O rynku modelowania ryzyka kredytowego

Mariusz Niewęgłowski

Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych
Politechnika Warszawska

55 Szkoła Matematyki Poglądowej

Ryzyko kredytowe

- Ryzyko kredytowe ryzyko nie wywiązania się jednej ze stron kontraktu/umowy ze swoich zobowiązań.
- Zdarzenie kredytowe (tzw. *default*): bankructwo kontrahenta, opóźnienie w spłacaniu odsetek (kuponów), zmiana ratingu kredytowego, restrukturyzacja.
- Agencje ratingowe: Fitch Ratings, Moody's, Standard & Poor's.
- Rating kredytowy: Skala Standard & Poor's

$$\{AAA, AA+, AA, AA-, A+, A, A-, BBB+, BBB, BBB-\}$$

$$\{BB+, BB, BB-, B+, B, B-, CCC, CC, C, D\}$$

Ryzyko kredytowe

- Ryzyko kredytowe ryzyko nie wywiązania się jednej ze stron kontraktu/umowy ze swoich zobowiązań.
- Zdarzenie kredytowe (tzw. *default*): bankructwo kontrahenta, opóźnienie w spłacaniu odsetek (kuponów), zmiana ratingu kredytowego, restrukturyzacja.
- Agencje ratingowe: Fitch Ratings, Moody's, Standard & Poor's.
- Rating kredytowy: Skala Standard & Poor's

$$\{AAA, AA+, AA, AA-, A+, A, A-, BBB+, BBB, BBB-\}$$

$$\{BB+, BB, BB-, B+, B, B-, CCC, CC, C, D\}$$

Ryzyko kredytowe

- Ryzyko kredytowe ryzyko nie wywiązania się jednej ze stron kontraktu/umowy ze swoich zobowiązań.
- Zdarzenie kredytowe (tzw. *default*): bankructwo kontrahenta, opóźnienie w spłacaniu odsetek (kuponów), zmiana ratingu kredytowego, restrukturyzacja.
- Agencje ratingowe: Fitch Ratings, Moody's, Standard & Poor's.
- Rating kredytowy: Skala Standard & Poor's

$$\{AAA, AA+, AA, AA-, A+, A, A-, BBB+, BBB, BBB-\}$$

$$\{BB+, BB, BB-, B+, B, B-, CCC, CC, C, D\}$$

Ryzyko kredytowe

- Ryzyko kredytowe ryzyko nie wywiązania się jednej ze stron kontraktu/umowy ze swoich zobowiązań.
- Zdarzenie kredytowe (tzw. *default*): bankructwo kontrahenta, opóźnienie w spłacaniu odsetek (kuponów), zmiana ratingu kredytowego, restrukturyzacja.
- Agencje ratingowe: Fitch Ratings, Moody's, Standard & Poor's.
- Rating kredytowy: Skala Standard & Poor's

$$\{AAA, AA+, AA, AA-, A+, A, A-, BBB+, BBB, BBB-\}$$

$$\{BB+, BB, BB-, B+, B, B-, CCC, CC, C, D\}$$

Ryzyko kredytowe

- Ryzyko kredytowe ryzyko nie wywiązania się jednej ze stron kontraktu/umowy ze swoich zobowiązań.
- Zdarzenie kredytowe (tzw. *default*): bankructwo kontrahenta, opóźnienie w spłacaniu odsetek (kuponów), zmiana ratingu kredytowego, restrukturyzacja.
- Agencje ratingowe: Fitch Ratings, Moody's, Standard & Poor's.
- Rating kredytowy: Skala Standard & Poor's

$$\{AAA, AA+, AA, AA-, A+, A, A-, BBB+, BBB, BBB-\}$$

$$\{BB+, BB, BB-, B+, B, B-, CCC, CC, C, D\}$$

Obligacje korporacyjne a skarbowe

- Obligacje skarbowe bez kuponów o nominale N i terminie wykupu T:

$$B(T,T) = N, \quad B(t,T) \leq N$$

- Obligacje korporacyjne bez kuponów o nominale N i terminie wykupu T:

$$D(T,T) = N, \quad D(t,T) < B(t,T) \leq N$$

- Rentowność (Yield to maturity)

$$Y_B(t,T) = -\frac{1}{T-t} \ln B(t,T)/N, \quad B(t,T) = Ne^{-Y_B(t,T)(T-t)}$$

- Spready kredytowe

$$S(t,T) = Y_D(t,T) - Y_B(t,T) = -\frac{1}{T-t} \ln \frac{D(t,T)}{B(t,T)} > 0$$

- Inwestorzy uwzględniają ryzyko kredytowe !

Obligacje korporacyjne a skarbowe

- Obligacje skarbowe bez kuponów o nominale N i terminie wykupu T:

$$B(T,T) = N, \quad B(t,T) \leq N$$

- Obligacje korporacyjne bez kuponów o nominale N i terminie wykupu T:

$$D(T,T) = N, \quad D(t,T) < B(t,T) \leq N$$

- Rentowność (Yield to maturity)

$$Y_B(t,T) = -\frac{1}{T-t} \ln B(t,T)/N, \quad B(t,T) = Ne^{-Y_B(t,T)(T-t)}$$

- Spready kredytowe

$$S(t,T) = Y_D(t,T) - Y_B(t,T) = -\frac{1}{T-t} \ln \frac{D(t,T)}{B(t,T)} > 0$$

- Inwestorzy uwzględniają ryzyko kredytowe !

Obligacje korporacyjne a skarbowe

- Obligacje skarbowe bez kuponów o nominale N i terminie wykupu T:

$$B(T,T) = N, \quad B(t,T) \leq N$$

- Obligacje korporacyjne bez kuponów o nominale N i terminie wykupu T:

$$D(T,T) = N, \quad D(t,T) < B(t,T) \leq N$$

- Rentowność (Yield to maturity)

$$Y_B(t,T) = -\frac{1}{T-t} \ln B(t,T)/N, \quad B(t,T) = Ne^{-Y_B(t,T)(T-t)}$$

- Spready kredytowe

$$S(t,T) = Y_D(t,T) - Y_B(t,T) = -\frac{1}{T-t} \ln \frac{D(t,T)}{B(t,T)} > 0$$

- Inwestorzy uwzględniają ryzyko kredytowe !

