# O świętości, harmonii Wszechświata i rewolucji naukowej, czyli o miejscu matematyki w kulturze

*Jan WASZKIEWICZ, Wrocław*

**1.** Chciałbym zastanowić się nad tym, jak można przyszłym matematykom i nauczycielom matematyki ukazać miejsce zajmowane w kulturze przez matematykę. Jak przystało na matematyka, rozpocznę od definicji. Słowo „kultura" ma bardzo wiele znaczeń. U swego łacińskiego źródła znaczyło nie więcej niż „uprawa" i tak też niekiedy używane jest do dziś (por. „kultura bakterii" czy „kultura fizyczna"). Gdzieś w pobliżu leżą określenia takie, jak „kultura osobista" czy „kulturalne zachowanie się", ale są też znaczenia bardziej wyrafinowane. Nie wkraczając w subtelności, które specjalistom przedmiotu zajmują wiele miejsca (por. [11]), poprzestaniemy na określeniu słownikowym, zgodnie z którym kultura to „całokształt materialnego i duchowego dorobku ludzkości, narodu, epoki itp." [10]. Dodam, że całokształt ów pojmuje się jako pewną dynamiczną strukturę o nie do końca określonej budowie (często podkreśla się jej hierarchiczność).

Mówiąc o miejscu matematyki w kulturze (i o kulturze matematycznej) znajdujemy się w tym kręgu problemów. Skoro jednak kultura jest czymś tak bardzo rozmytym znaczeniowo, więc z góry trzeba przyjąć, że nie jesteśmy w stanie oddać wszelkich możliwych powiązań, jakie ma z nią matematyka. Toteż wypowiadając się na ten temat nie tyle zdajemy sprawę z dobrze rozpoznanego stanu rzeczy, ile deklarujemy wolę czy intencję osadzenia tej nauki w szerokim kontekście, rozpatrywania jej na tle owego „całokształtu" i w powiązaniu z innymi jego elementami. Szczególnego znaczenia nabierają zaś te elementy, które przy badaniu kultury wysuwa się na plan pierwszy, a więc język, wizja świata, religia i rytuały, obyczaje, ale też sztuka, techniki wytwórcze (jest coś takiego jak kultura materialna), gospodarka, organizacja życia zbiorowego...

Jaki jest związek matematyki z tym wszystkim? Jedno można powiedzieć na pewno – jest on różny w zależności od czasu i miejsca, rozpatrywanego fragmentu matematyki, a nawet od gustu i wrażliwości obserwatora. Sprawa nie jest bowiem zbyt dokładnie zbadana i mało faktów jest intersubiektywnie zaakceptowanych przez kompetentnych badaczy. Nie ma ich zresztą zbyt wielu. Problematyka ta umykała bowiem z pola widzenia nauki i nie wytworzyła zainteresowanego nią szerszego środowiska. Zbyt mało jest humanistów zdolnych kompetentnie wypowiadać się o matematyce. Z drugiej strony nieliczni są matematycy zdolni zaakceptować standardy naukowości odległe od matematycznych rygorów i włączyć się w potężny nurt współczesnych badań antropologicznych.

Widać to w literaturze przedmiotu. Liczne są i popularne syntetyczne obrazy różnych kultur. Wymienię dla przykładu „Jesień Średniowiecza" Johanna Huizingi, „Kryzys świadomości europejskiej" Paula Hazarda czy klasyczną „Kulturę Odrodzenia we Włoszech" Jacoba Burkhardta. W książkach tego typu szukam zwykle wzmianek o matematyce. Niestety, miejsce, jakie powinna w nich zajmować, z reguły pozostaje puste. Matematyka nie jest traktowana jak inne składniki kultury, takie jak malarstwo, rzeźba, myśl społeczna czy filozofia. Podobna pustka panuje z drugiej strony – w historii matematyki. Tam, gdzie powinna być ona ukazana na szerokim kulturowym tle, znajdujemy zazwyczaj jedynie kilka banalnych uwag odbiegających od głębi innych fragmentów. Oczywiście są i wielkie wyjątki, z których wymienię tylko kilka najbliższych mi i wartych nieustannego polecania innym. Są to: wyśmienita czterotomowa antologia tekstów o matematyce „Świat matematyki" zestawiona przez J.R. Newmana, wydana jeszcze w 1956 r. i wznowiona w 1988 r., są książki Daviesa i Hirsha „Sen Kartezjusza" i „Doświadczenie matematyczne" [3], [4], trzeba wymienić książkę M. Kline'a „Matematyka w zachodniej kulturze" [9], piękne są poświęcone matematyce strony „Nauki i świata nowożytnego" A.N. Whiteheada [25] (tylko ta pozycja wydana została po polsku)... Nie jest tego wiele, zwłaszcza dostępnego dla polskiego czytelnika.

**2.** Trzeba pogodzić się z tym stanem rzeczy i mówiąc o miejscu matematyki w kulturze zachować intencjonalny charakter przedmiotu rozważań – przekazywać raczej nasze nastawienie niż zasób wiedzy. Wszystko, co możemy zrobić, to ukazać charakter i zakres powiązań matematyki z resztą kultury albo raczej zachęcić do dostrzegania lub poszukiwania takich powiązań. Liczne białe plamy na ich mapie stanowią nie tylko niewygodę, ale i szansę samodzielnie dokonywanych odkryć, nawet na niezbyt wysokim poziomie wiedzy matematycznej i powierzchownej znajomości historii. Braki w obu dziedzinach można nadrobić dzięki obszernej literaturze łatwo dostępnej dla zainteresowanego czytelnika.

Problemem może być więc jedynie samo zainteresowanie słuchaczy, ale to chyba łatwo można uzyskać posługując się wyrazistymi przykładami, o które na tym pograniczu nauk (a może nawet na pograniczu nauki i nienauki) nie jest trudno. Niektóre dotyczą kwestii fundamentalnych zarówno dla kultury, jak i matematyki, że wymienię tylko problem samej genezy matematyki jako zjawiska kulturowego [22] czy jej związku z percepcją świata [23] i opisem ładu kosmicznego [21].

