

Byłem Berlińczykiem

Red.

Paweł STRZELECKI, Warszawa

– Z całym szacunkiem pozwolę sobie zadać jeszcze jedno pytanie – dodał Filip Swallow. – Jakież ma więc sens dyskusowanie o twoim wykładzie, skoro zgodnie z twoją teorią nie byłoby to rozważanie tego, coś istotnie powiedział, ale tylko mało dokładne odtworzenie z pamięci lub subiektywne interpretowanie twoich wypowiedzi?

– Nie ma sensu – odparł wesóło Morris Zapp. – Jeżeli przez sens rozumiesz nadzieję na dotarcie do jakiejś określonej prawdy. Ale czy dotarłeś do niej kiedyś w trakcie jakiegokolwiek konferencyjnej dyskusji?

David Lodge, *Mały światek*, przełożyła Natalia Billi

Na prośbę Marka Kordosa zamierzam poniżej dokonać czegoś, w czym Filip Swallow i jemu podobni nie doszukaniliby się większego sensu: mało dokładnie odtworzę z pamięci i subiektywnie zinterpretuję obrazy zgromadzone podczas jedenastu dni, które spędziłem pod koniec sierpnia 1998 roku na Międzynarodowym Kongresie Matematyków w Berlinie.

Kongres to impreza dość szczególna, nie tylko ze względu na swoje rozmiary (tym razem w Berlinie spotkało się około 3500 matematyków, wygłoszonych zostało 21 godzinnych wykładów plenarnych, 168 zaproszonych wykładów w sekcjach, a prócz tego zaprezentowano około 1200 krótkich komunikatów i plakatów). Prócz matematyki, w żadnej innej dziedzinie nauki nie organizuje się konferencji czy kongresów, które stawiałyby sobie ambitne zadanie ogarnięcia całości niedawnych osiągnięć danej dziedziny. Nie mają swych Kongresów fizycy, informatycy, chemicy czy biolodzy. Jedynie matematycy tak wysoko stawiają potrzebę dysponowania choć cieniem informacji o tym, co dzieje się w całej matematyce. I właśnie organizowany co cztery lata Kongres ma tę potrzebę zaspokajając, informując o tym, co się ostatnio w matematyce wydarzyło. Ubocznym efektem tego informowania jest półoficjalna, kawiarniana i plotkarska klasyfikacja aktualnej pozycji różnych dyscyplin matematyki. Na dworze królowej nauk – jak na każdym innym królewskim dworze – pozycja nie musi (choć, rzecz jasna, może) wiązać się z prawdziwymi przymiotami ducha i charakteru. Niesie natomiast na ogół wpływy i władzę. I nawet średnio wprawny obserwator, krążąc przez pewien czas po gwarnych komnatach, bez trudu dostrzeże, kto przy stole siedzi na ważniejszym miejscu i odbiera głębsze (co nie zawsze znaczy: szczerze) ukłony tłumu dworaków.

Pierwszego dnia, podczas ceremonii otwarcia Kongresu, po wysłuchaniu dwugodzinnej serii wystąpień różnych ważnych osobistości (w tym mocno przedwyborczych filipik, które zechcieli wygłosić: minister edukacji, wiceminister finansów, burmistrz Berlina i sekretarz stanu z kancelarii prezydenta Herzoga), wszyscy w ciągu kwadransa dowiedzieli się, kto dostał medale Fieldsa. Potem z istic niemiecką maestrią organizacyjną parotysięczny tłum został nakarmiony, a następnie dzięki serii kilkunastominutowych referatów można było dowiedzieć się, jakie osiągnięcia były powodem przyznania medali (przekonując się przy okazji, jak np. niżej podpisany, o głębi bezdennej otchłani własnej niewiedzy). Dla porządku poświęcę każdemu z medalistów kilka zdań.