Obligacje korporacyjne a skarbowe

- Obligacje skarbowe bez kuponów o nominale N i terminie wykupu T:

$$B(T,T) = N, \quad B(t,T) \leq N$$

- Obligacje korporacyjne bez kuponów o nominale N i terminie wykupu T:

$$D(T,T) = N, \quad D(t,T) < B(t,T) \leq N$$

- Rentowność (Yield to maturity)

$$Y_B(t,T) = -\frac{1}{T-t} \ln B(t,T)/N, \quad B(t,T) = Ne^{-Y_B(t,T)(T-t)}$$

- Spready kredytowe

$$S(t,T) = Y_D(t,T) - Y_B(t,T) = -\frac{1}{T-t} \ln \frac{D(t,T)}{B(t,T)} > 0$$

- Inwestorzy uwzględniają ryzyko kredytowe !

Obligacje korporacyjne a skarbowe

- Obligacje skarbowe bez kuponów o nominale N i terminie wykupu T:

$$B(T,T)=N, \quad B(t,T)\leq N$$

- Obligacje korporacyjne bez kuponów o nominale N i terminie wykupu T:

$$D(T,T)=N, \quad D(t,T)<B(t,T)\leq N$$

- Rentowność (Yield to maturity)

$$Y_B(t,T)=-\frac{1}{T-t}\ln B(t,T)/N, \quad B(t,T)=Ne^{-Y_B(t,T)(T-t)}$$

- Spready kredytowe

$$S(t,T)=Y_D(t,T)-Y_B(t,T)=-\frac{1}{T-t}\ln\frac{D(t,T)}{B(t,T)}>0$$

- Inwestorzy uwzględniają ryzyko kredytowe !

Obligacje korporacyjne a skarbowe

- Obligacje skarbowe bez kuponów o nominale N i terminie wykupu T:
$$B(T,T) = N, \quad B(t,T) \leq N$$
- Obligacje korporacyjne bez kuponów o nominale N i terminie wykupu T:
$$D(T,T) = N, \quad D(t,T) < B(t,T) \leq N$$
- Rentowność (Yield to maturity)
$$Y_B(t,T) = -\frac{1}{T-t}\ln B(t,T)/N, \quad B(t,T) = Ne^{-Y_B(t,T)(T-t)}$$
- Spready kredytowe
$$S(t,T) = Y_D(t,T) - Y_B(t,T) = -\frac{1}{T-t}\ln\frac{D(t,T)}{B(t,T)} > 0$$
- Inwestorzy uwzględniają ryzyko kredytowe !

Modelowanie ryzyka kredytowego

- Cena bezarbitrażowa wypłaty X w T

$$\pi_t(X) = B_t \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left(\frac{X}{B_T}|\mathcal{F}_t\right),$$

gdzie B -rachunek bankowy, $\mathbb{Q}$ miara martyngałowa (wyceniająca).

- Obligacje bez odzysku

$$X = D(T,T) = N\mathbb{1}_{\{\tau > T\}}, \quad D(t,T) = B(t,T)\mathbb{Q}(\tau > T|\mathcal{F}_t)$$

$$S(t,T) = -\frac{1}{T-t}\ln \mathbb{Q}(\tau > T|\mathcal{F}_t) > 0$$

- Prawdopodobieństwo defaultu przed chwilą T

$$\mathbb{Q}(\tau \leq T) = (1 - e^{-TS(0,T)}) \stackrel{?}{=} \mathbb{P}(\tau \leq T)$$

Modelowanie ryzyka kredytowego

- Cena bezarbitrażowa wypłaty X w T

$$\pi_t(X) = B_t \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left(\frac{X}{B_T}|\mathcal{F}_t\right),$$

gdzie B -rachunek bankowy, $\mathbb{Q}$ miara martyngałowa (wyceniająca).

- Obligacje bez odzysku

$$X = D(T,T) = N\mathbb{1}_{\{\tau > T\}}, \quad D(t,T) = B(t,T)\mathbb{Q}(\tau > T|\mathcal{F}_t)$$

$$S(t,T) = -\frac{1}{T-t}\ln \mathbb{Q}(\tau > T|\mathcal{F}_t) > 0$$

- Prawdopodobieństwo defaultu przed chwilą T

$$\mathbb{Q}(\tau \leq T) = (1 - e^{-TS(0,T)}) \stackrel{?}{=} \mathbb{P}(\tau \leq T)$$

Modelowanie ryzyka kredytowego

- Cena bezarbitrażowa wypłaty X w T

$$\pi_t(X) = B_t \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left(\frac{X}{B_T}|\mathcal{F}_t\right),$$

gdzie B -rachunek bankowy, $\mathbb{Q}$ miara martyngałowa (wyceniająca).

- Obligacje bez odzysku

$$X = D(T,T) = N\mathbb{1}_{\{\tau > T\}}, \qquad D(t,T) = B(t,T)\mathbb{Q}(\tau > T|\mathcal{F}_t)$$

$$S(t,T) = -\frac{1}{T-t}\ln\mathbb{Q}(\tau > T|\mathcal{F}_t) > 0$$

- Prawdopodobieństwo defaultu przed chwilą T

$$\mathbb{Q}(\tau \le T) = (1 - e^{-TS(0,T)}) \stackrel{?}{=} \mathbb{P}(\tau \le T)$$

Modelowanie ryzyka kredytowego

- Cena bezarbitrażowa wypłaty X w T

$$\pi_t(X) = B_t \mathbb{E}_{\mathbb{Q}} \left(\frac{X}{B_T} | \mathcal{F}_t \right),$$

gdzie B -rachunek bankowy, $\mathbb{Q}$ miara martyngałowa (wyceniająca).

- Obligacje bez odzysku

$$X = D(T,T) = N \mathbb{1}_{\{\tau > T\}}, \quad D(t,T) = B(t,T)\mathbb{Q}(\tau > T|\mathcal{F}_t)$$

$$S(t,T) = -\frac{1}{T-t} \ln \mathbb{Q}(\tau > T|\mathcal{F}_t) > 0$$

- Prawdopodobieństwo defaultu przed chwilą T

$$\mathbb{Q}(\tau \leq T) = (1 - e^{-TS(0,T)}) \overset{?}{=} \mathbb{P}(\tau \leq T)$$

Modelowanie ryzyka kredytowego

- Cena bezarbitrażowa wypłaty X w T

$$\pi_t(X) = B_t \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left(\frac{X}{B_T}|\mathcal{F}_t\right),$$

  gdzie B -rachunek bankowy, $\mathbb{Q}$ miara martyngałowa (wyceniająca).
- Obligacje bez odzysku

$$X = D(T,T) = N\mathbb{1}_{\{\tau > T\}}, \quad D(t,T) = B(t,T)\mathbb{Q}(\tau > T|\mathcal{F}_t)$$

$$S(t,T) = -\frac{1}{T-t}\ln \mathbb{Q}(\tau > T|\mathcal{F}_t) > 0$$

- Prawdopodobieństwo defaultu przed chwilą T

$$\mathbb{Q}(\tau \leq T) = (1 - e^{-TS(0,T)}) \stackrel{?}{=} \mathbb{P}(\tau \leq T)$$

Modelowanie ryzyka kredytowego

- Cena bezarbitrażowa wypłaty X w T

$$\pi_t(X) = B_t \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left(\frac{X}{B_T}|\mathcal{F}_t\right),$$

gdzie B -rachunek bankowy, $\mathbb{Q}$ miara martyngałowa (wyceniająca).