Ale równie istotne, a z dydaktycznego punktu widzenia ważniejsze są przykłady powiązań nie tak rozległych, ale głęboko idących i rozgałęziających się w różnych kierunkach. Jak głęboko? W odpowiedzi na to pytanie osobiste preferencje badacza odgrywają zasadniczą rolę.

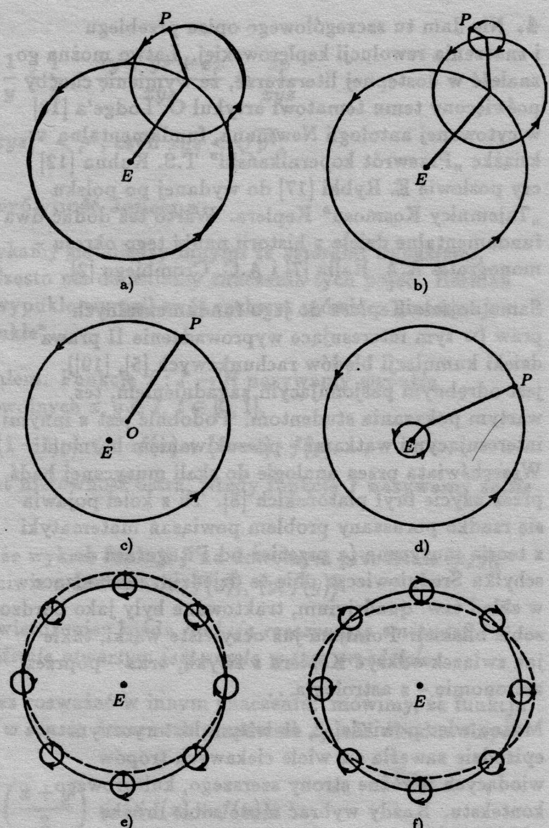
Zobaczmy to na przykładzie.

**3.** Jak zauważył wielki francuski historyk nauki A. Koyré, rewolucja keplerowska – akceptacja eliptycznych orbit planet – nie była tylko kontynuacją wcześniejszej o przeszło stulecie rewolucji kopernikańskiej. Był to bardzo ważny i trudny krok od tradycyjnych wyobrażeń o Wszechświecie i jego naturze w stronę wizji nowożytnej. Żeby to zobaczyć, trzeba cofnąć się do samego początku.

Jeśli w ogóle coś – oprócz Bóstwa – zasługuje na miano doskonałości, to jest nim ład w Kosmosie. Na marginesie przypomnę, że greckie słowo „kosmos" oznacza ład, porządek, a więc przeciwieństwo chaosu. W niektórych koncepcjach metafizycznych obie te rzeczy utożsamia się. Jak pisał Kepler, „geometria istniała przed Stworzeniem, jest zatem równie nieśmiertelna, co i duch Boży; jest samym Bogiem (cóż może istnieć w Bogu i nie być nim samym?)" (Harmonices Mundi, cyt. za: [26] s.154). Doskonałość taka niekiedy wiązana jest z nieruchomością. Ruch, który jest źródłem szeregu problemów pojęciowych (aporie Zenona) bywa widziany jako wynik zaburzenia pierwotnego ładu. U Arystotelesa ciała poruszają się jedynie do momentu odzyskania naturalnego położenia równowagi. U Platona – prawdziwy ład możliwy jest jedynie w nieruchomym i niezmiennym świecie idei, którego widzialny, fizyczny świat jest jedynie niedoskonałym odbiciem...

Tak czy owak, jeśli w ogóle możliwy jest ruch w uładzonym Wszechświecie – a ruch ciał niebieskich jest faktem, którego nikt nie był w stanie zanegować, to jedynie w granicach i na zasadach nie burzących zasadniczej równowagi, równowagi będącej właśnie gwarantem kosmicznej harmonii. Toteż uładzony Wszechświat zbudowany musi być ze zrównoważonych brył, a ruchy ciał niebieskich odbywać się muszą po takichże liniach. Tego typu rozważania mogły leżeć u podstaw początków geometrii w myśli jońskich filozofów przyrody. Były też fundamentem stworzonego przez nich geometrycznego modelu Wszechświata [21].

Ten właśnie, sferyczny model Anaksymandra był następnie przez stulecia rozwijany. Trzeba było przeróżnych formalnych poprawek, żeby uzgodnić jego proste idee z mniej regularnym charakterem danych doświadczalnych. Wprowadzając wszakże poprawki robiono to przez dodawanie kolejnych, kołowych trajektorii. Planety w modelu Ptolemeusza poruszały się po kolistych orbitach jedynie „w zasadzie". Tak naprawdę, ruch ich był wypadkową ruchów po różnych okręgach (ryc. 1).




Ryc. 1. Geometryczne pomysły astronomii Ptolemeusza: a) epicykl na deferencie, b) epicykl na epicyklu, c) ekscentryk, d) ekscentryk na deferencie, e) efekt wspólnego okresu epicyklu i deferentu, f) efekt w przypadku dwukrotnie większego okresu deferentu. Punkt $E$ odpowiada położeniu Ziemi.

Tak właśnie, z wielu kół, zbudowany był i model kopernikański, który modyfikował ptolemeuszowy głównie przez umieszczenie Słońca, a nie Ziemi w centrum Wszechświata. Gwarantem ładu pozostawało doskonałe zrównoważenie okręgu – fakt, którego sformułowanie tradycja przypisuje jeszcze Talesowi. Dodatkowo na straży opinii, że ruch kołowy jest jedynym naturalnym ruchem, którym w związku z tym poruszać się powinny wszystkie ciała niebieskie, stanął na stulecia autorytet samego Arystotelesa.