Richard Borcherds, trzydziestodziesięcioletni matematyk z Uniwersytetu w Cambridge (Wielka Brytania), został wyróżniony za prace z algebry, między innymi za dowód hipotezy Conwaya i Nortona, która dotyczyła grupy monstrum i była tak nieprawdopodobna (dalekosiężna, jeśli kto woli), że przyjęło się nazywać ją „the monstrous moonshine”, czyli „monstrualną bujdą”. Grupa monstrum jest największą sporadyczną skończoną grupą prostą; liczy sobie ponad $8 \cdot 10^{53}$ elementów i zasadniczo można ją sobie wyobrażać jako grupę złożoną z pewnych obrotów przestrzeni 196883-wymiarowej (co gorsza, prościej się nie da). Hipoteza Conwaya-Nortona przewidywała, między innymi, dla

jakich wymiarów n grupa monstrum jest podgrupą grupy wszystkich obrotów przestrzeni \mathbb{R}^n . Prace Borchersa mają związek ze współczesną fizyką: z szalenie modną ostatnio teorią strun oraz z konforemną teorią pola w dwóch wymiarach.

William Timothy Gowers, trzydziestopięcioletni kolega Borchersa z Cambridge (nieczęsto medal Fieldsa dostają dwaj matematycy z jednego kraju, a w dodatku z tego samego uniwersytetu!), otrzymał medal Fieldsa za wyniki z analizy funkcjonalnej. Gowers rozwiązał kilka problemów, które czekały na swoich pogromców od lat trzydziestych naszego stulecia, między innymi dwa problemy postawione przez Banacha – problem przestrzeni jednorodnej (nawiasem: o włos od tego samego wyniku była para Polaków, Nicole Tomczak-Jaegerman i Jacek Komorowski) i problem hiperpłaszczyzny. Ta seria osiągnięć była możliwa dzięki konstrukcji przykładu (W.T. Gowers, B. Maurey, 1991) przestrzeni dziedzicznie nierozkładalnej (ten paskudnie brzmiący termin oznacza, że przestrzeń nie ma w zasadzie żadnych nietrywialnych symetrii) i tak zwanemu twierdzeniu Gowersa o dychotomii, które orzeka, że grubsza biorąc, że każda przestrzeń Banacha ma podprzestrzeń, która ma bazę bezwarunkową (to znaczy: podprzestrzeń bardzo ładną, symetryczną), lub podprzestrzeń dziedzicznie nierozkładalną (to znaczy: podprzestrzeń bardzo paskudną). Waga wyników Gowersa polega między innymi na tym, że twierdzenia analizy funkcjonalnej, które mówią coś o *wszystkich* przestrzeniach Banacha naraz, można bez większego trudu zliczyć na palcach.

W pracach Gowersa tradycyjne metody analizy funkcjonalnej mieszają się z wyrafinowanymi argumentami kombinatorycznymi, którą ten medalista też się interesuje (w tym przypadku czasownik „interesuje” oznacza zupełnie co innego, niż w przypadku większości innych śmiertelników, którzy mówią: „tak, ja też kombinatorykę lubię”).

Właśnie kombinatoryce Gowers poświęcił swój wykład, wygłoszony mniej więcej w połowie Kongresu, z widoczną troską o inteligentnych inaczej (za co ja przynajmniej do dziś jestem mu w duchu wdzięczny).

Maksym Koncewicz, trzydziestoczteroletni Rosjanin, który dziś na stałe pracuje w podparyskim Bures-sur-Yvette, w Institute des Hautes Etudes Scientifiques, dostał swój medal za prace z geometrii i topologii rozmaitości oraz teorii węzłów (obejmujące, między innymi, dowód pewnej hipotezy Edwarda Wittena, twórcy teorii strun, oraz konstrukcję nowych, najogólniejszych ze znanych dotychczas, niezmienników węzłów). Ze wszystkich czterech medalistów on najbardziej sprawiał wrażenie wielkiego wizjonera i jednocześnie przypominał lekko nieśmiałego olimpijczyka, który dopiero przy tablicy nabiera pewności siebie, ale za to wtedy jest w stanie wpędzić nieomal wszystkich (a w każdym razie mnie) w stan głębokiej frustracji – nie dba bowiem, czy ktokolwiek nadaża za jego tokiem rozumowania. Znakomita większość uczestników Kongresu wolałaby zapewne, żeby sam Koncewicz miał wykład nie godzinny, tylko piętnastominutowy (w końcu przez piętnaście minut też można publiczność wystraszyć i otumanic); zaoszczędzony czas można byłoby oddać Cliffordowi Taubesowi, który do piętnastominutowej opowieści o Koncewiczu niewątpliwie dobrze się przygotował, a dysponując trzema kwadransami zdołałby zapewne opowiedzieć znacznie ciekawszą historię, niż bujający w obłokach medalista.