- Obligacje bez odzysku

$$X = D(T,T) = N\mathbb{1}_{\{\tau > T\}}, \quad D(t,T) = B(t,T)\mathbb{Q}(\tau > T|\mathcal{F}_t)$$

$$S(t,T) = -\frac{1}{T-t}\ln \mathbb{Q}(\tau > T|\mathcal{F}_t) > 0$$

- Prawdopodobieństwo defaultu przed chwilą T

$$\mathbb{Q}(\tau \leq T) = (1 - e^{-TS(0,T)}) \stackrel{?}{=} \mathbb{P}(\tau \leq T)$$

Modelowanie ryzyka kredytowego

- Obligacje z częściowym odzyskiem wartości nominalnej
$$D(T,T) = N\mathbb{1}_{\{\tau > T\}} + N\delta(T)\mathbb{1}_{\{\tau \le T\}} = N - N(1-\delta(T))\mathbb{1}_{\{\tau \le T\}}$$
gdzie $\delta(T) \in [0,1)$ stopa odzysku.
- Strata w przypadku defaultu
$$LGD(T) = (1-\delta(T))$$
- Ceny obligacji
$$D(t,T) = B(t,T)(1 - LGD(T)\mathbb{Q}(\tau \le T|\mathcal{F}_t))$$
- Prawdopodobieństwa defaultu
$$\mathbb{Q}(\tau \le T) = \frac{1 - e^{-TS(0,T)}}{1-\delta(T)}$$

Modelowanie ryzyka kredytowego

- Obligacje z częściowym odzyskiem wartości nominalnej
$$D(T,T) = N\mathbb{1}_{\{\tau > T\}} + N\delta(T)\mathbb{1}_{\{\tau \le T\}} = N - N(1-\delta(T))\mathbb{1}_{\{\tau \le T\}}$$
gdzie $\delta(T) \in [0,1)$ stopa odzysku.
- Strata w przypadku defaultu
$$LGD(T) = (1-\delta(T))$$
- Ceny obligacji
$$D(t,T) = B(t,T)(1 - LGD(T)\mathbb{Q}(\tau \le T|\mathcal{F}_t))$$
- Prawdopodobieństwa defaultu
$$\mathbb{Q}(\tau \le T) = \frac{1-e^{-TS(0,T)}}{1-\delta(T)}$$

Modelowanie ryzyka kredytowego

- Obligacje z częściowym odzyskiem wartości nominalnej

$$D(T,T) = N\mathbb{1}_{\{\tau > T\}} + N\delta(T)\mathbb{1}_{\{\tau \le T\}} = N - N(1-\delta(T))\mathbb{1}_{\{\tau \le T\}}$$

  gdzie $\delta(T) \in [0,1)$ stopa odzysku.

- Strata w przypadku defaultu

$$LGD(T) = (1-\delta(T))$$

- Ceny obligacji

$$D(t,T) = B(t,T)(1 - LGD(T)\mathbb{Q}(\tau \le T|\mathcal{F}_t))$$

- Prawdopodobieństwa defaultu

$$\mathbb{Q}(\tau \le T) = \frac{1-e^{-TS(0,T)}}{1-\delta(T)}$$

Modelowanie ryzyka kredytowego

- Obligacje z częściowym odzyskiem wartości nominalnej

$$D(T,T) = N\mathbb{1}_{\{\tau>T\}} + N\delta(T)\mathbb{1}_{\{\tau\le T\}} = N - N(1-\delta(T))\mathbb{1}_{\{\tau\le T\}}$$

  gdzie $\delta(T) \in [0,1)$ stopa odzysku.

- Strata w przypadku defaultu

$$LGD(T) = (1-\delta(T))$$

- Ceny obligacji

$$D(t,T) = B(t,T)(1 - LGD(T)\mathbb{Q}(\tau \le T|\mathcal{F}_t))$$

- Prawdopodobieństwa defaultu

$$\mathbb{Q}(\tau \le T) = \frac{1-e^{-TS(0,T)}}{1-\delta(T)}$$

Modelowanie ryzyka kredytowego

- Obligacje z częściowym odzyskiem wartości nominalnej
$$D(T,T) = N\mathbb{1}_{\{\tau > T\}} + N\delta(T)\mathbb{1}_{\{\tau \le T\}} = N - N(1-\delta(T))\mathbb{1}_{\{\tau \le T\}}$$
gdzie $\delta(T) \in [0,1)$ stopa odzysku.
- Strata w przypadku defaultu
$$LGD(T) = (1-\delta(T))$$
- Ceny obligacji
$$D(t,T) = B(t,T)(1 - LGD(T)\mathbb{Q}(\tau \le T|\mathcal{F}_t))$$
- Prawdopodbieństwa defaultu
$$\mathbb{Q}(\tau \le T) = \frac{1-e^{-TS(0,T)}}{1-\delta(T)}$$

Modelowanie ryzyka kredytowego

- Obligacje z częściowym odzyskiem wartości nominalnej
$$D(T,T) = N\mathbb{1}_{\{\tau > T\}} + N\delta(T)\mathbb{1}_{\{\tau \le T\}} = N - N(1-\delta(T))\mathbb{1}_{\{\tau \le T\}}$$
gdzie $\delta(T) \in [0,1)$ stopa odzysku.
- Strata w przypadku defaultu
$$LGD(T) = (1-\delta(T))$$
- Ceny obligacji
$$D(t,T) = B(t,T)(1 - LGD(T)\mathbb{Q}(\tau \le T|\mathcal{F}_t))$$
- Prawdopodbieństwa defaultu
$$\mathbb{Q}(\tau \le T) = \frac{1-e^{-TS(0,T)}}{1-\delta(T)}$$

Modele strukturalne

- Modelowanie mechanizmu powstawania zdarzenia kredytowego !
- Firma ma pojedyncze zobowiązanie w chwili T o nominale N.
- Zdolność firmy do wykupu długu/spłaty zobowiązania jest określona tylko przez wartość w chwili aktywów firmy V_T.
- Default może zajść tylko w chwili T gdy $V_T < N$ tzn

$$\tau = T\mathbb{1}_{\{V_T<N\}} + \infty\mathbb{1}_{\{V_T\geq N\}}.$$

- Proces wartości aktywów firmy spełnia SDE

$$dV_t = V_t((r-\kappa)dt + \sigma_V dW_t), \quad V_0 = v.$$

gdzie r, κ, σ_V stałe, W- proces Wienera przy mierze $\mathbb{Q}$, filtracja $\mathbb{F} := \mathbb{F}^V$.

