nauczyciel czy Nauczyciel? Kogo kształcimy?

Małgorzata MIKOŁAJCZYK, Wrocław

Czy w Polsce istnieje system kształcenia nauczycieli? **Nie chodzi tu bynajmniej o system masowego rozdzielania eleganckich certyfikatów w twardej oprawie, które często kończą swój żywot zapomniane na dnie szuflady, ale o autentyczne przygotowanie do wykonywania zawodu. W przypadku nauczycieli matematyki, sytuacja nie jest zbyt różowa. Żenująco niski jest poziom matematycznej wiedzy studentów (nawet w ośrodkach uniwersyteckich), czego dowodzi niezbicie jakość egzaminów i prac magisterskich. Ponadto, w opinii samych studentów, studia nie przygotowują ich do pracy w szkole. Duże dysproporcje pomiędzy możliwościami studentów a ilością serwowanej im abstrakcyjnej wiedzy sprawiają, że większość z nich ogranicza się do werbalnego przyswojenia wiadomości, bez ich głębszego zrozumienia, zastosowanie zdobytej wiedzy odbywa się natomiast niemal automatycznie, w stereotypowych zagadnieniach. Wiedza taka jest całkowicie nieoperacyjna, student nie potrafi wykorzystać jej w nowej dla siebie sytuacji. Na ogół jest to tylko balast, a czasem nawet przeszkoda w rozwiązywaniu niekonwencjonalnych problemów. Z pewnością jest to wiedza zupełnie nieprzydatna w pracy w szkole, stąd też szybko jest zapominana.**

Poważnym problemem jest istnienie luki pomiędzy programem matematyki w szkole a na studiach uniwersyteckich. Wykładowca często marginalnie traktuje pojęcia, które student powinien znać ze szkoły średniej. Przechodzi od razu do problemów bardziej ogólnych i abstrakcyjnych

np. pojęcie granicy w przestrzeni topologicznej (nie na prostej lub płaszczyźnie), jednoznaczności rozkładu w ogólnej teorii pierścieni (nie w liczbach całkowitych); o cechach podzielności liczb często student stający się nauczycielem po raz ostatni słyszy będąc uczniem klasy V.

Przeciętny student nie jest w stanie wypełnić samodzielnie tak powstałych luk, a jeśli nie posiadł biegłości operowania pewnymi pojęciami w szkole średniej, ucząc się na studiach tylko werbalnie, bez głębokiego zrozumienia pojęcia, zostaje nauczycielem uczącym pojęć, których nie zna (nie jest to niestety rzadkim zjawiskiem, czego dowodem są często studenci studiów zaocznych rekrutujący się w głównej mierze spośród czynnych nauczycieli).

Panująca powszechnie forma wykładu, jako środka wyposażania studenta w wiedzę matematyczną, tak naprawdę jest ... antyśrodkiem. Student śledzi wtedy myśli wykładowcy – nie swoje własne, nie ma czasu na swobodne przemyślenie nowych zagadnień. Ćwiczenia z przedmiotów matematycznych wcale nie ratują tej sytuacji. Tam student również nieczęsto ma okazję uprawiać matematykę. Najczęściej ćwiczenia ograniczają się bowiem do odtworzenia i szablonowego zastosowania wiedzy zdobytej na wykładzie. Student, przyzwyczajony do spełniania takiej odtwórczej roli, w nowej, niestereotypowej sytuacji jest zupełnie bezradny, nie potrafi samodzielnie podjąć żadnych kroków, boi się takich sytuacji i unika ich. W ten sposób do szkoły trafia nauczyciel mający całkowicie zafałszowany obraz matematyki, bowiem student, który nie miał okazji poznać żywej matematyki odkrywanej i badanej, znający wyłącznie matematykę podawaną – nie zna jej w ogóle.

Blok przedmiotów psychologiczno-pedagogicznych, będący przecież elementem przygotowania zawodowego przyszłego nauczyciela, często nie spełnia swojej roli. Jest ogólnym wykładem teorii naukowych, po którym zostaje garść nazwisk, terminów i pustych regułek, co daje studentom niewielką pomoc w przyszłym projektowaniu swojej pracy w szkole. Do tego dodać należy niski poziom ogólnej kultury matematycznej studentów, całkowitą nieznajomość literatury popularyzującej matematykę i oto mamy obraz młodego nauczyciela, który trafia do szkoły zupełnie bezradny, zdany na naukę na własnych błędach (o ile

potrafi je dostrzec), na naśladowanie stereotypowych i zrutynizowanych działań innych nauczycieli, na bierne odtwarzanie podręczników etc. Taki nauczyciel nie potrafi wychować twórczo myślących uczniów, kształtuje ich w sposób w jaki on sam został ukształtowany. Uczniowie, których nie uda mu się zniechęcić do matematyki, zasilą może szeregi studentów tego kierunku i tak koło się zamknie i sytuacja zacznie się powtarzać. To, że w naszych szkołach można spotkać naprawdę dobrych nauczycieli matematyki, jest w najmniejszej części zasługą ośrodków akademickich, które tych nauczycieli wykształciły!

Oczywiście opisana sytuacja nie dotyczy wszystkich wykładowców i wszystkich studentów, ale tak to właśnie wygląda w przypadku „statystycznej średniej", i zjawisko to powinno napawać wielkim pesymizmem. Zwłaszcza, że brak działań, które mogłyby temu na szerszą skalę przeciwdziałać. Od kilku lat działa co prawda Stowarzyszenie Nauczycieli Matematyki, którego niewątpliwym sukcesem jest zarażenie sporej grupy czynnych nauczycieli ideami samodoskonalenia i wzajemnej wymiany doświadczeń. Podobne działania podejmują też niektóre ośrodki uniwersyteckie. Niestety, w samym środowisku akademickim nie widać żadnych zorganizowanych działań mających na celu uzdrowienie systemu przygotowania zawodowego studentów. Chlubnym wyjątkiem jest może działalność Ośrodka Kultury Matematycznej, który od kilku lat, pracując głównie w kręgach nauczycieli akademickich, próbuje wylansować swoistą modę na bycie nauczycielem nietuzinkowym i odpowiedzialnym. Działalność OKM-u, jakkolwiek całkowicie niezinstytucjonalizowana, pozwala spotkać się ludziom, którzy oprócz tego, że widzą potrzebę zmian, to jeszcze potrafią uczyć wbrew przyjętym kanonom i filozofię kształcenia „twórczego" realizują na własnych zajęciach. OKM rozpowszechnia ich styl pracy i pomysły. Zdziwieniem jednak napawa fakt, że w licznym przecież środowisku ludzi zajmujących się dydaktyką matematyki ta cenna inicjatywa znajduje tak nikły oddźwięk. Warto by problemem tym zainteresowały się wszystkie ośrodki kształcące przyszłych nauczycieli. Celem powinno być stworzenie jednolitej koncepcji przygotowania zawodowego nauczycieli matematyki oraz jej szerokie propagowanie w środowiskach akademickich. Powstawanie w ostatnim czasie kolegiów kształcących nauczycieli matematyki powinno stać się silnym bodźcem do intensyfikacji takich działań. W niektórych kolegiach część spośród poniższych postulatów już dziś wprowadzono w życie. Chodzi jednak o to, by stały się one powszechnym kanonem wszystkich kolegiów i sekcji nauczycielskich, by ich realizacja była ogólnie akceptowanym przejawem konieczności, a nie dobrej woli i zapału jednostek.

