

Liczby i rekordy

Tak się jakoś składa, że lubimy rekordy. Zachwycamy się, gdy sportowcy biją rekordy w tej czy innej dyscyplinie. Gazety i inne środki masowego przekazu niemal codziennie informują nas o nowych rekordach nie tylko sportowych, ale czasem bardzo nietypowych. Księga najdziwniejszych rekordów, czyli Księga Guinnessa cieszy się niezmiennie ogromnym zainteresowaniem. Wielu ludzi naraża życie i zdrowie tylko po to, by ich nazwisko znalazło się w tej księdze. Rekordy odnotowuje się również w nauce, chociaż raczej rzadko trafiają one do księgi Guinnessa. Rekordy zawsze wyrażane są w liczbach, bo to właśnie liczby można porównywać: ktoś zjadł najwięcej pączków, przesiedział ileś godzin na słupie, względnie w określonym czasie przebiegł sto metrów. Naturalne więc wydaje się pytanie o rekordy ze świata liczb.

Liczby od najdawniejszych czasów związane są z losem naszej cywilizacji. Służąc do liczenia przedmiotów, zaczęły też żyć własnym życiem. Starożytni przypisywali liczbom naturalnym cechy magiczne. Według pitagorejczyków każda liczba naturalna miała jakąś tajemną niepowtarzalną cechę, a cały świat i wszystkie zjawiska w nim zachodzące powinny dać się opisać za pomocą proporcji liczb naturalnych.

Pojęcie liczby jest jednym z fundamentalnych pojęć matematyki. Im więcej wiemy o liczbach, tym lepiej poznajemy matematykę. Szczególnie ważne są właśnie liczby naturalne, a wśród nich liczby pierwsze. Dziedzina matematyki zajmująca się liczbami nazywa się teorią liczb i nie należy mylić jej z arytmetyką, gdzie nacisk położony jest bardziej na rachunki i własności działań, choć wyraźne granice trudno tu przeprowadzić.

Przez długi czas teoria liczb uchodziła za najczystsza z czystych dziedzin matematyki, nieskażoną żadnymi zastosowaniami. Gauss, i wielu innych, uważali teorię liczb za królową matematyki. W dziewiętnastym wieku i jeszcze na początku wieku XX do dobrego tonu należało, by prawdziwy matematyk miał oryginalne wyniki właśnie w teorii liczb.

Teoria liczb charakteryzuje się również tym, że ważne problemy w niej postawione, często dają się sformułować elementarnie – w sposób zrozumiały nawet dla ucznia szkoły podstawowej. Pojęcia tam występujące również bardzo często nie wymagają skomplikowanych abstrakcyjnych konstrukcji. Inaczej bywa z rozwiązaniami. Te, jeśli tylko są znane, często wymagają zastosowania najpotężniejszych technik współczesnej matematyki. Często też nowe zaawansowane metody były tworzone niejako na zamówienie teorii liczb i stawianych przez nią problemów.

Teoria liczb może się wydawać niespecjaliście dziedziną bardzo nudną i wysublimowaną. Studiowanie własności liczb może się kojarzyć z pracą księgowego, przeglądaniem tabel liczbowych i, na ich podstawie, wyciąganiem odpowiednich wniosków. Prawda jest jednak inna. Jest coś takiego w teorii liczb, że zagadnienia tam rozważane mogą ukazać piękno i potęgę całej matematyki, szczególnie, gdy są odpowiednio przedstawiane.

Teoria liczb ma również swoją księgę rekordów. Napisał ją Paulo Ribenboim i w 1996 roku ukazało się jej znacznie uzupełnione wznowienie: "The New Book of Prime Number Records" Springer 1996. Polski czytelnik dzięki Wydawnictwom Naukowo-Technicznym otrzymuje skróconą jej wersję zatytułowaną „Mała księga wielkich liczb pierwszych”.

Książka Ribenboima nie jest zwykłym spisem dziwnych i wydumanych rekordów ze świata liczb. Jest to fascynująca opowieść o najbardziej aktualnych problemach teorii liczb, a przy okazji, niejako na deser, podane są liczby rekordowe związane z omawianymi problemami. Zwrot „opowieść” nie oddaje w pełni tego, czym naprawdę jest ta książka. Z jednej strony, jak w typowym podręczniku, jest tu sporo wzorów, są wyróżnione twierdzenia i dowody.