- W chwili T posiadacz obligacji otrzyma wypłatę

$$N1_{\{V_T\geq N\}} + V_T 1_{\{V_T<N\}}$$

Modele strukturalne

- Modelowanie mechanizmu powstawania zdarzenia kredytowego !
- Firma ma pojedyncze zobowiązanie w chwili T o nominale N.
- Zdolność firmy do wykupu długu/spłaty zobowiązania jest określona tylko przez wartość w chwili aktywów firmy V_T.
- Default może zajść tylko w chwili T gdy $V_T < N$ tzn

$$\tau = T\mathbb{1}_{\{V_T<N\}} + \infty\mathbb{1}_{\{V_T\geq N\}}.$$

- Proces wartości aktywów firmy spełnia SDE

$$dV_t = V_t((r-\kappa)dt + \sigma_V dW_t), \quad V_0 = v.$$

gdzie r, κ, σ_V stałe, W- proces Wienera przy mierze $\mathbb{Q}$, filtracja $\mathbb{F} := \mathbb{F}^V$.

- W chwili T posiadacz obligacji otrzyma wypłatę

$$N1_{\{V_T\geq N\}} + V_T 1_{\{V_T<N\}}$$

Modele strukturalne

- Modelowanie mechanizmu powstawania zdarzenia kredytowego !
- Firma ma pojedyncze zobowiązanie w chwili T o nominale N.
- Zdolność firmy do wykupu długu/spłaty zobowiązania jest określona tylko przez wartość w chwili aktywów firmy V_T.
- Default może zajść tylko w chwili T gdy $V_T < N$ tzn

$$\tau = T\mathbb{1}_{\{V_T<N\}} + \infty\mathbb{1}_{\{V_T\geq N\}}.$$

- Proces wartości aktywów firmy spełnia SDE

$$dV_t = V_t((r-\kappa)dt + \sigma_V dW_t), \quad V_0 = v.$$

gdzie r, κ, σ_V stałe, W- proces Wienera przy mierze $\mathbb{Q}$, filtracja $\mathbb{F} := \mathbb{F}^V$.

- W chwili T posiadacz obligacji otrzyma wypłatę

$$N1_{\{V_T\geq N\}} + V_T1_{\{V_T<N\}}$$

Modele strukturalne

- Modelowanie mechanizmu powstawania zdarzenia kredytowego !
- Firma ma pojedyncze zobowiązanie w chwili T o nominale N.
- Zdolność firmy do wykupu długu/spłaty zobowiązania jest określona tylko przez wartość w chwili aktywów firmy V_T.
- Default może zajść tylko w chwili T gdy $V_T < N$ tzn

$$\tau = T\mathbb{1}_{\{V_T<N\}} + \infty\mathbb{1}_{\{V_T\geq N\}}.$$

- Proces wartości aktywów firmy spełnia SDE

$$dV_t = V_t((r-\kappa)dt + \sigma_V dW_t), \quad V_0 = v.$$

  gdzie r, κ, σ_V stałe, W- proces Wienera przy mierze $\mathbb{Q}$, filtracja $\mathbb{F} := \mathbb{F}^V$.
- W chwili T posiadacz obligacji otrzyma wypłatę

$$N1_{\{V_T\geq N\}} + V_T 1_{\{V_T<N\}}$$

Modele strukturalne

- Modelowanie mechanizmu powstawania zdarzenia kredytowego !
- Firma ma pojedyncze zobowiązanie w chwili T o nominale N.
- Zdolność firmy do wykupu długu/spłaty zobowiązania jest określona tylko przez wartość w chwili aktywów firmy V_T.
- Default może zajść tylko w chwili T gdy $V_T < N$ tzn

$$\tau = T\mathbb{1}_{\{V_T<N\}} + \infty\mathbb{1}_{\{V_T\geq N\}}.$$

- Proces wartości aktywów firmy spełnia SDE

$$dV_t = V_t((r-\kappa)dt + \sigma_V dW_t), \quad V_0 = v.$$

gdzie r, κ, σ_V stałe, W- proces Wienera przy mierze $\mathbb{Q}$, filtracja $\mathbb{F} := \mathbb{F}^V$.

- W chwili T posiadacz obligacji otrzyma wypłatę

$$N1_{\{V_T\geq N\}} + V_T 1_{\{V_T<N\}}$$

Modele strukturalne

- Modelowanie mechanizmu powstawania zdarzenia kredytowego !
- Firma ma pojedyncze zobowiązanie w chwili T o nominale N.
- Zdolność firmy do wykupu długu/spłaty zobowiązania jest określona tylko przez wartość w chwili aktywów firmy V_T.
- Default może zajść tylko w chwili T gdy $V_T < N$ tzn

$$\tau = T\mathbb{1}_{\{V_T<N\}} + \infty\mathbb{1}_{\{V_T\geq N\}}.$$

- Proces wartości aktywów firmy spełnia SDE

$$dV_t = V_t((r-\kappa)dt + \sigma_V dW_t), \quad V_0 = v.$$

gdzie r, κ, σ_V stałe, W- proces Wienera przy mierze $\mathbb{Q}$, filtracja $\mathbb{F} := \mathbb{F}^V$.