Proponowane zmiany powinny następować jednocześnie w kilku kierunkach i dotyczyć następujących zagadnień:

1) zmiany programu studiów nauczycielskich,
2) zmiany stylu prowadzenia zajęć z przedmiotów matematycznych,
3) wzbogacenia form pracy ze studentami kierunków nauczycielskich,
4) zmiany koncepcji zajęć z psychologii, pedagogiki i dydaktyki matematyki,
5) nawiązanie konkretnej współpracy pomiędzy placówkami kształcącymi i dokształcającymi nauczycieli matematyki.

Zmiany programu nauczania na studiach nauczycielskich

Programy podstawowych wykładów matematycznych powinny zostać opracowane w taki sposób, by zawierały kompletną i pogłębioną wiedzę w zakresie związanym bezpośrednio z matematyką szkolną i na tej podstawie dalszy (spłycony) wgląd w dany dział matematyki

np. różnorodne ujęcia geometrii euklidesowej i umiejscowienie jej na tle innych geometrii, zapoznanie z różnymi typami liczb – od naturalnych, przez wymierne rzeczywiste i zespolone, oraz algebraiczne i konstruowalne – zakończone wycieczką w teorię Galois itp.

Zakres koniecznej wiedzy matematycznej powinien być tak ustalony, by był możliwy do „zoperacjonalizowania" (także w sytuacjach niestandardowych) przez średniego studenta. Wiedza wykraczająca poza to swoiste „minimum" powinna być zdobywana w toku indywidualnej pracy studenta. W porównaniu z tradycyjnym programem uniwersyteckim większy nacisk powinien być położony na:

- arytmetykę i elementy teorii liczb (w tym także: sposoby reprezentacji liczb, cechy podzielności w różnych systemach pozycyjnych, zasadę szufladkową Dirichleta, liczby konstruowalne),
- podstawy analizy (w tym: rozwiązywanie równań, funkcje, szacowanie błędów, notacje sigmowe, metody różnicowe, przejścia graniczne),
- teorię zbiorów,
- elementy teorii grafów,
- elementarną geometrię i algebrę,
- historię matematyki.

Zmiana stylu prowadzenia zajęć z przedmiotów matematycznych

Student, który ukończył kurs matematyki uniwersyteckiej, rozpoczyna zajęcia z dydaktyki matematyki, od których oczekuje odpowiedzi na pytanie, jak zdobytą matematyczną wiedzę ma przekazywać uczniom. Nawet jeśli tę odpowiedź znajdzie, nie gwarantuje mu to jeszcze sukcesu w zawodzie nauczyciela. Najtrudniejsze bowiem jest to, by taki teoretyczny opis przerodził się w działanie. Etap opisu zastąpmy więc etapem samego działania! Uczmy studentów własnym przykładem. Niech dowiedzą się od samych wykładowców, co to znaczy dobrze uczyć matematyki. Każdy wykład z analizy czy algebry, a także wszystkie ćwiczenia i konwersatoria, niech będą prawdziwą szkołą dydaktyki. Nie każdy student potrafi wypracować swój styl pracy. Większość powinna zostać weń wyposażona (i to właśnie na zajęciach matematycznych) – w taki wzorcowy styl pracy nauczyciela matematyki. Nie chodzi tu o kształtowanie wszystkich według jednego modelu (to nam z pewnością nie grozi, wszak ilu jest prowadzących zajęcia, tyle różnych postaw, metod i pomysłów), chodzi o wypracowanie u studentów pewnych pożądanych nawyków. Głównie nawyku bycia aktywnym w matematyce. Musimy przestać uczyć ich matematyki, a zacząć uczyć uprawiania matematyki. Mniej ważne są może w tym momencie wykładane treści. Student musi zobaczyć matematykę tworzoną na żywo. Jak od matematycznych badań przejść do matematycznej edukacji? Nie może być przepaści pomiędzy tymi dwoma zagadnieniami, w przeciwnym razie mamy dwie matematyki: ta, która sprawia frajdę garstce aktywnych naukowców, i ta, która jest udręką całej reszty odtwarzającej w żmudny sposób doświadczenia tych pierwszych. Słowo wykładowcy nie może być dla studenta jedynym źródłem poznania. To słowo powinno przemawiać do wcześniejszych doświadczeń studentów. Wykład jest efektywny dopiero wtedy, gdy studenci są przygotowani, aby go wysłuchać (np. przez wcześniejsze przyglądanie się problemowi, próby formułowania hipotez etc.). Wykładowca powinien postawić przed studentami problem i zostawić im pole działania z zaproszeniem do wspólnych badań. Posłużę się tu dwoma przykładami z arytmetyki:

Nie powinno się zapoznawać studentów z faktem, iż każdy ułamek łańcuchowy przedstawia liczbę rzeczywistą:
– wymierną – gdy jest skończony,
– niewymierną, algebraiczną stopnia 2 – gdy jest okresowy,
– dowolną inną niewymierną – gdy jest nieskończony i nieokresowy,
nawet, jeśli mieliby później samodzielnie ten fakt uzasadnić. Jeśli się coś wie, to nie ma motywacji, żeby chcieć się tego dowiedzieć (czyli wykazać, że tak jest). Te zajęcia mogą przebiegać zupełnie inaczej. Wykładowca zapisuje w postaci ułamka łańcuchowego dwie liczby wymierne. Prosi studentów by zrobili to samo, każdy dla dowolnie pomyślanej liczby. Zadziwiające – wszystkim się udało! Dlaczego? Tu następuje chwila dyskusji. Zastosowanie algorytmu Euklidesa rozwiązuje sprawę. Już wiemy, że każdą liczbę wymierną można przedstawić w postaci skończonego ułamka łańcuchowego (uwaga! – nie ma jednoznaczności takiego przedstawienia, skąd my to znamy?). Czy ten sam algorytm postępowania można by zastosować do jakiejś liczby niewymiernej? np. do $\sqrt{2}$? Spróbujmy. Udało się, tylko tym razem procedura jest nieskończona, ale za to okresowo powtarzają się „cyfry" naszego

ułamka łańcuchowego. Wyodrębnione na sali grupy studentów badają jak zachowują się inne pierwiastki: $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{13}$ etc. Porównanie wyników pozwala stwierdzić, że wszystkie rozwinięcia są okresowe. Mamy więc pierwszą hipotezę – okresowe rozwinięcia łańcuchowe przedstawiają niewymierne pierwiastki liczb naturalnych. Może by tak jeszcze sprawdzić tę hipotezę w kilku przypadkach? Teraz każdy na sali (albo lepiej w grupach, by uzyskać kontrolę poprawności rachunków) wybiera dowolny ułamek łańcuchowy okresowy i bada jaką liczbę on przedstawia. Jak to zrobić? Krótka dyskusja pozwala szybko wypracować metodę. A jaki wynik? Z pewnością znalazł się wyjątkowo leniwy student, który wybrał ułamek łańcuchowy złożony z samych jedynek – no i obalił naszą hipotezę: otrzymał liczbę złotą, która przecież nie jest pierwiastkiem liczby naturalnej. Potrzebujemy szybko nowej hipotezy. Może pomocna będzie analiza wyników uzyskanych przez pracujące grupy? Tak, jesteśmy już blisko. Najładniejsza studencka hipoteza, jaką znam na ten temat, mówi, że okresowe rozwinięcia na ułamki łańcuchowe mają liczby algebraiczne, w dodatku stopień liczby to oczywiście liczba „cyfr" w okresie ułamka. Ładna, ale ma jedną wadę – szybko daje się obalić. No i gdy jesteśmy już tak bliscy sukcesu, może zacząć się wykład (ale wcale nie musi).

Są też tacy, którzy sądzą, iż problem długości okresu jest dotąd otwarty (Red.).

Obserwując algorytm dzielenia pisemnego dla kilku par liczb naturalnych, łatwo odkryć i uzasadnić fakt, że każda liczba wymierna ma skończone lub nieskończone i okresowe rozwinięcie dziesiętne. Istnieje nawet dość skomplikowana regułka, która z postaci liczby zapisanej w formie nieskracalnego ułamka wnioskuje o typie rozwinięcia dziesiętnego (czy jest skończone, ile cyfr ma okres, czy jest on czysty). Ze 100% pewnością można przyjąć, że żaden student, nawet jeśli uczono go tego w szkole (ba, nawet gdy jest repetentem i już raz w życiu odbył kurs arytmetyki), tej regułki nie pamięta. I bardzo dobrze. Nie próbujmy mu jej podawać bo i tak wkrótce zapomni. Dajmy mu szansę jej odkrycia. W tym celu studenci otrzymują odbitą na ksero tabelkę z zestawieniem kilkunastu ułamków podanych w nieskracalnej postaci l/m, z rozkładem licznika i mianownika na czynniki pierwsze oraz rozwinięcia dziesiętne tych ułamków. Obserwacja tabelki ma pomóc w stawianiu hipotez:
i) kiedy ułamek ma skończone rozwinięcie dziesiętne,
ii) kiedy okres jest czysty,
iii) ile cyfr stoi między przecinkiem a początkiem okresu,
iv) ile cyfr ma okres.
Hipotezy dotyczące pierwszych trzech pytań przy odpowiednim doborze danych w tabelce zostaną łatwo odkryte. Każdorazowo studenci sprawdzają ich poprawność na dodatkowo dobranych przez siebie przykładach, by po takim uwiarygodnieniu hipotezy przystąpić do jej uzasadnienia. Odkrycie odpowiedzi na pytanie czwarte może sprawić kłopoty, ale wystarczająco ciekawe i kształcące jest obalanie kolejnych hipotez wysuwanych przez studentów. Dopiero potem może wkroczyć osoba prowadząca zajęcia. Dalej łatwo już podać warunki opisujące typ rozwinięcia ułamka w systemie o dowolnej podstawie, a także dokonać zaskakującego odkrycia, że każda liczba naturalna p, względnie pierwsza z 2 i 5 (nie tylko 3, 9, 11) ma cechę podzielności typu „suma cyfr (czy suma odcinków dwucyfrowych, czy trzycyfrowych, czy jeszcze dłuższych) dzieli się przez p".

Myślę, że podane przykłady dobrze ilustrują na czym ma polegać „zmiana stylu pracy" wykładowcy. A tym, że to już wcale nie jest wykład, chyba nie powinniśmy się martwić. Taka forma pracy wymaga oczywiście więcej czasu (choć dobre przemyślenie i zorganizowanie zajęć może wiele pomóc), ale nie musimy przecież (a nawet nie powinniśmy) stosować jej notorycznie. Studenci wiele zagadnień mogą badać indywidualnie, a na zajęciach analizuje się tylko otrzymane wyniki. Łatwo pracować w ten sposób mając dostęp do pracowni komputerowej lub programowalnego kalkulatora. W stosunkowo krótkim czasie można wtedy zgromadzić wiele empirycznych obserwacji. Przy okazji student widzi, jak komputer staje się narzędziem pracy matematyka (choć nie potrafi jeszcze za niego dowieść twierdzenia, bardzo przydatny może być na etapie jego poszukiwania).

Najważniejsze jest to, że studenci pracują własnymi, a nie naszymi siłami, badają, projektują swoje badania, stawiają nowe, obalają stare hipotezy. Tu dopiero zaczyna się matematyka. Student tworzy wynik, a nie odtwarza go. On tworzy twierdzenie, a nie ono jest mu wtłaczane do skołatanej głowy. Matematyka staje się przez to bliska i pasjonująca. Przestaje przerażać. Twierdzenie o reprezentacji liczb w postaci ułamków łańcuchowych może teraz śmiało być zapomniane. Żaden student nie powinien mieć problemów z odtworzeniem go w przyszłości. Tak uczony student przestaje się szybko bać bycia sam na sam z nowym problemem bez żadnego wsparcia ze strony wiedzy zdobytej na wykładzie. Staje się po prostu rzetelnym badaczem matematyki (nie tylko słuchaczem wykładów z matematyki). Doświadczenia z zajęć z matematyki student będzie ekstrapolował na własne działania pedagogiczne. W dużo większym stopniu właśnie te doświadczenia, niż te zdobyte podczas zajęć z dydaktyki matematyki. Przy tradycyjnym sposobie wykładu widać przerażające nasiąkanie studentów takim akademickim stylem.