Curtis T. McMullen, czterdziestolatek z Uniwersytetu Harvarda, zdobył swój medal dzięki pracom na temat iteracji funkcji zmiennej zespolonej, oraz odkrywczym pomysłom z pogranicza teorii układów dynamicznych i geometrii rozmaitości trójwymiarowych. Steven Smale, który miał opowiadać o jego osiągnięciach, nie odrobił niestety lekcji: zużył niecałe siedem minut z ustawowych piętnastu, pokazując serię mało starannych slajdów z lawiną tekstu, bogatego przede wszystkim w przymiotniki.

Oprócz czterech wyżej wymienionych panów w światłach sceny berlińskiego ICC (Międzynarodowego Centrum Kongresowego) stanął też Andrew Wiles, któremu zamiast medalu Fieldsa Jurij Manin wręczył pamiątkową srebrną płytkę z wygrawerowanym łacińskim dopiskiem Fermata z marginesu *Arithmetiki* Diofantosa. Decyzję o respektowaniu obyczaju, że medalista Fieldsa powinien

mieć nie więcej, niż 40 lat, podjęto, jak otwarcie wyznał Manin, po długich wahaniach. O tym, że były to wahania uzasadnione, świadczyła zresztą siła i długość oklasków, witających Wileasa znacznie dłużej niż któregokolwiek z medalistów.

Prócz medali Fieldsa wręczono również, zgodnie z tradycją, nagrodę Nevanlinny, przyznawaną za osiągnięcia w teoretycznej informatyce. W tym roku otrzymał ją Peter Shor, matematyk z AT&T Bell Laboratories, za prace poświęcone algorytmom dla kwantowych komputerów. Głośne ostatnio komputery kwantowe są jak na razie maszynami w gruncie rzeczy czysto hipotetycznymi. W zamyśle pomysłodawców – Paula Benioffa, Davida Deutscha i Richarda Feynmana – komputer taki miałby za pomocą rejestru złożonego z n niezwykle kwantowych bitów (każdy z nich należy sobie wyobrazić jako układ kwantowy, który może znajdować się, niczym uwielbiany przez fizyków kot w worku, w dwóch stanach jednocześnie – w każdym z nich nie do końca i nie na pewno, lecz jedynie z pewnym prawdopodobieństwem) reprezentować nie 2^n różnych stanów (= wszystkich ciągów zerojedynkowych długości n), jak robi to zwykły komputer, lecz nieskończenie wiele kwantowych superpozycji (matematyk powiedziałby: kombinacji liniowych) tych stanów. Komputer kwantowy udziela na zadane przez programistę pytanie odpowiedzi niekoniecznie poprawnej – za to robi to (ponoć) błyskawicznie. Dla tych wyśnionych i nieistniejących maszyn pisze się już algorytmy. Peter Shor znalazł, między innymi, „kwantowy” algorytm szybkiego rozkładania liczby złożonej na czynniki pierwsze. Najlepszy znany obecnie algorytm rozkładania liczby całkowitej na czynniki działa dla liczb k -cyfrowych w czasie rzędu $\exp(ck^{1/3} \log^{2/3} k)$; algorytm Shora wypluwa odpowiedź już po czasie rzędu $k^2 \log k \log \log k$.

* * *

Nie wiem, ile osób zapamiętało z pierwszego dnia Kongresu dosadne i szczerze słowa Friedricha Hirzebrucha i Jürgena Mosera, którzy odważnie mówili (pierwszy w wystąpieniu podczas ceremonii otwarcia, a drugi we wstępie do swego wykładu plenarnego) o ciężkim bagażu niemieckich doświadczeń lat trzydziestych i czterdziestych. Ja, choć nie potrafię dokładnie zacytować, pamiętam do dziś – być może dlatego, że sam istnieję między innymi dzięki temu, iż moi dziadkowie i rodzice przeżyli powstanie warszawskie.

