

Matematyka nieczęsto trafia na łamy gazet. Zazwyczaj są to sensacje dotyczące nowej wielkiej liczby pierwszej lub wielkiego twierdzenia Fermata albo innej „zagadki matematycznej”. Ostatnio ogromną karierę zrobiły hasła takie jak chaos i fraktale. Choć matematyka nie kojarzy się raczej z chaosem, to jednak zjawiska chaotyczne znalazły się w kręgu zainteresowań właśnie matematyków.

Od czasów starożytnych filozofowie próbowali opisać świat używając języka matematyki. Uważali, że ład Wszechświata da się wyrazić właśnie w tym języku. Zjawiska nieregularne, nieporządne i nieprzewidywalne uznawane były za odstępstwa od tego ładu. Wszechświat postrzegany był jako potężny, precyzyjny mechanizm zegarowy, w którym wszystko dałoby się przewidzieć. W takim przeświadczeniu utwierdzało powstanie rachunku różniczkowego i całkowego oraz sukcesy w rozwoju mechaniki. Odkrycia praw dynamiki i prawa ciężenia jeszcze dobitniej podkreślały ład Wszechświata. Zdarzały się jednak sytuacje, które nie bardzo chciały się poddać stworzonemu porządkowi. Uznawano je za wyjątki raczej potwierdzające regułę. Mieszanie się gazów lub cieczy, problem trzech ciał, przepływy turbulentyne, zjawiska atmosferyczne, choć rządzone prostymi prawami, nie dawały się przewidywać. Wydawało się tylko kwestią czasu znalezienie odpowiednich formuł i metod rachunkowych. Wiele nadziei rozbudziło powstanie „maszyn liczących” o coraz większych możliwościach.

Podobnie jak w innych dziedzinach, także i w matematyce raz jedne, a raz inne dziedziny są bardziej modne. Był czas, że geometrii była podporządkowana cała matematyka. Później dziedziną wiodącą stała się analiza. W pierwszej połowie XX wieku matematyka została opanowana przez teorię mnogości itd. Na początku lat siedemdziesiątych pojawiła się teoria o sugestywnej i nieco zwodniczej nazwie – teoria katastrof. Wydawało się, że wreszcie pojawiła się teoria pozwalająca opisać to, co ulotne i nieuchwytnie. Szybko się jednak przekonano, że nie jest to panaceum na ułomności metod matematycznych. Niestety powodem wielu nieporozumień teorii katastrof była jej nazwa zbyt mocno działająca na wyobraźnię.

I oto wraz z oszałamiającym rozwojem technik komputerowych pojawiły się nowe hasła „fraktale” i „chaos”, które zaczęły robić ogromną karierę w ostatnich latach. Naprawdę pojawiła się szansa na opisanie zjawisk dotychczas nieuchwytnych. Kształty występujące w przyrodzie dalekie są od idealnych; chmury, mgła, góry, brzeg morski, fale, liście, drzewa, to jednak nie walce, stożki, elipsoidy, ani nawet bardziej skomplikowane twory algebraiczne. Zaczęto intensywnie badać fraktalny świat, coraz popularniejsze stały się terminy takie jak: „żuk Mandelbrota”, „zbiory Julii”, „atraktor Lorenza”, „dziwne atraktory”, „stała Feigenbauma” i wiele jeszcze innych. Na świecie pojawiło się sporo znakomitych (albo przynajmniej słynnych) podręczników poświęconych tym sprawom. Do najbardziej znanych, a jednocześnie pionierskich w tej dziedzinie, należą: książka Mandelborta *The Fractal Geometry of Nature* oraz Peitgena i Richtera *The Beauty of Fractals*. Książki te nie zostały przetłumaczone na język polski, co wcale nie znaczy, że nic na ten temat po polsku się nie ukazało. Wydawcy specjalizujący się w przygotowywaniu książek naukowych i popularnonaukowych zorientowali się, że hasła „chaos” i „fraktale” są coraz bardziej popularne.