Model kopernikański był równie jak Ptolemeuszowy (a w początkowej fazie nawet bardziej) niezadowalający z punktu widzenia danych doświadczalnych, których dokładność zresztą zwiększyła się bardzo w czasach nowożytnych dzięki zastosowaniu doskonalszych instrumentów i technik pomiarowych. Pracowano więc nad poprawkami, ale nie ruszano samej zasady ruchu po torach kołowych czy też składania go z kilku ruchów kołowych. Dopiero Kepler zmienił ten stan rzeczy. Przyjęcie przez niego eliptycznego toru planet, jak też „wytłumaczenie" ich ruchu za pomocą trzech prostych, matematycznych praw, otworzyło drogę dalszym poszukiwaniom zwieńczonym teorią grawitacji Newtona (i jego analizą).

**4.** Nie dam tu szczegółowego opisu przebiegu i znaczenia rewolucji keplerowskiej. Łatwo można go znaleźć w dostępnej literaturze, że wymienię choćby poświęcony temu tematowi artykuł O. Lodge'a [13] w cytowanej antologii Newmana, fundamentalną książkę „Przewrót kopernikański" T.S. Kuhna [12] czy posłowie E. Rybki [17] do wydanej po polsku „Tajemnicy Kosmosu" Keplera. Warto też dodać dwa fundamentalne dzieła z historii nauki tego okresu – monografie R.A. Halla [7] i A.C. Crombiego [2].

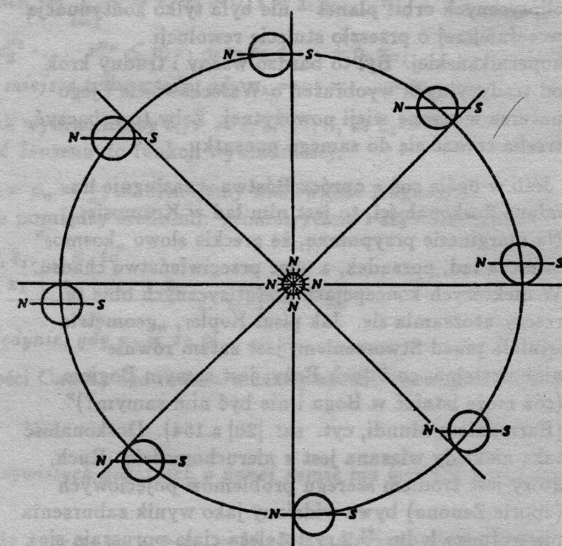
Samo dojście Keplera do jego fundamentalnych praw (w tym interesujące wyprowadzenie II prawa dzięki kumulacji błędów rachunkowych [5], [19]) jest odrębnym pasjonującym zagadnieniem, też wartym pokazania studentom. Podobnie jest z innymi interesującymi wątkami – poszukiwaniem harmonii Wszechświata przez analogie do skali muzycznej bądź przez użycie brył platońskich [8]. Tu z kolei pojawia się rzadko poruszany problem powiązań matematyki z teorią muzyczną (a przecież od Pitagorasa do schyłku Średniowiecza obie te dziedziny, wchodzące w skład tzw. quadrivium, traktowane były jako bardzo sobie bliskie). Pomijam już oczywiste wątki, takie jak związek odkryć Keplera z fizyką, oraz – poprzez astronomię – z astrologią...

Można więc powiedzieć, że w tym historycznym epizodzie zawęźla się wiele ciekawych tropów wiodących w różne strony szerszego, kulturowego kontekstu. Każdy wybrać może sobie dróżkę odpowiadającą jego gustowi i temperamentowi.

Dla mnie najciekawsze jest pytanie następujące. Problem, z jakim od czasów Ptolemeusza do Keplera borykała się nauka o ruchu planet (ale też filozofia i myśl religijna), był raczej psychologicznej niż technicznej natury. Aby dokonać kroku naprzód trzeba było przełamać blokadę psychologiczną i rozszerzyć rozpatrywaną klasę potencjalnych orbit o inne niż okrąg linie stożkowe. Powstaje interesujące pytanie: dlaczego w czasach Keplera (dokładnie – w roku 1609) okazało się możliwe coś, co przez stulecia nie było w ogóle brane pod uwagę?

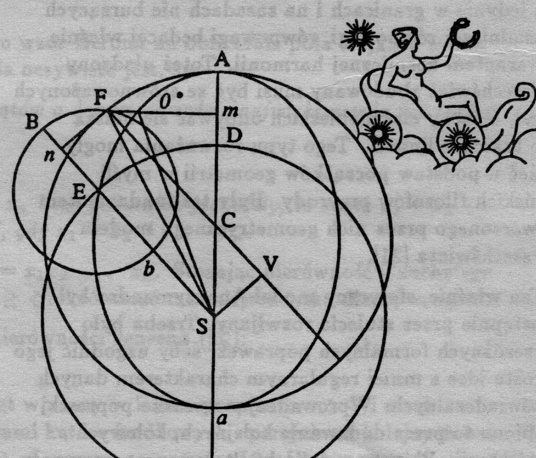
**5.** Kepler był – jak wszyscy współcześni – silnie przywiązany do ugruntowanych wyobrażeń: „Mój pierwszy błąd polegał na tym, że tor planety uważałem za doskonałe koło, a pomyłka ta kosztowała mnie tym więcej czasu, że tak nauczano w oparciu o autorytet wszystkich filozofów, a samo w sobie było to zgodne z metafizyką" ([7], s.154). Cóż się zresztą dziwić Keplerowi, skoro Galileusz powtarzał tezę o konieczności kołowych orbit ciał niebieskich jeszcze w 1632 r., przeszło 20 lat po opublikowaniu pracy Keplera ([12], s. 370).

Gdy Kepler zdecydował się wreszcie na rezygnację w swoich obliczeniach ruchu Marsa z orbit kolistych, to nie od razu sięgnął po elipsę. Najpierw próbował do danych doświadczalnych dobrać różne rodzaje owali. Nieudane próby kosztowały go kolejne 6 lat uporczywych kalkulacji. Tak naturalne dla nas uogólnienie, nie było wówczas czymś oczywistym. Jest to tym dziwniejsze, że elipsa może pojawić się jako szczególny przypadek złożenia dwóch ruchów po kołach (ryc. 1), efekt znany przynajmniej Kopernikowi. Kepler pogodził się z elipsą, jako torem Marsa, dopiero po znalezieniu „fizycznego" usprawiedliwienia tego faktu. Zgodnie z nim, Słońce miałoby być czymś w rodzaju magnesu przyciągającego planetę w jednych jej położeniach, a odpychającego w innych (ryc. 2).