* * *

Następnego dnia, w środę, można było między innymi wysłuchać godzinnej, sprawnie wygłoszonej opowieści Shora o komputerach kwantowych, która utwierdziła wszystkich w przekonaniu, że z matematycznego punktu widzenia jest to właściwie sprytnie zastosowanie algebry liniowej, ubrane w lekko pretensjonalny język. Sceptycy mówili potem otwarcie w kuluarach, że w końcu wszelki postęp w dziedzinie szybkości obliczeń dokonywał się w ciągu ostatnich dwudziestu lat głównie dzięki elektronice i technologii, nie zaś dzięki teoretycznej informatyce.

Gwoździem programu drugiego dnia Kongresu był niewątpliwie wieczorny wykład Wileasa, który opowiedział o swoim dowodzie Wielkiego Twierdzenia Fermata. Aby zdobyć miejsce w rozsądnej odległości od tablicy, należało twardo zasiąść w sali dobre trzy kwadransy przed wykładem. Tłum matematyków wlewał się przez drzwi i szczelnie wypełniał parter i balkon największej auli Technische Universität, obsiadując – zamiast po całym dniu wykładów odpoczywać w jakiejś miłej bierstube! – nie tylko krzesła, lecz każdy ułamek powierzchni schodów i przejść między rzędami. Czas oczekiwania wszyscy skracali sobie pogwarkami; Don Zagier, który zapowiadał wykładowcę, długo postukiwał w mikrofon, zanim udało mu się nieco salę uciszyć. Przymiotnik *kwantowy* robi ostatnio karierę, padły więc słowa o tym, że owa srebrna tabliczka to taki skwantowany medal Fieldsa, a potem na scenę po schodkach wyszedł nieśmiało uśmiechnięty Wiles, wbity w marynarkę i krawat. Szum, gwar i rozmowy zamarty jak ucięte nożem; zapadła cisza głębsza niż w teatrze czy kościele. Sala wytrzymała w całkowitym bezruchu (bezdechu?) bitą godzinę.

Chyba nigdy nie słuchałem wykładu przepelnionego takim ładunkiem emocji, a jednocześnie niezwykle starannie przygotowanego; nigdy też nie miałem równie silnego wrażenia, że oto na moich oczach dzieje się historia matematyki. Brawo sala biła do zsinienia rąk i na stojąco, jakby wszyscy usiłowali tym gestem skwantowany medal Fieldsa zamienić Wilesowi w medal prawdziwy. Warto dodać, że samotnym prowodyrem owego wstawania z miejsc był profesor Zbigniew Ciesielski.

Myślę dziś, że była to przedwczesna kulminacja kongresowych dni. Potem działo się jeszcze wiele ciekawego, ale nic nie zapadło mi w pamięć równie mocno i głęboko.

* * *

Spróbuję teraz naszkicować zapowiedziany na wstępie obraz dworu królowej nauk, który można było dostrzec w układzie i doborze wykładów plenarnych. Było ich dwadzieścia jeden; pozwolę sobie dla jasności wyводу podzielić je na trzy grupy.

Oto pierwsza z nich (tłumaczenia tytułów w wolnym przekładzie):

1. Jürgen Moser, *Układy dynamiczne – przeszłość i teraźniejszość*;
2. Christopher Deninger, *O pewnych analogiach między teorią liczb a układami dynamicznymi na przestrzeniach z foliacjami*;
3. Giovanni Gallavotti, *Hipoteza chaosu i uniwersalne własności dużych odchyleń*;
4. Helmut Hofer, *Dynamika, topologia i krzywe holomorficzne*;
5. Karl Sigmund, *Dynamika populacyjna – konflikt i współpraca*;
6. Marcelo Viana, *Dynamika: perspektywa probabilistyczna i geometryczna*.