- W chwili T posiadacz obligacji otrzyma wypłatę

$$N\mathbb{1}_{\{V_T\geq N\}} + V_T\mathbb{1}_{\{V_T<N\}}$$

Modele strukturalne

- Modelowanie mechanizmu powstawania zdarzenia kredytowego !
- Firma ma pojedyncze zobowiązanie w chwili T o nominale N.
- Zdolność firmy do wykupu długu/spłaty zobowiązania jest określona tylko przez wartość w chwili aktywów firmy V_T.
- Default może zajść tylko w chwili T gdy $V_T < N$ tzn

$$\tau = T\mathbb{1}_{\{V_T<N\}} + \infty\mathbb{1}_{\{V_T\geq N\}}.$$

- Proces wartości aktywów firmy spełnia SDE

$$dV_t = V_t((r-\kappa)dt + \sigma_V dW_t), \quad V_0 = v.$$

  gdzie r, κ, σ_V stałe, W- proces Wienera przy mierze $\mathbb{Q}$, filtracja $\mathbb{F} := \mathbb{F}^V$.
- W chwili T posiadacz obligacji otrzyma wypłatę

$$N1_{\{V_T\geq N\}} + V_T 1_{\{V_T<N\}}$$

Modele Mertona

- Zauważmy że wypłatę w chwili T można zapisać

$$D(T,T) = N1_{\{V_T \geq N\}} + V_T 1_{\{V_T < N\}} = \min\{V_T, N\} = N - (N - V_T)^+$$
$$= N - N\Big(1 - \frac{V_T}{N}\Big)^+$$

Twierdzenie

Dla $t \in [0,T)$ cena $D(t,T)$ obligacji narażonej na ryzyko kredytowe jest dana wzorem

$$D(t,T) = V_t e^{-\kappa(T-t)}\Phi(-d_1(V_t, T-t)) + Ne^{-r(T-t)}\Phi(d_2(V_t, T-t)),$$

gdzie

$$d_{1,2}(V_t, T-t) = \frac{\ln(V_t/N) + (r - \kappa \pm \frac{1}{2}\sigma_V^2)(T-t)}{\sigma_V\sqrt{T-t}}$$

Modele Mertona

- Zauważmy że wypłatę w chwili T można zapisać

$$D(T,T) = N1_{\{V_T \geq N\}} + V_T 1_{\{V_T < N\}} = \min\{V_T, N\} = N - (N - V_T)^+$$
$$= N - N\left(1 - \frac{V_T}{N}\right)^+$$

Twierdzenie

Dla $t \in [0,T)$ cena $D(t,T)$ obligacji narażonej na ryzyko kredytowe jest dana wzorem

$$D(t,T) = V_t e^{-\kappa(T-t)}\Phi(-d_1(V_t, T-t)) + Ne^{-r(T-t)}\Phi(d_2(V_t, T-t)),$$

gdzie

$$d_{1,2}(V_t, T-t) = \frac{\ln(V_t/N) + (r - \kappa \pm \frac{1}{2}\sigma_V^2)(T-t)}{\sigma_V\sqrt{T-t}}$$

“Odległość od defaultu” - Distance to default

- Jeżeli postulowania dynamika V przy prawdopodobieństwie rzeczywistym jest

$$dV_t = V_t(\mu dt + \sigma_V dW_t)$$

- to stad

$$\mathbb{P}(\tau > T|\mathcal{F}_t) = \mathbb{P}(V_T > N|\mathcal{F}_t) = N\left(\frac{\ln(V_t/N) + (\mu - \frac{1}{2}\sigma_V^2)(T-t)}{\sigma_V\sqrt{T-t}}\right)$$

- “Odległość od defaultu” nazywamy

$$DD_t := \frac{\ln(V_t/N) + (\mu - \frac{1}{2}\sigma_V^2)(T-t)}{\sigma_V\sqrt{T-t}} = \frac{\mathbb{E}_{\mathbb{P}}(\ln V_T|\mathcal{F}_t) - \ln N}{\sigma_V\sqrt{T-t}}$$

"Odległość od defaultu" - Distance to default

- Jeżeli postulowania dynamika V przy prawdopodobieństwie rzeczywistym jest
$$dV_t = V_t(\mu dt + \sigma_V dW_t)$$

- to stad
$$\mathbb{P}(\tau > T|\mathcal{F}_t) = \mathbb{P}(V_T > N|\mathcal{F}_t) = N\left(\frac{\ln(V_t/N) + (\mu - \frac{1}{2}\sigma_V^2)(T-t)}{\sigma_V\sqrt{T-t}}\right)$$

- "Odległość od defaultu" nazywamy
$$DD_t := \frac{\ln(V_t/N) + (\mu - \frac{1}{2}\sigma_V^2)(T-t)}{\sigma_V\sqrt{T-t}} = \frac{\mathbb{E}_{\mathbb{P}}(\ln V_T|\mathcal{F}_t) - \ln N}{\sigma_V\sqrt{T-t}}$$

"Odległość od defaultu" - Distance to default

- Jeżeli postulowania dynamika V przy prawdopodobieństwie rzeczywistym jest

$$dV_t = V_t(\mu dt + \sigma_V dW_t)$$

- to stad

$$\mathbb{P}(\tau > T|\mathcal{F}_t) = \mathbb{P}(V_T > N|\mathcal{F}_t) = N\left(\frac{\ln(V_t/N) + (\mu - \frac{1}{2}\sigma_V^2)(T-t)}{\sigma_V\sqrt{T-t}}\right)$$

- "Odległość od defaultu" nazywamy

$$DD_t := \frac{\ln(V_t/N) + (\mu - \frac{1}{2}\sigma_V^2)(T-t)}{\sigma_V\sqrt{T-t}} = \frac{\mathbb{E}_{\mathbb{P}}(\ln V_T|\mathcal{F}_t) - \ln N}{\sigma_V\sqrt{T-t}}$$

"Odległość od defaultu" - Distance to default

- Jeżeli postulowania dynamika V przy prawdopodobieństwie rzeczywistym jest

$$dV_t = V_t(\mu dt + \sigma_V dW_t)$$

- to stad

$$\mathbb{P}(\tau > T|\mathcal{F}_t) = \mathbb{P}(V_T > N|\mathcal{F}_t) = N\left(\frac{\ln(V_t/N) + (\mu - \frac{1}{2}\sigma_V^2)(T-t)}{\sigma_V\sqrt{T-t}}\right)$$

- "Odległość od defaultu" nazywamy

$$DD_t := \frac{\ln(V_t/N) + (\mu - \frac{1}{2}\sigma_V^2)(T-t)}{\sigma_V\sqrt{T-t}} = \frac{\mathbb{E}_{\mathbb{P}}(\ln V_T|\mathcal{F}_t) - \ln N}{\sigma_V\sqrt{T-t}}$$

Model Mertona

- W modelu Mertona mamy $S(t,T) > 0$, ale

$$\lim_{t \uparrow T} S(t,T) = \begin{cases} 0 & gdy \;\; V_T > L \\ +\infty & gdy \;\; V_T < L. \end{cases}$$

Uogólnienia modelu Mertona:

- Losowe stopy procentowe.
- Dyfuzje ze skokami.

$$dV_t = V_t(\mu dt + \sigma_V dW_t + dJ_t)$$

- Obligacje z kuponami.
- Obligacje z pierwszeństwem spłaty (senior/junior bonds).