Jedną z pierwszych książek poświęconych tym sprawom, przetłumaczonych na język polski, była książka Iana Stewarta *Czy Bóg gra w kości?* wydana przez PWN. To samo wydawnictwo przygotowało najbardziej chyba obszerne, wydane po polsku, dwutomowe dzieło poświęcone chaosowi i zagadnieniom pokrewnym: *Fraktale – Granice chaosu* Peitgena, Jürgensa i Saupego. Dzieło jest rzeczywiście imponujące, każdy tom liczy ponad pięćset stron. Tytuł, autorzy, a także wydawca wersji polskiej, sugerują, że książka przeznaczona jest przede wszystkim dla nauczycieli, a może także zainteresować uczniów starszych klas szkół średnich; tytuł oryginału *Fractals for the Classroom*. Niewątpliwie po

książkę sięgną wszyscy, którzy zechcą się dowiedzieć, co to są fraktale i o co chodzi z tym chaosem. Wielu jednak będzie zawiedzionych, a w szczególności ci, którzy oczekują łatwej i miłej lektury o efektownych zastosowaniach z ładnymi, kolorowymi obrazkami. Książka trzech znanych specjalistów jest niewątpliwie jednym z najpełniejszych wykładów poświęconych fraktalom. Nie jest to jednak wykład popularny. Od czytelnika wymagana jest dojrzałość, cierpliwość oraz pewne zaprawienie w czytaniu tekstów matematycznych. Dlatego należy być bardzo ostrożnym w polecaniu go nie tyle uczniom, co w ogóle osobom, które nie miały styczności z tekstami matematycznymi.

Początkowe wrażenie nie jest najlepsze: duża objętość, sporo wzorów i obce terminy – to wszystko nie wygląda zachęcająco. Gdy jednak przełamując naturalną niechęć rozpoczniemy lekturę, to okaże się, że tekst nie jest taki skomplikowany, a bardziej zaawansowane fragmenty zostały odpowiednio wydzielone. Książkę czyta się dobrze. Autorzy chętnie używają rozbudowanych komentarzy i wyjaśnień, nie boją się powtórzeń. Przykłady przedstawiane są bardziej szczegółowo. Sporo jest informacji o ludziach i o historii opisywanych obiektów bądź twierdzeń. Z drugiej jednak strony nie unika się w tej książce rozbudowanego aparatu matematycznego, bez którego nie można precyzyjnie opisać przedstawianych obiektów i wprowadzić w sedno sprawy. Ale czytelnik z pewnym przygotowaniem powinien sobie poradzić z jasno napisanym tekstem.

Ten, kto nie przestraszy się matematycznych formuł i formalnych rozumowań, będzie mógł sporo dowiedzieć się o naturze zbiorów Julii i Mandelbrota, uniwersalności dywanu Sierpińskiego, zastosowaniach krzywej von Kocha i trójkąta Sierpińskiego, drzewach pitagorejskich, wymiarze fraktalnym, kompresji i kodowaniu obrazów, losowości w konstrukcjach fraktalnych, automatach komórkowych, atraktorach oraz wielu innych zagadnieniach ściśle bądź pośrednio dotyczących fraktali. Odważni i wytrwali mają rzadką okazję przyjrzenia się powstawaniu i rozwojowi nowej dziedziny wiedzy oraz jej ważnym zastosowaniom.

Pojawienie się i nieprawdopodobny rozwój metod i technik komputerowych stały się powodem swoistego przewrotu w podejściu do dowodzenia twierdzeń i pojmowania faktów matematycznych. Trudno sobie wyobrazić matematykę bez dowodów, trudno pojąć wprowadzenie eksperymentu do matematyki jako metody weryfikującej prawdziwość twierdzeń. A jednak coraz częściej naukowcy stają przed koniecznością posługiwania się takimi kontrowersyjnymi metodami, często sprzecznymi z matematycznym kanonem. Te i podobne problemy również są poruszone w książce, pisze o nich w rozbudowanej przedmowie Benoit Mandelbrot. Jest to niewątpliwie bardzo cenny, choć niewielki, fragment dzieła dającego filozoficzno-historyczną podbudowę całości.

Wraz z książką ukazała się również kasetka wideo, która jest audiowizualnym uzupełnieniem książki. Czytelnik ma szansę uzupełnić przeczytane informacje o wrażenia przy oglądaniu między innymi animowanych zbiorów Julii, Mandelbrota i atraktora Lorenza. Na kasecie jest ładnie i sugestywnie wytłumaczone powstawanie tych najbardziej charakterystycznych obiektów. Znalazły się tam też wypowiedzi samego Mandelbrota i Lorenza. Jest to zapis najnowszej historii matematyki. Czytelnik, który zetknął się już z ilustracjami obiektów fraktalnych, może spodziewać się ujrzenia na filmie bajecznie kolorowych „postrzępionych” tworów i fantastycznych krajobrazów oraz innych niezwykłych abstrakcji. Klasyczne fraktale są rzeczywiście ładnie ukazane, ale... to praktycznie wszystko. Film sprawia wrażenie przegadanego, choć trudno wskazać jakiś niepotrzebny fragment. Powstał na początku lat dziewięćdziesiątych, gdy techniki grafiki komputerowej nie były tak rozwinięte jak obecnie. Na przykładzie tej kasetki można się przekonać, jak gwałtownie następuje rozwój metod komputerowych; to co jeszcze nie tak dawno było niezwykle i fascynujące, teraz już jest zwyczajne i niekoniecznie wzbudza zachwyty. Prawdopodobnie wykorzystując aktualne możliwości komputerów, mógłby powstać obraz znacznie bardziej doskonały pod względem graficznym.