Najmarniejszy adwokat zdołałby więc udowodnić przed każdym sądem, że układy dynamiczne (przypomnijmy: z kolejnym, po medalu Jeana Christopha Yoccoza sprzed czterech lat, medalem Fieldsa, tym razem dla Curtisa McMullena) są obecnie jedną z najbardziej wpływowych i najbardziej modnych dyscyplin matematyki, w dodatku dyscypliną szeroką i różnorodną, w której jest miejsce i na panoramiczne, pełne zadumy i w gruncie rzeczy bardzo osobiste spojrzenie Mosera, ogarniające dwa stulecia twardej analizy i równań różniczkowych, i na przystojące bardziej fizykowi niż matematykowi spekulacje Gallavottiego, i na wycieczki Hofera czy Deningera na cudze podwórka. Karl Sigmund dostarczyłby owemu adwokatowi naręczą argumentów o szerokiej stosowalności układów dynamicznych, a młody Brazylijczyk Viana zapewne przekonałby go o świetlanych perspektywach tej dyscypliny.

Wypada się cieszyć z tego, że akurat w tej dziedzinie Polacy spisują się godnie i należą do ścisłej czołówki. Wśród zaproszonej dziesiątki wykładowców w sekcji *Równania różniczkowe zwyczajne i układy dynamiczne* dwójka (Krystyna Kuperberg i Grzegorz Świątek, oboje pracujący dziś w Stanach Zjednoczonych) jest wyposażona w doktoraty przez Uniwersytet Warszawski, a polskie prace i polskie nazwiska były tu gęsto cytowane. Niestety, zdecydowanie nie wszędzie wiedzie się nam równie dobrze. Liczba ośrodków, z których pochodzą matematycy polscy cytowani (powiedzmy) na wykładach sekcyjnych, nijak się ma do liczby różnych Instytutów Matematyki gotowych uznać się za szacowne. Dodajmy też, że istotna część cytowanych przez światową czołówkę Polaków zdecydowała się rozkwitać za oceanem – tam też wyklada i raczej tam miewa uczniów.

Druga grupa wykładów plenarnych obejmowała różnorodne, zarówno bardzo rzeczywiste, jak i z lekka fikcyjne, zastosowania matematyki (od mechaniki statystycznej, przez wspomniane komputery kwantowe, po kodowanie sygnałów i badanie drgań skorupy ziemskiej po powietrznym wybuchu jądrowym), a także poglądy fizyków – niżej podpisanemu niełatwo ocenić, na ile te ostatnie (wykłady nr 3 i 4 poniżej) są wizjonerskie, a na ile, dla matematyka przynajmniej, graniczą z szarlatanerią wypraną z twardych argumentów. Oto dramatis personae:

1. George Papanicolau, *Problemy matematyczne geofizyki*;
2. Peter Shor, *Obliczenia kwantowe*;
3. Cumrun Vafa, *Fizyka geometryczna*;
4. Tetsuji Miwa, *Analiza algebraiczna rozwiązalnych modeli kratowych*;
5. Wolfgang Hackbusch, *Od klasycznej analizy numerycznej do nauk obliczeniowych*;
6. Michel Talagrand, *Ogromne struktury losowe*;
7. Stephane Mallat, *Matematyka stosowana spotyka przetwarzanie sygnałów*.

Oprócz tego, podczas plenarnych sesji znalazło się miejsce dla sześciu wykładów reprezentujących tzw. całą resztę matematyki i dla jednego samotnego białego żagla. Owa szóstka to Jean Michel Bismut (teoria indeksu operatorów różniczkowych), Ehud Hrushovski (geometryczna teoria modeli), Ian Macdonald (wielomiany ortogonalne i afiniczne algebry Hecke), Dusa McDuff (topologia symplektyczna), Gilles Pisier (operatorowe przestrzenie Banacha), Peter Sarnak (L -funkcje i funkcje typu dzeta), Vladimir Voevodsky (teoria homotopii na rozmaitościach algebraicznych). Ostatni plenarny wykład kongresu – o tasowaniu kart i obchodzeniu budynków dookoła – wygłaszał Persi Diaconis, który w swoim czasie zarabiał na chleb jako wzięty magik i iluzjonista, a dziś zajmuje się łańcuchami Markowa i statystyką; z dawnych lat została mu najwyraźniej troska o trzymanie publiczności w napięciu i zapewnienie jej należytej (co nie znaczy: bezmyślnej i łatwej) rozrywki.

