowi koła – jest powierzchnią pozbawioną środka. Ważność różnych miejsc w takim świecie jest rzeczą relatywną i mogącą ulec zmianie.

Herodot, *Dzieje*, tł. S. Hammer, Warszawa 1959.

Dla zobrazowania skutków kulturowych takiego spojrzenia weźmy przykład historii. Zazwyczaj była ona uprawiana, pisana z punktu widzenia „środką świata” właśnie, a dodatkowo środek ten często ucieleśniony był przez konkretną osobę. Pisanie historii sferycznego, policentrycznego świata wymaga nowych rozwiązań metodologicznych, innego rodzaju wyobraźni. Trudności z opisaniem świata o wielu centrach znane są od czasów Herodota, który wybrał z nich przyjmując za oś strukturalną historii świata greckiego życie i działalność królów perskich.

W ten sposób globalizacja przynosi nowe, istotne problemy jednostkom i grupom społecznym – problemy zrozumienia na nowo ich historycznego dziedzictwa, umiejscowienia go w nowym kontekście, a dalej – zakorzenienia w kulturze i tradycji. Jak z tego wynika, sprawa budowania nowego obrazu świata powinna być rozważana zawsze, gdy mówimy o kulturze i nauczaniu w przyszłości. Jest to sprawa związana blisko z matematyką, raz poprzez geometryczne pytania tkwiące w kosmologii, a drugi raz poprzez uniwersalność matematyki bardzo użyteczną przy opisywaniu tego nowego obrazu, który powinien być wspólny dla rozmaitych kultur. Próby tworzenia takich międzykulturowych konstrukcji, jak również „przeszczepów” z jednej kultury do drugiej są dziś z pewnością jednym ze znaków czasu.

Jednym z efektów globalizacji jest potrzeba stworzenia odpowiednich środków wymiany informacji, przetwarzania danych i kontroli – wszystko na skalę globalną. Rewolucja informatyczna jest odpowiedzią na tę potrzebę, ale równocześnie jest stymulatorem dalszej integracji.

Lepsze zrozumienie integralności świata daje z kolei asumpt do rozwoju globalnej inżynierii, coraz bardziej skutecznej dzięki doświadczeniom wielkich programów militarnych i kosmicznych.

Jednym z ważnych narzędzi dla nowej wszechogarniającej techniki jest matematyka, a dokładniej – matematyka stosowana ze swoją, bardzo daleką od czystej dedukcyjności, metodologią. Jest to przykład wielkich przeobrażeń dokonujących się w tradycyjnej nauce.

Poszukiwanie nowego, spójnego i całościowego obrazu świata we wszystkich jego wymiarach nadaje nauce znowu fundamentalny charakter, obcy dla modelu pozytywistycznego. Równocześnie działy nauki mające bezpośrednie zastosowanie techniczne, ciągną coraz bardziej ku technice, zmieniając swą metodologię, a także metodologiczną samoświadomość.

Pozostając przy arystotelesowskiej terminologii podziału na *techné* i *epistémé* widzimy, że linia demarkacyjna pomiędzy tymi dwiema dziedzinami wygląda inaczej niż niegdyś i zmienia swe położenie. Proces ten jest szczególnie dramatyczny w przypadku matematyki, ponieważ wspomniana granica przebiega przez jej żywe wnętrze. Podział matematyki na „czystą” i „stosowaną” leży w centrum uwagi cytowanych przez nas prognoz i omówiony został w poprzednim artykule. Podkreślamy tu raz jeszcze, że mamy do czynienia z dwoma, zasadniczo różnymi podejściami do matematyki i dwoma rodzajami oczekiwań pod jej adresem. Rosnący rozdział między jedną a drugą częścią matematyki stwarza wielkie trudności w konstruowaniu programów szkolnych, zwłaszcza jeśli mają to być programy „matematyki dla wszystkich” czy programy mające ambicje ukazania „całej matematyki”.

Dydaktyka musi więc znaleźć odpowiedź na następujące pytania:

1. Czy jedność matematyki na poziomie szkolnym jest pożądana, a nawet czy jest osiągalna, skoro zanika w matematyce?
2. Jeśli uznamy, że tak – to jak tę jedność przekazać uczniom i jak wyważyć proporcje między dwiema częściami matematyki w nauczaniu?
3. Jeśli nie – to czy wybrać należy jedną matematykę i jej uczyć, czy też wprowadzić dwa oddzielne przedmioty: matematykę i matematykę stosowaną?

Naszym zdaniem, jeśli nawet jedność jest rzeczą pożądaną w nauczaniu matematyki, to jest ona nieosiągalna na poziomie szkolnym i w wymiarze szkolnych programów. Ponadto fundamentalizm w ocenie poprawności metod źle się godzi z kryterium „doraźnej skuteczności”. Należy więc wybierać.

W wyborze tym stawiamy zdecydowanie na „czystą” część matematyki, a także z uwagi na wielowiekową tradycję jej nauczania, ale przede wszystkim z uwagi na rolę, jaką nauka ta może i powinna odegrać w tworzeniu obrazu świata. Proces kształcenia powinien, w naszym przekonaniu, raczej pomagać jednostce w budowaniu takiego obrazu, jaki jest potrzebny każdej ludzkiej istocie, niż wyposażać ją w wiedzę instrumentalną.

Aby sprostać swemu zadaniu, matematyka, zamiast wyzbywać się swej tożsamości w poszukiwaniu zastosowań, powinna odzyskać swe królewskie miejsce wśród nauk. A to oznacza powrót do dawnych pitagorejskich i platońskich wizji świata i roli matematyki w nim. Oczywiście nie ma prostego powrotu do dawnych idei. Musimy jednak nawiązać do nich w dziedzinie bardzo ogólnie rozumianego nastawienia do matematyki, przekonania – istotnego dla nauczyciela, ucznia czy uczonego – że świat jest w istocie swej matematyczny. Wokół siebie mamy społeczeństwo, w którym żyjemy. Społeczeństwo to zanurzone jest w świecie biologicznym, którego z kolei otoczeniem i podstawą jest świat fizyczny. Ale istnieje także świat czysto matematyczny, ukryty w najgłębszych warstwach rzeczywistości. Matematyka ukazuje jego obiektywne prawidłowości, a jej praktyczna użyteczność jest dalszym skutkiem tego faktu. Do świata matematycznego może nas zbliżyć intuicja, może w tym pomóc wyobraźnia, ale główną drogą do niego jest racjonalna analiza. Otwarcie tej drogi przed uczniami jest głównym zadaniem nauczających.

Takie podejście zakorzenia matematykę szkolną głęboko w dawnej tradycji poszukiwania *arché* – Pierwszej Zasady, czy też uniwersalnego ładu, kosmicznej harmonii, a także w świecie wartości takich jak prawda, piękno i racjonalność.

Przy taki spojrzeniu powszechne i szerokie nauczanie matematyki nie wymaga już żadnych dodatkowych uzasadnień, a wynikająca z niego filozofia stanowi dobrą podstawę zarówno dla układania programów, jak też praktyki nauczania, co mieliśmy okazję sprawdzić.

Pokazują to np. filmy Emera. prezentowane na ICME w Budapeszcie.

J. Waszkiewicz prowadził przez 4 lata klasę matematyczną w III LO we Wrocławiu – spośród jego uczniów kilkoro już się sprawdziło jako matematycy:

A. Wojciechowska, wspólnie z J. i Z. Anusiakami, opracowała program matematyki dla LO profilu humanistycznego, który zyskał bardzo przychylne opinie, a nie został wprowadzony w życie ze względów pozamerytorycznych.