Studentka III roku na praktyce pedagogicznej w klasie VII szkoły podstawowej mówi do uczniów: „Miejsce zerowe dowolnej funkcji liniowej znajduje się w punkcie $-b/a$" (napis na tablicy, ramka). „A teraz proszę podać mi miejsca zerowe następujących funkcji..." (na tablicy pojawia się 5 przykładów). Ta studentka na pewno słyszała na wykładzie „Jak łatwo sprawdzić każdy ułamek łańcuchowy przedstawia liczbę rzeczywistą: wymierną – gdy jest ...". Ta sama studentka wielokrotnie słyszała na zajęciach z dydaktyki matematyki o zasadzie świadomego i aktywnego udziału ucznia w procesie nauczania. I co z tego? Efektem było jej wielkie zaskoczenie propozycją, by zrobić to samo, w tym samym czasie tylko w odwrotnej kolejności – najpierw 5 przykładów, a potem nie odpowiedź, lecz pytanie o miejsce zerowe dowolnej funkcji liniowej. Nie dziwi mnie to jej zaskoczenie. Ona przecież w tej siódmej b miała uczyć matematyki, a przez 5 lat studiów nauczyła się, że uczyć matematyki to podawać odpowiedzi – nie zadawać pytania. Tego ją właśnie uczyliśmy – czy można winić ją za to, że powtarza to, czego została nauczona?

I oto pojawia się inny problem – studenci powinni stawiać pytania – a tego nie potrafią. Nawet nie uważają takich zachowań za pożądane. Przyzwyczajeni do tego, że wymaga się od nich tylko odpowiedzi na postawione wcześniej pytanie, nie próbują samodzielnie kontynuować badania problemu (np. zadając inne warunki początkowe, szukając rozwiązań bardziej ogólnych).

Typowe jest zachowanie studenta, który rozwiązywał następujące zadanie: „Magik wkłada do cylindra kulkę i zalewa ją dokładnie wodą. Potem wyciąga kulkę i wkłada drugą – istotnie mniejszą, którą woda również przykrywa dokładnie. Czy to czary?" Wspomniany student przyjął, że pierwsza kulka ma promień równy promieniowi cylindra, obliczył promień drugiej kulki i już wiedział, że to nie czary. Zdziwiła go sugestia, żeby popracować dalej nad tym problemem (czy tylko w takim przypadku jest dobrze? a może tak jest dla dowolnej kulki?). Nie przejawiał najmniejszego zainteresowania kontynuowaniem pracy, wszak odpowiedział już na postawione pytanie.

Nie można studentów zawsze prowadzić za rękę. Jak sprawić, by w swoich badaniach byli samodzielni? Jak nauczyć ich stawiania pytań? Istnieje niezawodna metoda realizacji tego celu – zadawanie studentom wcale nie łatwego pytania – „o co teraz zapytam?". To pytanie powoli wyrabia u studentów nawyk wyprzedzania o krok wykładowcy, a oto nam głównie chodzi – aby oni nie podążali biernie za nami.

Dość często powinno się stawiać studentów w sytuacji, gdy sami muszą odgadywać nasze zamiary i intencje. Wybornym sposobem (choć może trudno akceptowalnym z metodologicznego punktu widzenia) jest ... nieprecyzyjne formułowanie zadań, takie, by pytanie nie było w nich jasno postawione i student musiał sam je określić, a dopiero potem opracować metodę szukania odpowiedzi. Oto przykłady takich zadań zaczerpnięte z list zadań z arytmetyki i analizy pierwszego roku kolegium:

Czy suma liczby wymiernej i niewymiernej zawsze jest liczbą niewymierną? A dwóch liczb niewymiernych?
Czy iloczyn liczby wymiernej i niewymiernej jest ...? A dwóch liczb ... ?
Czy różnica liczby ... i ... jest ... ?
Czy potęga ... ?
Czy ... ?

501 lat temu Krzysztof K. (nazwisko znane redakcji) przez pomyłkę popłynął na Zachód. Wiatry mu sprzyjały, więc, choć musiał halsować, nigdy azymut nie różnił się o więcej niż o α od kierunku zachodniego. Ile procent drogi nadłożył w stosunku do trasy parowców? (To zadanie pojawiło się na liście z datą 12 X oczywiście.)

Powtarzalność pewnych sytuacji sprawia, że ich pojawienie się uruchamia schematyczny sposób postępowania (równanie z wartością bezwzględną to odpowiednio duża liczba przypadków, które rozpatrzone w skończonym czasie dadzą rozwiązanie, równanie kwadratowe to oczywiście liczenie delty itp.). Proste odwrócenie tych typowych sytuacji sprawia, że stają się one nowe, nieznane, ciekawe. I tak, zamiast rozwiązywać równania układajmy je, zamiast badać funkcje szukajmy ich opisu.

Wskaż równanie, którego rozwiązaniem jest zbiór:
$\{2,3\}$, $\{-2,8,1/3,-\pi\}$, $\{a,\ldots,a_n\}$,

$\{(0,0)\}$, $\{(0,0),(2,0)\}$, $\{(2,5),(5,5),(5,2),(2,2)\}$,
$\mathbb{Z}$, $\langle 2,3\rangle$, $\langle -5,+\infty)$, $(-\pi,+\infty)$, $\langle 2,5\rangle \cup \left\{8\frac{1}{2}\right\}$, $\langle 2,5\rangle \cup \langle 6,7\rangle$.

Podaj wzór funkcji, która argumentowi x przypisuje:
a) odległość x od najbliższej liczby zbioru $\mathbb{Z}$ ($\{z/3 : z \in \mathbb{Z}\}$, $\{k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$),
b) „część po przecinku" rozwinięcia dziesiętnego x („obcięcie tego rozwinięcia do dwóch miejsc po przecinku, „zaokrąglenie" x do dwóch miejsc po przecinku),
c) pierwszą (drugą, trzecią) cyfrę przed przecinkiem rozwinięcia dziesiętnego x (liczbę cyfr przed przecinkiem, sumę cyfr przed przecinkiem).