Ryc. 2. Keplerowska mechanika niebieska: Słońce jako szczególny magnes, przez połowę orbity przyciągające planetę, a przez połowę odpychające ją.

Uzyskana dzięki eliptyczności toru zgodność obliczeń z danymi doświadczalnymi zachwyciła Keplera do tego stopnia, że dał wyraz swoim uczuciom ozdabiając odpowiedni wykres alegorią swego triumfu (ryc. 3).



Ryc. 3. Rysunek Keplera ilustrujący jego prawa ruchu planet.

Dlaczego jednak było to tak trudne? Sam Kepler sytuację opisał słowami: „Najtrudniejsze jest dzisiaj położenie tych, którzy piszą dzieła matematyczne, zwłaszcza rozprawy astronomiczne. Jeśli bowiem nie zastosujesz wnikliwej subtelności w twierdzeniach, dyrektywach, dowodzeniach i wnioskach, książka nie będzie matematyczna; jeśli jednak zastosujesz, to uczyni to lekturę czymś bardzo nieprzyjemnym zwłaszcza w języku łacińskim, któremu brak rodzajników i wdzięku języka greckiego. A także niezwykle mało jest dzisiaj wykwalifikowanych czytelników, reszta zwykle odrzuca takie książki. **Jak wielu jest matematyków, którzy przedarliby się przez 'Konika' Apoloniusza z Pergi?** Jednak materiał ten jest tego rodzaju, że jest wyrażany o wiele łatwiej w figurach i liniach, niż w przypadku astronomii" (wg [7], s. 156). Można powiedzieć, że od czasów Pappusa kultura zachodnia zapomniała na całe stulecia posiadaną wcześniej znaczącą wiedzę o liniach stożkowych. W czasach Keplera wiedza o stożkowych była na nowo odkrywana, a on sam wniósł w nią pewne nowe elementy ([20], s.122).

**6.** Jaki był stan wiedzy o stożkowych w czasach Keplera? Przede wszystkim znany był częściowy przekład „Stożkowych" Apoloniusza. Pierwszą księgę z arabskiego przetłumaczył Gerard z Cremony w XII w. Wiadomo, że Witelon znał pierwsze dwie księgi. Kolejne przekłady łacińskie pierwszych czterech ksiąg opublikowali (i po raz pierwszy wydrukowali) w II połowie XVI wieku Franciszek Maurolyco i Fryderyk Commandino. Do nich odwoływał się Kepler zarówno w komentarzach do Witelona, jak i w „Astronomia Nova". Pełny tekst wydał Edmund Halley dopiero w 1710 r. ([2], [19]). Wszyscy komentatorzy potwierdzają wszakże to, co pisał Kepler. Dzieła te nie były znane i zrozumiane powszechnie. Właściwie postęp w tej dziedzinie przyniósł gwałtowny rozwój geometrii w I połowie XVII w., ale to mogło mieć wpływ nie tyle na genezę, ile na percepcję dzieła Keplera.

**7.** Poza teorią matematyczną lub na jej obrzeżu żywo dyskutowano wszakże pewne teoretyczne i praktyczne kwestie, które – jak wiemy to dzisiaj – prowadziły do linii stożkowych. Pierwsza sprawa to problem ruchu pocisku. Jest to jeden z najważniejszych problemów filozofii przyrody Średniowiecza i Renesansu. Możliwość i charakter tego ruchu na gruncie fizyki arystotelesowskiej nie były należycie objaśnione. Toteż przez całe Średniowiecze zarówno arabscy, jak i europejscy myśliciele próbowali stworzyć zadowalające teorie na ten temat. Nie muszę dodawać, że atmosferę sporów znakomicie podniosły sukcesy techniki militarnej – wprowadzenie i doskonalenie broni palnej. Dyskusję zamknęła dopiero dynamika Newtona (choć na empiryczne zestawienie precyzyjnych tablic artyleryjskich trzeba było poczekać do XIX wieku).

Nie jest jasne, kto pierwszy zauważył, że tor pocisku (przy pominięciu oporu powietrza) zbliżony jest do paraboli. Być może był to Leonardo da Vinci, być może Tartaglia, pewne jest, że dowód tego faktu podał Galileusz dopiero w roku 1638 [6]. Można więc powiedzieć, że tym, co z balistyki mogło przeniknąć do szerszej świadomości, było twierdzenie Tartaglii, iż wystrzelony pocisk biegnie po torze krzywoliniowym – w żadnym punkcie nie będącym linią prostą. Te odkrycia i spekulacje miały kolosalne znaczenie dla rewizji teorii fizycznych (znów szalenie ważny i ciekawy wątek rozważań o związku matematyki z kulturą!). Niemniej, w interesującym nas zakresie rozważań wnosiły one niewiele. Być może uwrażliwiały one badaczy na obecność w fizycznym świecie linii będących wynikiem naturalnych zjawisk, a nie będących prostymi ani okręgami. Nie dawały za to wskazówek, jakie to mogły być linie.

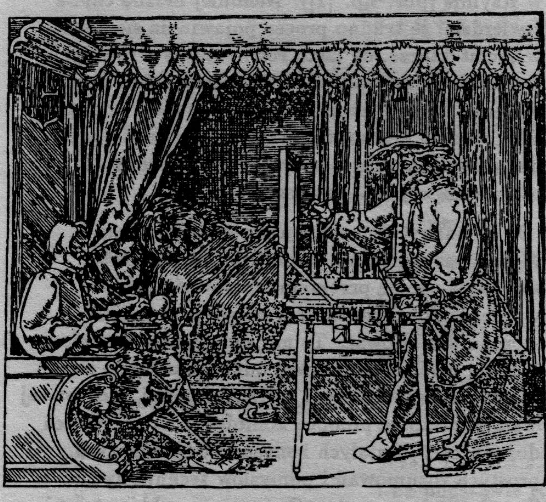
**8.** Spójrzmy więc na inny obszar, z którego do świadomości potocznej wnikały linie stożkowe. Jest to sztuka, a zwłaszcza malarstwo perspektywiczne. Zacznijmy jednak od architektury. Jest ona bowiem tą dziedziną sztuki, która na powszechną mentalność oddziałuje najpełniej i najwszechstronniej.