*Fraktale* są w znacznym stopniu podręcznikiem ze sporą ilością matematyki, choć umiejętnie dawkowanej. Zupełnie inny charakter ma książka Jamesa Gleicka zatytułowana *Chaos*. Poruszane są tam podobne zagadnienia co we *Fraktalach*, lecz podejście jest inne. Matematyki nie ma prawie wcale, chociaż typowe „symbole chaosu”, jak atraktor Lorenza, żuk Mandelbrota, drzewo Feigenbauma i inne, są opisane. Więcej natomiast jest o „chaologach”, czyli o ludziach badających zjawiska chaotyczne. Autor stara się ukazać kulisy powstania problemów wymagających badania takich zjawisk. Prezentuje sylwetki ludzi tworzących nową naukę. Jest to powieść o tym, jak rodzą się nowe idee zupełnie nie pasujące do obiegowych poglądów i dobrze sprawdzonych teorii. Jak został wymyślony efekt motyla, w jaki sposób i dlaczego Mandelbrot wymyślił fraktale, dlaczego zaczęto badać dziwne atraktory – na te i inne pytania czytelnik znajdzie odpowiedź.

Autor snuje refleksje nad przemianami zachodzącymi w nauce, zastanawia się też, kiedy następują rewolucyjne przełomy, co powoduje, że ludzie porzucają tradycyjne sposoby myślenia i tworzą bardzo ryzykowne teorie. Przyzwyczailiśmy się do stwierdzenia, że nauka obecnie rozwija się gwałtownie, przyzwyczailiśmy się do tego stopnia, że nie zauważamy „typowego” rozwoju rozmaitych dziedzin, a nawet ważniejsze nowe pomysły uchodzą naszej uwadze. W tej powodzi informacji mogą utonąć idee naprawdę rewolucyjne. Wielu naukowców uważa, że właśnie badanie zjawisk chaotycznych może być przyczyną głębokich przemian w matematyce i dziedzinach z nią związanych.

Książkę Gleicka można polecić wszystkim, którzy przekonani są, iż zbytnia specjalizacja uniemożliwia zrozumienie nowych idei w matematyce, a także tym, którzy sądzą, że tylko dzięki wysokiej specjalizacji możliwy jest postęp w nauce. Do jej czytania nie jest wymagane specjalne przygotowanie, wystarczą dobre chęci. Czytelnik poszukujący precyzyjnych określeń i dowodów omawianych własności powinien sięgnąć do innej lektury.

Dotychczas przez wiele stuleci zachwycono się symetrią, teraz jej rolę przejmuje samopodobieństwo – termin ściśle związany z fraktalami. Panował też powszechny pogląd, że proste formuły prowadzą do prostych obiektów i odwrotnie – skomplikowane twory i zjawiska wymagają zawiłego opisu. Czytelnik *Fraktali* i *Chaosu* przekona się, że niezwykła złożoność pewnych struktur daje się opisać w zadziwiająco prosty sposób.

Przez ponad dwa tysiące lat geometria nadawała ton matematyce. W XX wieku zaczęto głosić, że czas geometrii już minął: geometria umarła i czas zastąpić ją algebrą. Mimo to, wraz z pracami „chaologów” nadzieja na to, iż złożoność rzeczywistości może być jednak okiełznana przez prostotę geometrii, ale geometrii o zupełnie nowym obliczu, jeszcze nie wygasła. Czy tak jest rzeczywistości, Czytelnicy oceniają sami.

J. Gleick, *Chaos. Narodziny nowej nauki*, Zysk i S-ka, Poznań 1987 (tłumaczenie P. Jaśkowski).

H.-O. Peitgen, H. Jürgens, D. Saupe, *Granice Chaosu. Fraktale*, część 1 i 2, PWN 1995, 1996 (tłumaczenie K. Pietruska-Pałuba, K. Winkowska-Nowak).