Z drugiej strony jednak książka napisana jest prostym, niezwykle barwnym językiem i czyta się ją niemal jednym tchem. Komentarze autora są raczej oszczędne, a mimo to jakże różne od wymuszonych zdań „przerywnikowych” w typowych podręcznikach matematycznych. Tłumaczą, co trzeba, zachęcają do refleksji, a także od czasu do czasu wzbudzają uśmiech. Ribenboim odznacza się bowiem ogromnym poczuciem humoru, co doskonale widać właśnie w komentarzach.

Mimo iż książka dotyczy bardzo specjalnych obiektów – liczb pierwszych, to czytelnik nie ma prawa się nudzić przy jej lekturze. Jeśli ktoś uważał, że teoria liczb jest dziedziną nieciekawą, zmieni zdanie po nawet dość pobieżnym przejrzeniu „Małej Księgi”. Trzeba zaznaczyć, iż dzieło jest przeznaczone dla czytelnika choć trochę przygotowanego matematycznie, chorzy na matematyczną fobię nie powinni do niej zaglądać. Ale studenci, nauczyciele matematyki, uczniowie starszych klas szkół średnich i wszyscy lubiący matematykę mogą znaleźć w książce coś dla siebie.

Tak więc można w książce znaleźć kilka dowodów faktu, iż liczb pierwszych jest nieskończenie wiele. Czy znamy jakiś prosty i elementarny dowód tego twierdzenia? Możemy dowiedzieć się, jak rozpoznać, czy liczba naturalna jest pierwsza, a przy okazji poznać chińskie twierdzenia o resztach, twierdzenie Wilsona i wiele innych klasycznych twierdzeń teorii liczb. Poznamy liczby Fermata, Mersenne’a i rozmaite odmiany liczb pseudopierwszych. Omawiane są testy pierwszości liczb – problemy ostatnio bardzo modne, gdyż związane z szyfrowaniem tekstów.

Nurtujące jest pytanie, czy istnieją wzory na liczby pierwsze albo ogólniej, czy istnieją funkcje opisujące pewne rodziny liczb pierwszych. Te sprawy również są poruszane w „Małej Księdze”. Gdy już wiemy, że nie ma efektywnych wzorów dających liczby pierwsze, zastanawiamy się, jak też liczby pierwsze są rozmieszczone w zbiorze liczb naturalnych. I tu mamy całą serię problemów: problem liczb bliźniaczych, hipoteza Goldbacha, własności funkcji opisującej liczbę liczb pierwszych niewiększych od danej liczby ($\pi(x)$), co prowadzi do całej serii problemów dotyczących funkcji dzeta Riemanna. Wszystko to i wiele jeszcze innych spraw Ribenboim bardzo ciekawie przedstawia.

Oprócz tego czytelnik ma okazję poznać pewne specjalne rodziny liczb pierwszych, a także wybrane metody badania liczb pierwszych. Dla pragnących sięgnąć do źródeł i uzupełnić swą wiedzę po każdym z rozdziałów umieszczona jest bogata literatura.

W przedmowie Ribenboim napisał „Chciałbym, żeby każdy miłośnik liczb – początkujący student, nauczyciel, matematyk na emeryturze, inżynier czy hazardzista komputerowy – dał się wciągnąć w rozmyślenia nad piękną teorią liczb pierwszych i tajemnicami, które w sobie kryje.” Jest wielce prawdopodobne, że pragnienia Autora spełnią się, gdyż książka ma szansę zainteresować również tych, którzy do teorii liczb nastawieni są sceptycznie.

Paolo Ribenboim „Mała księga wielkich liczb pierwszych” Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1997.
Przekład Jerzy Browkin.

Zdzisław POGODA

Wydawnictwa Uczelniane WSRP
Wydanie I. Nakład 250 egz. Ark. wyd. 7,0.
Ark. druk. 6,5.
Oddano do druku: lipiec 1998 r.
Druk ukończono: sierpień 1998 r.
Druk: „SPRINT-EUROSEI” s.c.
Siedlce, ul. Mireckiego 55