Mój podział wykładów jest oczywiście z lekka tendencyjny; oprócz układów dynamicznych w cenie jest niewątpliwie teoria liczb (m.in. Wiles, Sarnak, Deninger), po cichutku karmiąca się nadzieją, że skoro udało się z Wielkim Twierdzeniem Fermata, to może uda się też z hipotezą Riemanna. Nieźle ma się też analiza funkcjonalna, podbudowana medalem Fieldsa dla Gowersa i sukcesami falek, które niewątpliwie należą do prawdziwych, pożytecznych i ważnych zastosowań matematyki. W innych dziedzinach swoboda tworzenia jest wprawdzie ogromna (co wielu matematyków radośnie wykorzystuje), trudno się jednak oprzeć przekonaniu, że znacznie łatwiej zdobyć dziś zaproszenie do plenarnego wystąpienia na Kongresie, ubierając swe badania w szatki zastosowań, niż męcząc się z matematyką twardą, trudną i czystą. Przerażonych wyznawców pitagoreizmu (jeśli w ogóle gdziekolwiek jeszcze istnieją) wypada uspokoić: dowód hipotezy Riemanna, czy skromnego wyniku w rodzaju twierdzenia Atiyaha-Singera o indeksie, z pewnością też byłby przepustką na scenę.

* * *

Kongres, co wypada przyznać organizatorom, przygotowany był niemal perfekcyjnie; nieliczne potknięcia w rodzaju katastrofalnie nieudanego przyjęcia na zakończenie czy przegonienia biegiem na drugą stronę dwupasmowej ulicy (do większej sali w innym budynku) tłumu oczekującego na wykład Gowersa – przez co ostatni stali się pierwszymi – przydały imprezie ludzkiego oblicza.

Wszystko stało też pod znakiem komputerów: od opowieści Shora otwierającej drugi dzień, po stoisko Springera, zachwalającego system LINK, który pozwala każdemu, kto pracuje w instytucji prenumerującej springerowskie czasopisma, oglądać je na żywo na ekranie monitora i drukować we własnym pokoju wybrane artykuły, bez potrzeby wgniatania oprawionych tomów pod niedomkniętą pokrywę kserografu. Dzięki komputerom wszyscy dostali do ręki dwa tomy prac zebranych Kongresu już pierwszego dnia (trzeci rozesłano uczestnikom później, w ramach respektowania obyczaju, który nie pozwala z wyprzedzeniem ujawniać nazwisk medalistów Fieldsa), a jedyny spośród blisko dwustu zaproszonych wykładowców, który ośmielił się dostarczyć tekst swego wykładu w postaci zwykłego, staromodnego maszynopisu, został plenarnie (choć nie po nazwisku) przez organizatorów obrugany. Grubo ponad połowa uczestników dokonała rejestracji i wniosła wszelkie opłaty za pośrednictwem Internetu, z pominięciem zwykłej poczty, faksów i telefonów.

Niełatwo powiedzieć, dokąd nas to wszystko zaprowadzi. Wydaje się jednak pewne, że matematyka – mimo wszystko – ma się nieźle i jeszcze sporo pożyje (przyszłe pokolenia zdecydują, w jakim zdrowiu). Zamiast pełnego optymizmu zakończenia, którego napisać nie potrafię, niech starczy wytrwałemu Czytelnikowi ostatnie zdanie, które cytowany na wstępie bohater Lodge'a, Morris Zapp, wygłasza podczas swego wykładu na konferencji w ponurym mieście Rummidge (to z lekka zamaskowane wcielenie robociarskiego Birmingham): *Tekst odstania się przed nami, ale nie dozwoli nigdy, byśmy go posiadli, toteż zamiast dążyć do wzięcia go w posiadanie, powinniśmy czerpać rozkosz z tego, że nas podnieca.*

Zapp był u Lodge'a językoznawcą i teoretykiem literatury. Czy jednak – ot, przypadkiem i tak sobie – większość z nas nie podpisałaby się pod tym zdaniem, gdyby zamiast *tekst* napisać w nim *matematyka* i konsekwentnie zmienić dwa dalsze zaimki z rodzaju męskiego na żeński? Jeśli komuś będzie dzięki temu łatwiej, niech doda na przedostatnim miejscu słówko *jeszcze*.