Takie spojrzenie na zagadnienia z nietypowego punktu widzenia sprawia, że studenci daleko głębiej je rozumieją. Przytoczone wyżej przykłady pozwalają studentom bez trudności odpowiedzieć na poniższe, trudne przecież, pytania:

Niech A oznacza rozwiązanie równania $\phi(x) = 0$, a B – rozwiązanie równania $\psi(x) = 0$. Podaj równania, rozwiązaniem których są zbiory: $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $A \times B$.

Co to za koszmar?

$$f(x) = x\frac{|(x-[x]) - (1-(x-[x]))|}{(x-[x]) - (1-(x-[x]))}\left(\frac{(x-[x]) - (1-(x-[x]))}{2} - \frac{1}{2}|(x-[x]) - (1-(x-[x]))|\right)$$

Wniosek z powyższych rozważań jest taki, że należy zrezygnować z tradycyjnej formy wykładu na zajęciach z przyszłymi nauczycielami. Stwórzmy im jeśli nie realne poczucie, to przynajmniej złudzenie, samodzielnego odkrywania matematyki, stosujmy różnorodne formy zajęć, nie pozwólmy im przesiąknąć „akademickim stylem" – w najgorszym tego słowa znaczeniu, uczmy ich błądzić, nauczmy ich pytać, stwarzajmy im okazje do podejmowania poszukiwań. Po prostu uczmy ich ciekawie, tak jak byśmy chcieli, by oni uczyli innych. Nauczmy ich bawić się matematyką, a jeśli nam się to uda – oni nauczą tego samego swoich uczniów.

Wzbogacenie form pracy ze studentami kierunków nauczycielskich

Najważniejszym problemem wydaje się być zachęcenie studentów do indywidualnej pracy i to od początku studiów, a nie dopiero na etapie pisania pracy dyplomowej. Znalezienie propozycji „mini poletek badawczych" dla studentów jest trudne, ale daje im szanse przeżycia emocji związanych z rozwiązywaniem i dalszym kreowaniem postawionych przed nimi problemów. Realizacji tego postulatu sprzyja możliwość szerokiego dostępu studentów do komputerów i programów takich, jak *Geometria-Cabri*, *Graphic Calculus* czy *Derive*. Innym sposobem zachęcenia studentów do indywidualnej „pozalekcyjnej" pracy są ligi i konkursy zadaniowe. Jednak głównym ich celem powinno być wyposażenie studentów w bogaty zestaw niestandardowych i ciekawych zadań, które mogą w przyszłości wykorzystać w swojej pracy w szkole. Nie powinny to być wcale zadania trudne. Raczej przeciwnie – atrakcyjne z innych względów: przez swoją formę, otwartość, różnorodność możliwych rozwiązań.

Przykładem takiego zadania mogą być „Papuzie pogawędki":
– AGA: Ile masz dzieci?
– JAGA: Troje.
– AGA: A ile mają lat?
– JAGA: Iloczyn wynosi 36.
– AGA: Doprawdy?
– JAGA: Suma to tyle, ile aut tam stoi.
– AGA: Jeszcze nie wiem.
– JAGA: Najmłodsze ma piegi.
– AGA: Już wiem!!!
A Ty?

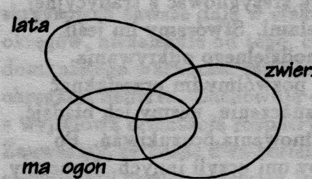
W wielu ośrodkach do chlubnej tradycji należą mecze matematyczne. Odbywać się mogą pomiędzy rocznikami lub pomiędzy grupami ćwiczeniowymi kończąc semestr zajęć z danego przedmiotu. A może w szranki matematycznego meczu staną niedługo reprezentacje różnych ośrodków?

Działania wykorzystujące elementy współzawodnictwa są, wbrew pozorom, elementem konsolidującym studentów, a ich dodatkową zaletą jest uruchamianie mechanizmów „mimowolnego uczenia się".

Obserwując kiedyś grupę studentów dyskutującą na przerwie z zapałem o krzywych cykloidalnych (po tym jak w lidze pojawił się problem wyznaczenia toru ruchu punktu na

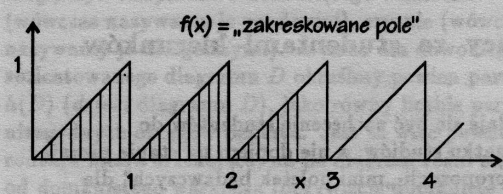
kręcącej się obręczy hula-hop) pełna podziwu dla wiedzy studentów nie mogłam oprzeć się wrażeniu, że najwyżej połowę z tego zapamiętaliby, gdyby zafundować im monograficzny wykład „krzywe cykloidalne".

Oprócz umożliwienia studentom poznania i pochwalenia się rozwiązaniami ciekawych zadań należy stworzyć im warunki, by sami mogli zadania układać i prezentować je innym. Można znaleźć wiele pretekstów do takich działań, np. mini konkurs na najlepsze zadanie „pod choinkę", o treści dotyczącej tematyki świąt Bożego Narodzenia. Zbiór takich „świątecznych" zadań z pewnością przyda się niejednemu nauczycielowi. W podobny sposób można zainteresować studentów gromadzeniem różnych łamigłówek i zagadek matematycznych (zawsze mogą przydać się, gdy wypadnie niespodziewane zastępstwo lub wyjątkowo „luźna" lekcja). Można w tym celu wywiesić w ogólnodostępnym miejscu specjalny zeszyt – swoistą „księgę szkocką". Do tego zeszytu każdy może wpisać zadanie – łamigłówkę z ustalonego wcześniej zakresu (np. układanki z zapałek i żetonów, rebusy matematyczne etc.). Autor obok nazwiska wpisuje nagrodę, jaką ufundował za rozwiązanie postawionego przez siebie problemu. Stwarzajmy często sytuacje, w których studenci mogą się niezupełnie serio bawić matematyką. A okazji do tego mogą dostarczać także zajęcia z logiki, analizy czy geometrii.



Jeśli już po raz kolejny sprawdzać metodą zero-jedynkową, czy dane zdanie jest tautologią, to może zająć się zdaniami typu: Jeśli funkcja kwadratowa jest rosnąca lub wklęsła, a okrąg ma równanie $x^2+2xy+y^2=r^2$, to z faktu, że marszałek Śmigły-Rydz miał na imię Edmund wynika, że środek okręgu wpisanego w trójkąt leży na przecięciu dwusiecznych.