Model Mertona

- W modelu Mertona mamy $S(t,T) > 0$, ale

$$\lim_{t \uparrow T} S(t,T) = \begin{cases} 0 & gdy\ V_T > L \\ +\infty & gdy\ V_T < L. \end{cases}$$

Uogólnienia modelu Mertona:

- Losowe stopy procentowe.
- Dyfuzje ze skokami.

$$dV_t = V_t(\mu dt + \sigma_V dW_t + dJ_t)$$

- Obligacje z kuponami.
- Obligacje z pierwszeństwem spłaty (senior/junior bonds).

Model Mertona

- W modelu Mertona mamy $S(t,T) > 0$, ale

$$\lim_{t \uparrow T} S(t,T) = \begin{cases} 0 & gdy \;\; V_T > L \\ +\infty & gdy \;\; V_T < L. \end{cases}$$

Uogólnienia modelu Mertona:

- Losowe stopy procentowe.
- Dyfuzje ze skokami.

$$dV_t = V_t(\mu dt + \sigma_V dW_t + dJ_t)$$

- Obligacje z kuponami.
- Obligacje z pierwszeństwem spłaty (senior/junior bonds).

Model Mertona

- W modelu Mertona mamy $S(t,T) > 0$, ale

$$\lim_{t \uparrow T} S(t,T) = \begin{cases} 0 & gdy \;\; V_T > L \\ +\infty & gdy \;\; V_T < L. \end{cases}$$

Uogólnienia modelu Mertona:

- Losowe stopy procentowe.
- Dyfuzje ze skokami.

$$dV_t = V_t(\mu dt + \sigma_V dW_t + dJ_t)$$

- Obligacje z kuponami.
- Obligacje z pierwszeństwem spłaty (senior/junior bonds).

Model Mertona

- W modelu Mertona mamy $S(t,T) > 0$, ale

$$\lim_{t\uparrow T} S(t,T) = \begin{cases} 0 & gdy \;\; V_T > L \\ +\infty & gdy \;\; V_T < L. \end{cases}$$

Uogólnienia modelu Mertona:

- Losowe stopy procentowe.
- Dyfuzje ze skokami.

$$dV_t = V_t(\mu dt + \sigma_V dW_t + dJ_t)$$

- Obligacje z kuponami.
- Obligacje z pierwszeństwem spłaty (senior/junior bonds).

Model Mertona

- W modelu Mertona mamy $S(t,T) > 0$, ale

$$\lim_{t \uparrow T} S(t,T) = \begin{cases} 0 & gdy \;\; V_T > L \\ +\infty & gdy \;\; V_T < L. \end{cases}$$

Uogólnienia modelu Mertona:

- Losowe stopy procentowe.
- Dyfuzje ze skokami.

$$dV_t = V_t(\mu dt + \sigma_V dW_t + dJ_t)$$

- Obligacje z kuponami.
- Obligacje z pierwszeństwem spłaty (senior/junior bonds).

Model Blacka-Cox'a

- Proces wartości firmy spełnia SDE
$$dV_t = V_t\left((r-\kappa)dt + \sigma_V dW_t\right).$$
- Default pojawia się w T gdy $V_T < N$ lub w momencie losowym τ
$$\tau := \inf\left\{t \in [\![0,T]\!] : V_t \le v(t)\right\}.$$
gdzie $v(t) := Ke^{-\gamma(T-t)}$.
- Jeżeli $\tau \ge T$ to posiadacze obligacji otrzymują
$$N\mathbb{1}_{\{V_T > N\}} + \beta_1 V_T \mathbb{1}_{\{V_T \le N\}}, \quad \beta_1 \in [0,1)$$
- Jeżeli $\tau < T$ to posiadacze obligacji otrzymują
$$\beta_2 V_\tau = \beta_2 v(\tau), \quad \beta_2 \in [0,1)$$

Model Blacka-Cox'a

- Proces wartości firmy spełnia SDE

$$dV_t = V_t \left((r-\kappa)dt + \sigma_V dW_t \right).$$

- Default pojawia się w T gdy $V_T < N$ lub w momencie losowym τ

$$\tau := \inf \{ t \in [\![0, T]\!] : V_t \leq v(t) \}.$$

gdzie $v(t) := Ke^{-\gamma(T-t)}$.

- Jeżeli $\tau \geq T$ to posiadacze obligacji otrzymują

$$N \mathbb{1}_{\{V_T > N\}} + \beta_1 V_T \mathbb{1}_{\{V_T \leq N\}}, \quad \beta_1 \in [0,1)$$

- Jeżeli $\tau < T$ to posiadacze obligacji otrzymują

$$\beta_2 V_\tau = \beta_2 v(\tau), \quad \beta_2 \in [0,1)$$

Model Blacka-Cox'a

- Proces wartości firmy spełnia SDE

$$dV_t = V_t\left((r-\kappa)dt + \sigma_V dW_t\right).$$

- Default pojawia się w T gdy $V_T < N$ lub w momencie losowym τ

$$\tau := \inf\{t \in [\![0, T]\!] : V_t \le v(t)\}.$$

gdzie $v(t) := Ke^{-\gamma(T-t)}$.

- Jeżeli $\tau \ge T$ to posiadacze obligacji otrzymują

$$N\mathbb{1}_{\{V_T > N\}} + \beta_1 V_T \mathbb{1}_{\{V_T \le N\}}, \quad \beta_1 \in [0,1)$$

- Jeżeli $\tau < T$ to posiadacze obligacji otrzymują

$$\beta_2 V_\tau = \beta_2 v(\tau), \quad \beta_2 \in [0,1)$$

Model Blacka-Cox'a

- Proces wartości firmy spełnia SDE

$$dV_t = V_t \left((r - \kappa)dt + \sigma_V dW_t \right).$$

- Default pojawia się w T gdy $V_T < N$ lub w momencie losowym τ

$$\tau := \inf \{ t \in [\![0, T]\!] : V_t \leq v(t) \}.$$

gdzie $v(t) := Ke^{-\gamma(T-t)}$.