Mniej więcej od połowy XVI wieku nasiliło się, szczególnie wyraziste w dobie baroku, zainteresowanie liniami odmiennymi od koła i prostej, które stanowiły podstawę architektury w poprzednich okresach. Jednakże wśród linii tworzących plan budowli lub będących elementami zdobnictwa niezbyt często spotyka się regularną elipsę. Częsty natomiast jest owal, dość chętnie wykorzystywany przez Andreę Palladia (począwszy od ok. 1550 r.), a którego kompozycyjne możliwości ujawniły się w pełni sto lat później w takich realizacjach jak kolumnada Berniniego na placu Św. Piotra w Rzymie, Guariniego plan kościoła San Lorenzo w Turynie czy fasada kościoła San Carlo alle Quatre Fontanne Borrominiego w Rzymie (por. np. [1]). Niemniej można chyba stwierdzić, że trudno proces pojawiania się owalu w architekturze, de facto równoczesny z rewolucją keplerowską uważać za jej przyczynę (choć mógł on wpłynąć na jej percepcję). Jest to raczej symptom tego samego przewrotu, który – jak widać – miał charakter znacznie szerszy, nie ograniczony do astronomii czy matematyki.

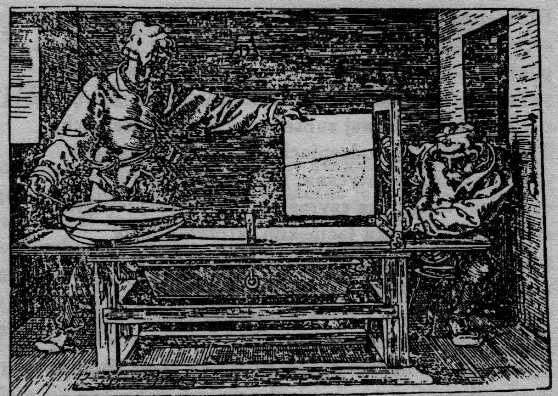
**9.** Z malarstwem sprawa ma się odmiennie. Można bez wątpienia stwierdzić, że nie wlokło się ono w ogonie przemian wrażliwości, ale je wyprzedzało. Tym samym mogło je w jakimś stopniu kształtować. To na jego gruncie stworzono metodę perspektywicznego odzwierciedlania na płaszczyźnie przestrzeni trójwymiarowej, a co więcej – zrobiono to za pomocą kombinacji uporczywych doświadczeń, śmiałych koncepcji teoretycznych, prostych rozumowań i pomysłów technicznych.
Z malarstwa perspektywicznego w szybkim tempie uczyniono oparte na pewnym korpusie wiedzy rzemiosło szybko rozprzestrzeniające się po Europie.

U podstaw tego odkrycia, którego autorstwo przypisuje się Filippo Brunelleschiemu (1425), a które opisał – jako niemal w pełni dojrzałą technikę malarską – Leon Battista Alberti w 1435 r., leży koncepcja obrazu jako rzutu środkowego na płaszczyznę płótna fragmentu przestrzeni obserwowanej z jednego punktu – źrenicy oka artysty. Inaczej ujmowano to jako przecięcie płaszczyzną obrazu „piramidy wzrokowej", jak to określał Alberti – wszystkich promieni wychodzących z oka obserwatora do punktów odwzorowywanych obiektów. Z technicznego punktu widzenia rzecz sprowadzała się do dwóch zasadniczych kwestii: wprowadzenia na obrazie jednego punktu przecięcia obrazów linii prostopadłych do płaszczyzny obrazu oraz do określenia skrótu perspektywicznego. Historia stopniowego dochodzenia do tak prostej formuły, jak też analiza jej wykorzystania i znaczących odstępstw od niej – to temat doskonale zbadany przez historyków i teoretyków sztuki. Czytelnik znajdzie syntezę ich dokonań i dalsze odsyłacze do literatury w cytowanych tu dziełach z tego zakresu.

Oczywiście, malowanie w perspektywicznym skrócie obiektów bardziej złożonych niż posadzka ułożona z kwadratowych płytek (od czego rozpoczynano kompozycję dzieła) wymagało kunsztu, w którym pomagały czysto praktyczne urządzenia, takie jak przedstawione na znanych drzeworytach Albrechta Dürera (ryc. 4 i 5). Mogła też nieco pomóc wiedza geometryczna. Toteż w odniesieniu do artystów owej epoki często zaświadczana bywa ich matematyczna biegłość. Na przykład, o Janie Van Eycku współczesny mu włoski humanista Bartolomeo Fazio pisał: „Jan z Galii uważany jest za pierwszego malarza naszych czasów, wielce uczonego w naukach, a szczególnie w geometrii i w tych sztukach, które przydają ozdoby malarstwu" ([1], s. 258), a o Dürerze jako o matematyku piszą rozprawy współcześni badacze [16].



Ryc. 4.



Ryc. 5.

Ryc. 4 i 5 – rysunki Dürera przedstawiające malarza konstruującego (dosłownie!) piramidę wzrokową.