Zamiast zapisywać wyniki działań na zbiorach, można podać elementy należące do poszczególnych części narysowanego obok diagramu.



Test wyboru na zajęciach z geometrii może zawierać pytanie:
Rauwolfia to:
a) przyrząd do dokładnej (choć nieklasycznej) trysekcji kąta,
b) warzywo,
c) nieużywana już dziś nazwa liczby π,
d) imię kochanki Stalina, słynnej agentki KGB.

Zadanie dotyczące zapisania wzorem funkcji f (rysunek obok) powinno zawierać pytanie czy f jest funkcją okresową. (Co najmniej połowa studentów odpowiada twierdząco.

Ciekawym elementem zajęć z przyszłymi nauczycielami wydaje się być opracowywanie plakatów matematycznych. Plakaty takie powinny powstawać jako podsumowanie pracy w grupach. Ich celem jest ilustracja otrzymanych wyników i sposobu ich osiągnięcia, co pozwala na przekazanie innym grupom informacji o tym, nad czym się pracowało i jakie odniosło się sukcesy (lub czasem niepowodzenia). Grupy mogą równolegle pracować nad zupełnie różnymi zagadnieniami lub zajmować się drobnymi cząstkami jednego zagadnienia. Wtedy można zebrać opracowane w grupach mini-plakaciki na jednym, dużym arkuszu, robiąc jeden barwny plakat i pieczętując całość wspólnym tytułem.

Tak właśnie może powstać plakat „Popatrzmy geometrycznie". Prowadzący zajęcia rozpoczyna je pogadanką na temat elegancji geometrycznych dowodów skomplikowanych wzorów i algebraicznych zależności. Ilustruje ją kilkoma przykładami, najlepiej dobrze studentom znanymi (np. geometryczne dowody twierdzenia Pitagorasa, nierówności pomiędzy średnimi – arytmetyczną, geometryczną, harmoniczną etc.). Następnie grupom studentów rozdaje kartki, na których umieszczone są pewne wzory np.

a) $1^3+2^3+\ldots+n^3=(1+2+\ldots+n)^2$,

b) $1/2+1/4+1/8+\ldots=?$,

c) $1+3+5+\ldots+(2n-1)=?$,

d) $\sqrt{a_1^2+b_1^2}+\sqrt{a_2^2+b_2^2}+\ldots+\sqrt{a_n^2+b_n^2}\geq\sqrt{(a_1+a_2+\ldots+a_n)^2+(b_1+b_2+\ldots+b_n)^2}$, $a_i,b_i\in\mathbb{R}$

e) $a_1^2+a_2^2+\ldots+a_n^2=a_n\cdot a_{n+1}$, a_i – wyrazy ciągu Fibonacciego,

f) $T_n^2-T_{n-1}^2=?$, T_n – n-ta liczba trójkątna.

Studenci przedstawiają ilustracje geometrycznych dowodów powyższych faktów. Potem proszeni są o wymyślenie podobnych zadań, które nawzajem sobie zadają.

Wprowadzenie takich form pracy pozwala studentom zebrać bogaty bagaż materiałów i pomysłów na przyszłość. Poza tym jest to dla nich dużą frajdą i najlepiej przekonuje chyba do tezy, że warto w podobny sposób pracować z uczniami po to, by rozwijać ich matematyczne zainteresowania i skutecznie indywidualizować zajęcia.

Zajęcia z psychologii, pedagogiki i dydaktyki

Przedmioty tego bloku powinny bezpośrednio przygotowywać studentów do wykonywania zawodu. Zajęcia z psychologii powinny ukierunkowywać na rozumienie dziecka jego zachowań, potrzeb i problemów, uczyć sposobów autoanalizy i kreowania w sobie pożądanych cech wzorcowego nauczyciela. Zajęcia z pedagogiki powinny odciążać dydaktykę matematyki i przejąć na siebie zapoznanie z funkcjami szkoły, stylem jej pracy, zapoznanie z podstawową dokumentacją szkolną. Na tych zajęciach powinny odbywać się pierwsze hospitacje lekcji, rad pedagogicznych i spotkań z rodzicami. Wtedy dopiero zajęcia z dydaktyki mogłyby przestać być nauką o dydaktyce, a stać się prawdziwą dydaktyką matematyki ze zdecydowanym akcentem położonym na słowie *matematyki*. (Chociaż jestem głęboko przekonana, że takie zajęcia mogłyby być zupełnie niepotrzebne, gdyby odpowiednio przeprowadzać zajęcia ze wszystkich przedmiotów matematycznych i uzupełniać je kursem pedagogiki z elementami dydaktyki.)

Poreównaj z tekstem o kolegium w Nowym Sączu (Red.).

Myślę, że zupełnym nieporozumieniem jest wprowadzenie na studiach nauczycielskich wykładu z dydaktyki matematyki. Zajęcia takie muszą być prowadzone w formie konwersatoryjno-warsztatowej; w przeciwnym razie nie mogą stymulować aktywności poznawczej studentów i szybko przeradzają się we wciskanie ich w kolejne szablony formy i treści. Wykład, jako forma uprawiania ze studentami dydaktyki matematyki, jest kompletną pomyłką, jest po prostu niewskazany i wręcz szkodliwy.

Przekonanie, że znajomość celów kształcenia matematycznego, metod i zasad nauczania, jego form organizacyjnych i tym podobnych terminów może zagwarantować studentowi osiągnięcie sukcesu w roli nauczyciela jest dużym błędem. Student musi nabyć umiejętność autentycznego projektowania i formułowania celów, jakie chce osiągnąć, czy zasad, jakie chce realizować. Stwórzmy mu możliwość nabycia doświadczeń, które pozwolą mu na świadome formułowanie tychże. Wspólne hospitacje lekcji są dobrą okazją do dyskusji na te tematy. Dyskusje te nie mogą się jednak sprowadzać do pytania – którąż to z klasycznych zasad nauczania została zrealizowana w trakcie tej lekcji? Te zasady są mądre, słuszne i ważne, a przy tym oczywiste, zrozumiałe i akceptowane przez wszystkich studentów. Musimy jednak wyrobić w nich nawyk tworzenia nowych zasad nauczania na swój własny użytek. Studenci, zwłaszcza po powrocie z praktyki pedagogicznej, pełni nowych doświadczeń i wrażeń, powinni zostać przez nas nakłonieni do tego, by te wrażenia zwerbalizować. Musimy udowodnić im, że oni także mogą być twórcami zasad nauczania równie ważnych, jak te klasyczne.