- Jeżeli $\tau \geq T$ to posiadacze obligacji otrzymują

$$N \mathbb{1}_{\{V_T > N\}} + \beta_1 V_T \mathbb{1}_{\{V_T \leq N\}}, \quad \beta_1 \in [0, 1)$$

- Jeżeli $\tau < T$ to posiadacze obligacji otrzymują

$$\beta_2 V_\tau = \beta_2 v(\tau), \quad \beta_2 \in [0, 1)$$

Model Blacka-Cox'a

- Proces wartości firmy spełnia SDE

$$dV_t = V_t\left((r-\kappa)dt + \sigma_V dW_t\right).$$

- Default pojawia się w T gdy $V_T < N$ lub w momencie losowym τ

$$\tau := \inf\{t \in [\![0, T]\!] : V_t \le v(t)\}.$$

  gdzie $v(t) := Ke^{-\gamma(T-t)}$.
- Jeżeli $\tau \ge T$ to posiadacze obligacji otrzymują

$$N\mathbb{1}_{\{V_T > N\}} + \beta_1 V_T \mathbb{1}_{\{V_T \le N\}}, \quad \beta_1 \in [0, 1)$$

- Jeżeli $\tau < T$ to posiadacze obligacji otrzymują

$$\beta_2 V_\tau = \beta_2 v(\tau), \quad \beta_2 \in [0, 1)$$

Model Blacka-Cox'a

- Proces wartości firmy spełnia SDE

$$dV_t = V_t \left((r - \kappa)dt + \sigma_V dW_t \right).$$

- Default pojawia się w T gdy $V_T < N$ lub w momencie losowym τ

$$\tau := \inf \{t \in [\![0, T]\!] : V_t \leq v(t)\}.$$

  gdzie $v(t) := Ke^{-\gamma(T-t)}$.
- Jeżeli $\tau \geq T$ to posiadacze obligacji otrzymują

$$N\mathbb{1}_{\{V_T > N\}} + \beta_1 V_T \mathbb{1}_{\{V_T \leq N\}}, \quad \beta_1 \in [0, 1)$$

- Jeżeli $\tau < T$ to posiadacze obligacji otrzymują

$$\beta_2 V_\tau = \beta_2 v(\tau), \quad \beta_2 \in [0, 1)$$

Model Blacka-Cox'a

- Wycena sprowadzamy więc do liczenia

$$D(0,T) = \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left(Ne^{-r(T-t)}\mathbb{1}_{\{\tau\geq T, V_T\geq N\}} + V_T\beta_1 e^{-r(T-t)}\mathbb{1}_{\{\tau\geq T, V_T<N\}}\right) + \beta_2 K\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left(e^{-\gamma(T-\tau)}e^{-r(\tau-t)}\mathbb{1}_{\{\tau<T\}}\right)$$

- Do wyceny potrzebujemy znać

$$\mathbb{Q}(\tau\leq u), \quad \mathbb{Q}(\tau\geq T, V_T\geq x)$$

- Można pokazać

$$\mathbb{Q}(V_T\geq x, \tau\geq T) = \Phi\left(\frac{\ln(V_0/x)+\nu T}{\sigma_V\sqrt{T}}\right) - \left(\frac{v(0)}{V_0}\right)^{2\tilde{a}}\Phi\left(\frac{-\ln v^2(0)-\ln(xV_0)+\nu T}{\sigma_V\sqrt{T}}\right),$$

gdzie $\nu = r-\kappa-\frac{1}{2}\sigma_V^2$, $\tilde{a} = \frac{r-\kappa-\gamma-\frac{1}{2}\sigma_V^2}{\sigma_V^2}$.

Model Blacka-Cox'a

- Wycena sprowadzamy więc do liczenia

$$D(0,T) = \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left(N e^{-r(T-t)} \mathbb{1}_{\{\tau \geq T, V_T \geq N\}} + V_T \beta_1 e^{-r(T-t)} \mathbb{1}_{\{\tau \geq T, V_T < N\}} \right)$$
$$+ \beta_2 K \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left(e^{-\gamma(T-\tau)} e^{-r(\tau-t)} \mathbb{1}_{\{\tau < T\}} \right)$$

- Do wyceny potrzebujemy znać

$$\mathbb{Q}(\tau \leq u), \quad \mathbb{Q}(\tau \geq T, V_T \geq x)$$

- Można pokazać

$$\mathbb{Q}(V_T \geq x, \tau \geq T) = \Phi\left(\frac{\ln(V_0/x) + \nu T}{\sigma_V \sqrt{T}} \right) - \left(\frac{v(0)}{V_0} \right)^{2\tilde{a}} \Phi\left(\frac{-\ln v^2(0) - \ln(x V_0) + \nu T}{\sigma_V \sqrt{T}} \right),$$

gdzie $\nu = r - \kappa - \frac{1}{2}\sigma_V^2$, $\tilde{a} = \frac{r - \kappa - \gamma - \frac{1}{2}\sigma_V^2}{\sigma_V^2}$.

Model Blacka-Cox'a

- Wycena sprowadzamy więc do liczenia

$$D(0,T) = \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left(Ne^{-r(T-t)}\mathbb{1}_{\{\tau\geq T, V_T\geq N\}} + V_T\beta_1 e^{-r(T-t)}\mathbb{1}_{\{\tau\geq T, V_T< N\}}\right)$$
$$+\beta_2 K\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left(e^{-\gamma(T-\tau)}e^{-r(\tau-t)}\mathbb{1}_{\{\tau<T\}}\right)$$

- Do wyceny potrzebujemy znać

$$\mathbb{Q}(\tau\leq u),\quad \mathbb{Q}(\tau\geq T, V_T\geq x)$$

- Można pokazać

$$\mathbb{Q}(V_T\geq x, \tau\geq T) = \Phi\left(\frac{\ln(V_0/x)+\nu T}{\sigma_V\sqrt{T}}\right)$$
$$-\left(\frac{v(0)}{V_0}\right)^{2\tilde{a}}\Phi\left(\frac{-\ln v^2(0)-\ln(xV_0)+\nu T}{\sigma_V\sqrt{T}}\right),$$

gdzie $\nu = r-\kappa-\frac{1}{2}\sigma_V^2$, $\tilde{a} = \frac{r-\kappa-\gamma-\frac{1}{2}\sigma_V^2}{\sigma_V^2}$.

Model Blacka-Cox'a

- Wycena sprowadzamy więc do liczenia

$$D(0,T) = \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left(Ne^{-r(T-t)}\mathbb{1}_{\{\tau \geq T, V_T \geq N\}} + V_T\beta_1 e^{-r(T-t)}\mathbb{1}_{\{\tau \geq T, V_T < N\}}\right)$$
$$+ \beta_2 K \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left(e^{-\gamma(T-\tau)}e^{-r(\tau-t)}\mathbb{1}_{\{\tau < T\}}\right)$$

- Do wyceny potrzebujemy znać

$$\mathbb{Q}(\tau \leq u), \quad \mathbb{Q}(\tau \geq T, V_T \geq x)$$

- Można pokazać

$$\mathbb{Q}(V_T \geq x, \tau \geq T) = \Phi\left(\frac{\ln(V_0/x) + \nu T}{\sigma_V\sqrt{T}}\right) - \left(\frac{v(0)}{V_0}\right)^{2\tilde{a}}\Phi\left(\frac{-\ln v^2(0) - \ln(xV_0) + \nu T}{\sigma_V\sqrt{T}}\right),$$

gdzie $\nu = r - \kappa - \frac{1}{2}\sigma_V^2$, $\tilde{a} = \frac{r-\kappa-\gamma-\frac{1}{2}\sigma_V^2}{\sigma_V^2}$.