**10.** Trudnym zagadnieniem praktycznym, któremu poświęcimy dalszy ciąg rozważań, był kształt konturu na obrazie okrągłych przedmiotów rzeczywistych. Innymi słowy, było to pytanie o to, jaki ma kształt rzut środkowy okręgu na płaszczyznę obrazu w zależności od rzeczywistego położenia pierwowzoru. Rozwiązanie tego problemu przez malarzy jest praktycznym testem ich obznajomienia z elipsą, co jest naszym głównym problemem. Może warto zauważyć, że rozwiązanie to nie musiało wynikać z prawidłowej konstrukcji całościowej perspektywy. Już lokalna (częściowa) perspektywa z okresu poprzedzającego teorię Brunelleschiego i Albertiego mogła wystarczyć do tego celu. Z pewnym uproszczeniem można chyba wyrazić przypuszczenie, że aby prawidłowo odtworzyć obraz okrągłego przedmiotu, trzeba było go prawidłowo zobaczyć. Jeśli więc w tym miejscu występowały trudności u malarzy – osób wprawnych w patrzeniu i przedstawianiu obrazów, to musiała tu występować blokada psychologiczna podobna do tej, z którą mieliśmy do czynienia w przypadku Keplera i innych astronomów. Analiza tego przypadku (stosunkowo łatwa i przyjemna, gdyż sporą jej część stanowi kartkowanie reprodukcji w albumach i książkach poświęconych historii sztuki) rzuca więc światło na kulturowy wymiar owej nieobecności elips czy ich trudnego powrotu do powszechnej świadomości.

Obserwując zmagania artystów z tym zagadnieniem widzimy, jak długo pytanie to oczekiwało na jednoznaczną odpowiedź. Na szczęście mamy łatwy do obserwowania obiekt – koło przez stulecia malowane na obrazach. Jest to aureola nad głowami świętych. Jaki kształt przybierała ona w zależności od położenia głowy świętego? Jak to przedstawienie zmieniało się w czasie?

**11.** Aureola (złoty krążek za głową świętej osoby) była niezbędnym elementem chrześcijańskiej ikonografii od samego jej początku. Niemniej w klasycznym ujęciu, w bizantyjskim nurcie obecnym

Ryc. 6. Św. Jerzy, ikona ruska z połowy XV w.

do naszych czasów, aureola nie była częścią fizycznego świata, którego jedynie niewielkie fragmenty odnotowywano na ikonie. Świętość należy do porządku duchowego, aureola jest więc jedynie znakiem, którego nie ma powodu wiązać z tak incydentalnymi elementami, jak usytuowanie w przestrzeni przedstawianej osoby. Toteż aureola zawsze jest regularnym, na ogół jednolicie pozłoconym kołem (ryc. 6).

Ten sam schemat przejęło od Bizancjum malarstwo chrześcijańskiego Zachodu (ryc. 7). Niemniej w miarę odchodzenia przez nie od sztywnego schematyzmu wschodniego chrześcijaństwa i podejmowania zadania odzwierciedlania (choćby w tle obrazu) rzeczywistego świata, aureola staje się jakby wtrętem z innego porządku rzeczy, czymś takim jak napisy, podpis malarza, sylwetka fundatora itp. Wszystkie one są akceptowalne pod jednym wszakże warunkiem – takim mianowicie, że nie burzą wewnętrznej logiki obrazu ani nie zakłócają jego wątku narracyjnego. Aureola ulega więc stopniowo – wraz z nasilaniem tendencji do odzwierciedlania fizycznego świata – ufizycznieniu na jeden z dwóch możliwych sposobów: bądź staje się fizycznym obiektem usytuowanym za głową świętej osoby, mającym wręcz ostentacyjnie solidny (jakby rzeźbiony) charakter, bądź też staje się obiektem nieodłącznie związanym – i to fizycznie – z przedstawianą osobą. Pierwszy przypadek wywodzący się z malarstwa gotyckiego był stopniowo spychany na margines poszukiwań plastycznych.

Drugi wariant prowadził do stopniowej sublimacji aureoli wraz z jej ostatecznym zanikiem. Związki tych przemian z teologicznymi koncepcjami świętości, aż do jej zanegowania w teologii protestanckiej, są osobnym ciekawym zagadnieniem, zapewne przebadanym przez

Ryc. 7. Św. Piotr przyjmuje klucz, miniatura z ewangeliarza Henryka II, połowa XI w.

Ryc. 8. Giotto di Bondone, Złożenie do grobu, fresk z kaplicy dell'Arena w Padwie (1305–1313).

Ryc. 9. Giotto di Bondone, Joachim i pasterze, fresk z kaplicy dell'Arena w Padwie.

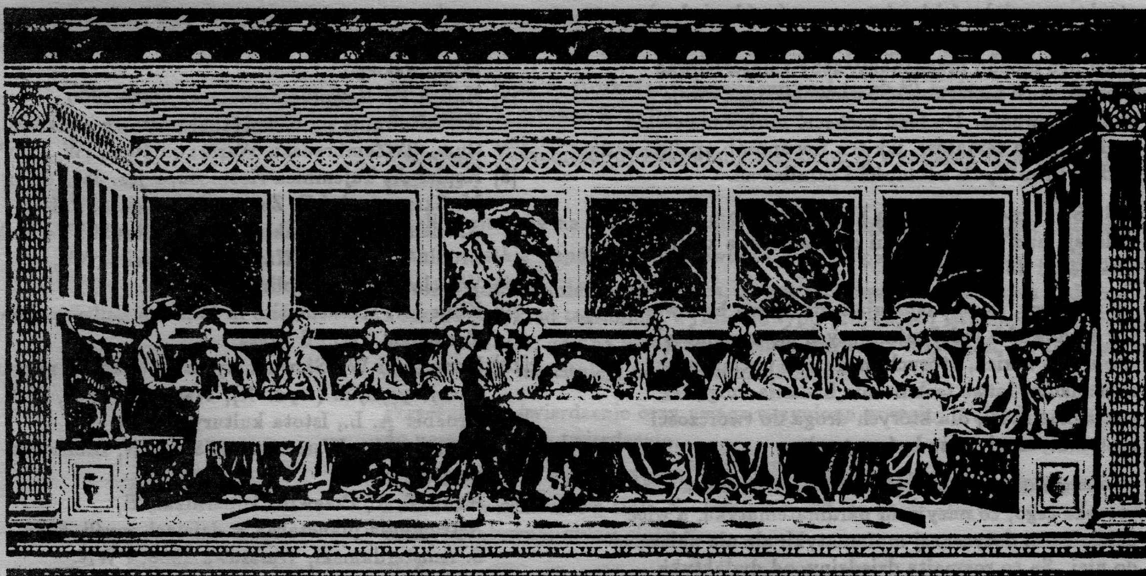
Ryc. 10. Masaccio, Głowa Apostoła, fragment fresku „Grosz czynszowy" w kaplicy Brancaccich we Florencji (1427–28).