Czy na jakimś wykładzie mówiono kiedyś studentom o

- zasadzie przyjemności uczenia (dotyczy ona zarówno ucznia jak i nauczyciela),
- syndromie ostatniego kwadransa (w ciągu ostatnich 15 minut lekcji klasa ma prawo być znużona tym co się na lekcji działo, aby nie tracić zaangażowania uczniów powinien nastąpić wtedy radykalny zwrot toku lekcji, jej szczególnie atrakcyjna część),
- zasadzie nauczania przez zapominanie (jak najczęściej powinno stwarzać się sytuacje, w których uczeń zapomina, że zajmuje się matematyką, a po prostu rozwiązuje życiowy problem)

i wiele innych. To też są ważne zasady. Ich waga jest tym większa, że są bardziej szczegółowe i przez to bardziej istotne dla poszczególnych lekcji, ponadto są po prostu studentowi bliższe (bo własne). Musimy wyrobić w studentach nawyk samoanalizy swoich pedagogicznych zachowań i na jej bazie odkrywania i formułowania podobnych wniosków.

Na zajęciach z dydaktyki musimy także dawać studentom okazje do podejmowania własnych aktywnych działań. Zamiast zapoznawać ich z systematyzacją środków dydaktycznych (konwencjonalne, techniczne, słuchowe, wzrokowe etc.) pozwólmy im zaprojektować swoje własne pomoce do realizacji danego zagadnienia, przy omawianiu różnych form pracy np. przy okazji gier – niech opracują krzyżówkę matematyczną czy domino na zadany temat, przy zapoznawaniu ze sposobem pracy metodą kart dydaktycznych – niech zaprojektują dwie dodatkowe karty, a na zajęciach, na których pojawił się geoplan, karty czy klocki logiczne – niech wymyślą nowe dla nich zastosowanie.

Ważnym celem zajęć z dydaktyki matematyki powinno być zapoznanie studentów z procesem dokonywania odkryć matematycznych, z metodologią odkrywania. Poznanie to powinno następować od podszewki – właśnie przez dokonywanie odkryć, błądzenie, poszukiwanie podobnych problemów, upraszczanie, uszczegóławianie, spontaniczne stawianie nowych problemów, uogólnianie. Oczywiście pedagogiczna refleksja na ten temat nie może pojawić się w oderwaniu od działań studentów, nie może być zawieszona w próżni, lecz musi bezpośrednio wynikać z ich doświadczeń, wyrastać z ich wcześniejszej matematycznej aktywności. Toteż zajęcia takie muszą polegać przede wszystkim na wspólnym rozwiązywaniu problemu. Jest to przy okazji bardzo dobry trening samokontroli, samoanalizy i samooceny. Należy przy tym zwracać uwagę, by problemy, jakimi zajmują się studenci, nie były typowymi zagadnieniami szkolnymi, znanymi im dość dobrze, gdyż nie stwarzamy wtedy autentycznych sytuacji badawczych. Przykłady wymierzone poniżej poziomu studentów nie są w stanie niczego ich nauczyć – prześlizgując się nad nimi nie wyławiają oni istoty rzeczy. Studenci rozwiązują po prostu takie zadanie i analiza procesu dochodzenia do wyniku nie może mieć w takim przypadku w ogóle miejsca. Jest to argument za tym, by zrezygnować z pojmowania dydaktyki jako wąsko pojętej specjalizacji zawodowej, by prowadzący zajęcia z tego przedmiotu potrafił stawiać studentom frapujące zagadnienia na ich miarę także z analizy, geometrii czy rachunku prawdopodobieństwa.

Na zajęciach z dydaktyki powinno się też wydać zdecydowaną walkę fatalnemu nieoczytaniu studentów. Zdarza się, że studenci ostatnich lat słysząc tytuł *Kalejdoskop matematyczny* pytają, czy to jest jakieś czasopismo. Znajomość ciekawych pozycji popularyzujących matematykę jest niezbędna każdemu studentowi – dla jednego jest źródłem pomysłów na lekcje, dla drugiego – źródłem inspiracji do tworzenia własnych rozwiązań. Może motywować ich do podejmowania nowych działań, być motorem ich matematycznego rozwoju, a przynajmniej przeszkodą przeciw matematycznemu cofaniu się. Należy poświęcać systematycznie czas na zajęciach z dydaktyki na gromadzenie wspólnej biblioteczki, przegląd czasopism, zapoznawanie z fragmentami książek. Można założyć wielką „Księgę Recenzji" – gdzie studenci wpisywać będą uwagi na temat przeczytanych książek, po lekturze których mogą dzielić się wrażeniami z kolegami w grupie. Niewątpliwą atrakcją może być zdobywanie w takim zeszycie autografów i dedykacji autorów. Można zachęcać studentów do podejmowania własnych prób „literackich", np. ogłaszając konkurs na opowiadanie science-fiction (kryminalne, romans etc.), w którym pojawia się problem, w rozwiązaniu którego wykorzystać należy jakieś matematyczne twierdzenie (dowolne lub wybrane spośród z góry określonego zestawu). W opowiadaniu powinno być zaprezentowane uzasadnienie poprawności zastosowanego rozwiązania (czyli *de facto* – dowód twierdzenia). Może nie będzie to literatura „najwyższej próby", ale z pewnością uda się wyłowić kilka ciekawych pomysłów, o które przecież nam głównie chodzi. Poza tym chyba każdy nauczyciel powinien mieć w sobie coś z poety – wyobraźnię! Jest to więc trudny, ale dobry sprawdzian.

Wzbogacić należałoby również wachlarz propozycji działalności pedagogicznej i samokształceniowej studentów. Oprócz przewidzianej planem studiów praktyki mogliby oni prowadzić kółka matematyczne dla uczniów szkół podstawowych i średnich (wyrównawcze oraz dla uczniów zainteresowanych matematyką). Wakacje mogłyby być okazją do zorganizowania letnich obozów matematycznych pod namiotami. Kadra takich obozów w większej części powinna składać się ze studentów. Byłoby to uzupełnienie praktyki pedagogicznej, odkrywające przed studentami możliwości pozaszkolnej pracy z uczniem. Należy też zachęcać studentów do brania udziału w różnego rodzaju warsztatach i szkołach dla nauczycieli oraz do pracy w grupach roboczych Stowarzyszenia Nauczycieli Matematyki.