specjalistów. W konwencji plastycznej, która aureolę wiązała z osobą świętego, przedstawiana ona była jako krążek czy obręcz nad jego głową. Obraz tego krążka jest więc wynikiem usytuowania głowy świętego względem płaszczyzny obrazu. Fakt, że zmusza to do odejścia od regularnego koła, zwłaszcza w przypadku znaczącego odstępstwa od usytuowania twarzy „en face" docierał do świadomości malarzy od początków XIII wieku. Giotto podejmował próby w tym zakresie, ale nie był konsekwentny. Freski w kaplicy Scrovegni w Padwie (1306–1309) dostarczają przykładów zarówno klasycznego, bizantyjskiego położenia aureol, jak i prób ujęcia ich w rzucie perspektywicznym (ryc. 8 i 9). Niemniej, jak się wydaje, w tym ostatnim przypadku kształtem nadawanym aureoli była nie elipsa, a owal (znowu analogia do Keplera nie jest chyba przypadkowa).

Problem właściwego przedstawienia aureoli został rozwiązany przez genialnego twórcę wzorca malarstwa perspektywicznego – Masaccia ok. roku 1425 (ryc. 10). Regularnie wyprowadzone elipsy stały się (w zasadzie) obowiązującym już schematem. Dodałem słowa

Ryc. 11. Fra Angelico, Złożenie do grobu, fresk z kościoła San Marco we Florencji (1438–46).


Ryc. 12. Fra Angelico, Ucieczka do Egiptu, fresk z kościoła San Marco we Florencji (1438–46).



Ryc. 13. Andrea del Castagno, Ostatnia wieczerza, klasztor św. Apolonii we Florencji (1444).

„w zasadzie", gdyż nawet wówczas zdarzały się wahania takie jak u Fra Angelica, który we freskach klasztoru San Marco wraca do wcześniejszych schematów (szczególnie ciekawych w „Ucieczce do Egiptu", gdzie różnie potraktowano aureole różnych postaci) (ryc. 11 i 12). Z drugiej strony znajdowali się malarze tacy jak Andrea del Castagno, który „Ostatnią wieczerzę" w refektarzu klasztoru św. Apolonii we Florencji (ok. 1444) namalował jakby wyłącznie po to, by pokazać swoją wirtuozerię w kreśleniu aureol tworzących całą gamę elips od okręgu do niemal odcinka w zależności od różnych usytuowań głów świętych (ryc. 13).

W każdym razie, mniej więcej od połowy XV wieku malarze już wiedzą, jak przedstawia się sprawa z rzutem okręgu i potrafią sobie z nim radzić. Elipsa staje się bardzo ważnym, wręcz pospolitym obiektem na obrazach świętych, a więc również i stałym elementem kultury – przynajmniej w katolickich krajach Europy. W czasach Keplera była więc ona czymś dość oczywistym, choć nie tak jak koło i prosta. Hipoteza o znaczeniu aureol w upowszechnieniu wizerunku elipsy i jakiegoś jej związku z odkryciami Keplera ma dodatkowy atrakcyjny aspekt. Aureola jest symbolem świętości, jakiejś sakralizacji doznaje więc też jej wizerunek – elipsa. Mogło to mieć pewien urok dla platonistycznie nastawionych astronomów Renesansu (i samego Keplera).

Żeby jednak uniknąć zbyt łatwych wniosków, dodam, że Kepler był protestantem (choć obracał się w katolickim środowisku).

**12.** Powiązanie odkrycia Keplera z perspektywą malarską, a tej – z aureolami i (jeśli ktoś zechce) problemami teologicznymi – to jedna z możliwych dróżek od matematyki w stronę kultury. Można z tego miejsca pójść dalej, w głąb historii kultury bądź historii sztuki. Można jednak zawrócić do matematyki, aby zająć się geometrią rzutową. Można też skierować się ku problemowi impetu w dynamice średniowiecznej i wątek ten prześledzić aż do mechaniki Newtona. Można wreszcie pozostać przy pięknie ilustrowanych historiach sztuki i dokonywać odkryć dalszych przebić, powiązań czy analogii między tymi dwoma dość odległymi fragmentami kultury: matematyką i plastyką. Interesujących epizodów jest tu wiele, że wymienię choćby zawęźlenie związane z rewolucją kubistyczną w malarstwie. Rzecz ta jednak wymaga odrębnego potraktowania... Jest jeszcze porzucony wątek powiązań koncepcji Keplera z muzyką. Oczywiście, nie można też zapomnieć o tak wdzięcznym wątku jakim jest głębsze wejście w same odkrycia Keplera, ich związek z całością astronomii (i astrologii).

Jak pisałem, w obszarach, po których się poruszamy, **wybór punktu docelowego i drogi dojścia zależy w znacznej mierze od gustu badacza i od jego pozamatematycznych zainteresowań.** Myślę, że choćby dlatego warto o tych sprawach rozmawiać ze studentami, zwłaszcza z tymi, którzy będą nauczycielami. Jednym bowiem z trudniejszych zadań, które będą na nich ciążyły, jest **ukazanie uczniom** (również tym, którzy mają odległe od matematyki zainteresowania i zdolności), **że przekazywana im wiedza matematyczna jest jakoś – choćby pośrednio – powiązana z ważniejszymi czy też atrakcyjniejszymi fragmentami kultury.** Od skuteczności perswazyjnej zależy, czy uda się do matematyki przekonać sporą grupę bardzo wartościowych uczniów o innej niż matematyczna strukturze zdolności i zainteresowań. Aby jednak nauczyciel mógł skutecznie przekonywać innych, sam musi być mocno przekonany, żeby zainteresować innych, musi pielęgnować i uzewnętrzniać swoje zainteresowania. Do tego zachęcić może omawianie z nim takich tematów, jak ten i w sposób apelujący do **indywidualnych** zdolności i zamiłowań.

**13.** Są i inne powody dla których warto uprawiać refleksję nad powiązaniami matematyki z kulturą i zachęcać do niej innych.

Po pierwsze, są to pasjonujące problemy badawcze, i w środowisku ludzi zajmujących się matematyką wielu jest takich, których mogą one pociągnąć. Stosunkowo łatwe technicznie badania mogą też pociągnąć ludzi, dla których droga do twórczości matematycznej może być za trudna.

Po drugie, matematyce potrzebna jest szersza otoczka tego, co nazywam paramatematyką, a więc działalności dotyczącej matematyki; ale nie należącej do niej. Są to rozmaite dziedziny, od dydaktyki matematyki zaczynając, przez filozofię i historię matematyki, jej popularyzację, do pewnych aspektów zastosowań matematyki... W tej właśnie otoczce leżą i rozważania, o jakich tu mowa – bez względu na to, czy mają bardziej filozoficzny, historyczny czy etnograficzny charakter. Wszystkie one mają pewne znaczenie dla tego, czym zajmuje się sama matematyka, ale w o wiele większym stopniu **wpływają na to, jak matematyka widziana jest na zewnątrz** – w bliższych jej i dalszych kręgach: przez specjalistów innych nauk, przez humanistów, przez nauczycieli i uczniów, inżynierów i przedsiębiorców, administratorów i polityków itd. Od aktywności w tych obszarach zależy więc wiele, także miejsce, jakie matematyka zajmuje wśród innych dziedzin wiedzy i w całej kulturze, a to już pociąga za sobą bardzo praktyczne konsekwencje – od liczby godzin przeznaczanych w szkołach na nauczanie matematyki po rozdział pieniędzy na granty. Tu już żarty się kończą, a zaczynają schody.

## Bibliografia


[1] Białostocki J., Sztuka cenniejsza niż złoto, Opowieść o sztuce europejskiej naszej ery, Warszawa 1963, PWN

[2] Crombie A.C. Nauka średniowieczna i początki nauki nowożytnej, przeł. S. Łypacewicz, t. I–II, Warszawa 1960, IW „Pax"

[3] Davies P.J. & Hersh R., Descartes Dream, The world according to mathematics, Boston 1986, Houghton Mifflin Co.

[4] Davies P.J. & Hersh R., The Mathematical Experience, Boston 1981, Houghton Mifflin Co.

[5] Edwards (Jr) C.H., The Historical Development of the Calculuss, New York 1979, Springer

[6] Galilei G., Rozmowy i dowodzenia matematyczne w zakresie dwóch nowych umiejętności dotyczących mechaniki i ruchów miejscowych (r. 1638), przeł. F.K., Warszawa 1930, Wyd. Kasy im. Mianowskiego.

[7] Hall A.R., Rewolucja naukowa 1500–1800, Kształtowanie się nowożytnej postawy naukowej, tłum. T. Zembrzuski, Warszawa 1966, IW „Pax".

[8] Kepler J., Tajemnica Kosmosu, z jęz. łac. tłum. M. Skrzypczak i E. Zakrzewska-Gębka, Polska Akademia Nauk, Zakład Historii Nauki i Techniki, Źródła do Dziejów Nauki i Techniki t. XV, Wrocław 1972, Ossolineum.

[9] Kline M., Mathematics in Western Culture, New York 1953, Oxford Press.

[10] Kopaliński W., Słownik wyrazów obcych i zwrotów obcojęzycznych (wyd. X), Warszawa 1978, WP.

[11] Kroeber A. L., Istota kultury, przekł. P. Sztompka, Warszawa 1973, PWN, Biblioteka Socjologiczna.

[12] Kuhn T. S., Przewrót kopernikański, Astronomia planetarna w dziejach myśli, tłum. S. Amsterdamski, Warszawa 1966, PWN.

[13] Lodge O., Johann Kepler, [w:] [15], t. I, s. 215–230.

[14] Muratow P. Obrazy Włoch, t. I–II, wyd. II, Warszawa 1988, PIW.

[15] Newman J. R., The World of Mathematics, A small library of the literature of mathematics from A'h-mose the Scribe to Albert Einstein, Presented with Commentaries and Notes by J.R. Newman, t. I–IV, Redmond 1988, Tempus.

[16] Panofsky E., Dürer as a Mathematician, [w:] [15], t. I, s. 593–613.

[17] Rybka E., Życie i działalność naukowa Jana Keplera (1571–1630), [w:] [8] s. 133–156.

[18] Rzepińska M., Siedem wieków malarstwa europejskiego, wyd. II, Wrocław 1986, Ossolineum.

[19] Toomer G. J., Lost Greek mathematical works in Arabic translation, The Mathematical Intelligencer, 6(1984), nr 2, s. 32–38.

[20] Turnbull H. W., The Great Mathematicians, [w:] [15], t. I, s. 73–160.

[21] Waszkiewicz J., Korzenie greckiej geometrii, Studium socjokulturowych uwarunkowań genezy matematyki, Prace Naukowe Ośrodka Badań Prognostycznych Politechniki Wrocławskiej nr 21, Monografie nr 8, Wrocław 1988.

[22] Waszkiewicz J., O problemie historycznych początków matematyki, Wiadomości Matematyczne 39 (1990), s. 93–112.

[23] Waszkiewicz J., Przemiany apriorycznych struktur poznawczych, Prace Naukoznawcze i Prognostyczne, 1987 nr 34 (56–57) cz. I i 1988 nr 2(59), cz. II.

[24] Waźbiński Z., Malarstwo Quatrocenta, Warszawa 1989, WAiF.

[25] Whitehead A. N., Nauka i świat nowożytny, przekł. M. Kozłowski i M. Pieńkowski OP, Kraków 1987, Znak.

[26] Zonn W., Rewolucja kopernikańska, Warszawa 1972, Iskry.