Zajęcia z dydaktyki matematyki powinny pomóc wyrobić u przyszłych nauczycieli pewne nawyki, z których najważniejsze to:
– nawyk twórczej aktywności w każdej dziedzinie,
– nawyk krytycyzmu (staje się on priorytetowy wobec rozmaitości podręczników, pomocy naukowych, propozycji programowych i innych materiałów pojawiających się na rynku),
– nawyk samokontroli i analizy zarówno własnych jak i uczniowskich zachowań,
– nawyk pracy z uczniem, a nie pracy za ucznia (nauczyciel ma stwarzać ramy, które potem uczeń wypełnia),
– nawyk poszukiwania nowych pomysłów, nowych form dla realizacji starych pomysłów itp.,
– nawyk poszukiwania źródeł podnoszenia własnych kwalifikacji i wymiany doświadczeń.

Współpraca pomiędzy ośrodkami kształcącymi nauczycieli matematyki

Nowatorskie podejście do kształcenia przyszłych nauczycieli napewno jest trudne. Nie każdy wszak potrafi mieć dobre pomysły na każde zajęcia. Ponadto dobre pomysły wymagają czasu po to, by mogły się narodzić i być zrealizowane. No i nie powinny potem ginąć. Jak zachować dobre, stare pomysły? Skąd brać nowe? Z ... pracowni dydaktyki matematyki. Pracownia taka powinna zajmować się głównie tworzeniem swoistego oprogramowania do zajęć matematycznych z przyszłymi nauczycielami. Tu powinny powstawać pomysły na takie zajęcia, tu każdy, kto ma własne pomysły, mógłby się nimi podzielić, udoskonalić je, wymienić na inne. Wykładowca wraz z programem wykładu mógłby otrzymać opracowane materiały metodyczne dotyczące realizacji poszczególnych tematów. Może zainspirowałyby go one do szukania nowych, lepszych rozwiązań, a te pomysły mogłyby z kolei być później wykorzystane przez jego następców. Opracowywane materiały mogłyby być wymieniane pomiędzy ośrodkami (taka giełda dobrych pomysłów), miałoby to wpływ stymulujący i podnoszący poziom kształcenia w ośrodkach, gdzie praca z przyszłym nauczycielem prowadzona jest na słabym poziomie.

Zapewne i studentom kolegiów oraz sekcji nauczycielskich i prowadzącym z nimi zajęcia doskwiera brak odpowiednich podręczników w języku polskim. Niektóre ośrodki podejmują próby wydawania własnych materiałów. Można by jednak stworzyć zespoły osób uczących poszczególnych przedmiotów w kolegiach nauczycielskich, których celem byłoby opracowania skryptów i zbiorów zadań dla studentów oraz materiałów metodycznych dla prowadzących zajęcia. Podobnie pomocne wszystkim prowadzącym zajęcia z dydaktyki matematyki mogłoby okazać się opracowanie zeszytu z pomysłami na te zajęcia. Zeszyt taki zawierałby konkretne projekty zajęć (scenariusze) ilustrujące różne zagadnienia z zakresu dydaktyki, pokrycie programu matematyki szkolnej ciekawymi rozwiązaniami metodycznymi, wiele gotowych wzorów testów, plansz do gier etc. do wykorzystania w toku indywidualnej lub grupowej pracy studentów (po wcześniejszym wykonaniu odpowiedniej liczby kopii). Ponadto zeszyt zawierałby wiele tematów do samodzielnego opracowania przez poszczególnych studentów (problemy, krzyżówki, eseje, propozycje pomocy naukowych etc.), tematy prac warsztatowych, opisy eksperymentów psychologicznych możliwych do przeprowadzenia w ramach ćwiczeń, ciekawe gawędy matematyczne, anegdoty, matematyczne paradoksy, przykłady niekonwencjonalnych lekcji, niekonwencjonalnych zadań, niekonwencjonalnych sprawdzianów, wiele gier, quizów dotyczących nie tylko matematyki szkolnej, lecz także tej, którą studenci poznają dopiero na studiach, materiały do dyskusji itp.

Dwa razy w roku odbywają się Szkoły OKM-u przeznaczone głównie dla ludzi kształcących nauczycieli w ośrodkach akademickich. Można by nadać tym szkołom bardziej otwartą formę. Popołudniowe zajęcia zamiast tradycyjnego wykładu mogłyby być warsztatami, w czasie których prowadzący zajęcia ze studentami mogliby podzielić się swoimi pomysłami, ciekawymi zadaniami itp.

Nie ulega wątpliwości, że konieczne jest rozszerzenie form pracy z nauczycielami ośrodków uniwersyteckich, bowiem niemożliwe jest podniesienie dydaktycznego poziomu pracy nauczycieli w szkole bez wcześniejszego podniesienia tego poziomu w ośrodkach przygotowujących nauczycieli do wykonywania zawodu.

*

* *

Celem nadrzędnym systemu kształcenia nauczycieli matematyki powinno być wychowanie nauczycieli twórczych, samodzielnych, krytycznych i odpowiedzialnych za to co robią. Nie ma jednej, idealnej drogi osiągnięcia tego celu, tak jak nie ma jednej drogi uczenia matematyki. Musimy stosować różne działania, ale zawsze ukierunkowane na to, by to studenci badali, projektowali, odkrywali matematyczną rzeczywistość, musimy przekonać ich, że potrafią myśleć i działać twórczo, potrafią dawać sobie radę w sytuacjach nowych, potrafią mieć dobre pomysły, potrafią rozwijać swoją wiedzę, umiejętności i osobowość, potrafią mieć własne pedagogiczne poglądy, wierzą w ich słuszność, potrafią ich bronić. Należy ukazać studentom różne wzorce matematyka-badacza, matematyka-pedagoga, na bazie których będą mogli wypracować modele własnych zachowań. Muszą to być jednak wzorce alternatywne do wszelkich przejawów zachowań szablonowych, rutynowych, odtwórczych. Takich przykładów życie i tak z pewnością im nie poskąpi. Nie pomnażajmy ich dodatkowo. Przekonajmy studentów, że matematyka jest łatwa, zabawna, pasjonująca, niech zaniosą to przekonanie do swoich szkół. Oni sami muszą przeżyć swoją przygodę z matematyką, sami muszą się tą matematyką bawić, by później to samo mogli przeżyć ich uczniowie. Stwórzmy im takie warunki, aby tę przygodę rzeczywiście mogli przeżyć.