Model Blacka-Cox'a

- Wycena sprowadzamy więc do liczenia

$$D(0,T) = \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left(Ne^{-r(T-t)}\mathbb{1}_{\{\tau\geq T, V_T\geq N\}} + V_T\beta_1 e^{-r(T-t)}\mathbb{1}_{\{\tau\geq T, V_T<N\}}\right)$$
$$+\beta_2 K\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left(e^{-\gamma(T-\tau)}e^{-r(\tau-t)}\mathbb{1}_{\{\tau<T\}}\right)$$

- Do wyceny potrzebujemy znać

$$\mathbb{Q}(\tau\leq u),\quad \mathbb{Q}(\tau\geq T, V_T\geq x)$$

- Można pokazać

$$\mathbb{Q}(V_T\geq x, \tau\geq T) = \Phi\left(\frac{\ln(V_0/x)+\nu T}{\sigma_V\sqrt{T}}\right)$$
$$-\left(\frac{v(0)}{V_0}\right)^{2\tilde{a}}\Phi\left(\frac{-\ln v^2(0)-\ln(xV_0)+\nu T}{\sigma_V\sqrt{T}}\right),$$

gdzie $\nu = r-\kappa-\frac{1}{2}\sigma_V^2$, $\tilde{a} = \frac{r-\kappa-\gamma-\frac{1}{2}\sigma_V^2}{\sigma_V^2}$.

Model Blacka-Cox'a

- Wycena sprowadzamy więc do liczenia

$$
\begin{aligned}
D(0,T) = &\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left(Ne^{-r(T-t)}\mathbb{1}_{\{\tau\geq T, V_T\geq N\}} + V_T\beta_1 e^{-r(T-t)}\mathbb{1}_{\{\tau\geq T, V_T<N\}}\right)\\
&+ \beta_2 K\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left(e^{-\gamma(T-\tau)}e^{-r(\tau-t)}\mathbb{1}_{\{\tau<T\}}\right)
\end{aligned}
$$

- Do wyceny potrzebujemy znać

$$
\mathbb{Q}(\tau \leq u), \quad \mathbb{Q}(\tau \geq T, V_T \geq x)
$$

- Można pokazać

$$
\begin{aligned}
\mathbb{Q}(V_T \geq x, \tau \geq T) = &\Phi\left(\frac{\ln(V_0/x) + \nu T}{\sigma_V\sqrt{T}}\right)\\
&- \left(\frac{v(0)}{V_0}\right)^{2\tilde{a}}\Phi\left(\frac{-\ln v^2(0) - \ln(xV_0) + \nu T}{\sigma_V\sqrt{T}}\right),
\end{aligned}
$$

gdzie $\nu = r - \kappa - \frac{1}{2}\sigma_V^2$, $\tilde{a} = \frac{r-\kappa-\gamma-\frac{1}{2}\sigma_V^2}{\sigma_V^2}$.

Wzór Blacka-Cox'a

Twierdzenie

Na zbiorze $\{\tau > t\}$ t.j. przed momentem default'u cena obligacji jest dana wzorem

$$
\begin{aligned}
D(t,T) &= NB(t,T)\left(\Phi(h_1(V_t, T-t)) - \left(\frac{v(t)}{V_t}\right)^{2\tilde{a}}\Phi(h_2(V_t, T-t))\right) \\
&+ \beta_1 V_t e^{-\kappa(T-t)}\left(\Phi(h_3(V_t, T-t)) - \Phi(h_4(V_t, T-t))\right) \\
&+ \beta_1 V_t e^{-\kappa(T-t)}\left(\frac{v(t)}{V_t}\right)^{2\tilde{a}+2}\left(\Phi(h_5(V_t, T-t)) - \Phi(h_6(V_t, T-t))\right) \\
&+ \beta_2 V_t\left(\left(\frac{v(t)}{V_t}\right)^{\tilde{a}+1+\zeta}\Phi(h_7(V_t, T-t)) + \left(\frac{v(t)}{V_t}\right)^{\tilde{a}+1-\zeta}\Phi(h_8(V_t, T-t))\right)
\end{aligned}
$$

gdzie

$$
\nu = r - \kappa - \frac{1}{2}\sigma_V^2, \quad \tilde{\nu} = \nu - \gamma, \quad \tilde{a} = \frac{\tilde{\nu}}{\sigma_V^2}, \quad \zeta = \sigma^{-2}\sqrt{\tilde{\nu}^2 + 2\sigma^2(r-\gamma)}.
$$

Wzór Blacka-Cox'a

Twierdzenie

Na zbiorze $\{\tau > t\}$ t.j. przed momentem default'u cena obligacji jest dana wzorem

$$D(t,T) = NB(t,T)\left(\Phi(h_1(V_t, T-t)) - \left(\frac{v(t)}{V_t}\right)^{2\widetilde{a}}\Phi(h_2(V_t, T-t))\right)$$

$$+ \beta_1 V_t e^{-\kappa(T-t)}\left(\Phi(h_3(V_t, T-t)) - \Phi(h_4(V_t, T-t))\right)$$

$$+ \beta_1 V_t e^{-\kappa(T-t)}\left(\frac{v(t)}{V_t}\right)^{2\widetilde{a}+2}\left(\Phi(h_5(V_t, T-t)) - \Phi(h_6(V_t, T-t))\right)$$

$$+ \beta_2 V_t\left(\left(\frac{v(t)}{V_t}\right)^{\tilde{a}+1+\zeta}\Phi(h_7(V_t, T-t)) + \left(\frac{v(t)}{V_t}\right)^{\tilde{a}+1-\zeta}\Phi(h_8(V_t, T-t))\right)$$

gdzie

$$\nu = r - \kappa - \frac{1}{2}\sigma_V^2, \quad \widetilde{\nu} = \nu - \gamma, \quad \widetilde{a} = \frac{\widetilde{\nu}}{\sigma_V^2}, \quad \zeta = \sigma^{-2}\sqrt{\tilde{\nu}^2 + 2\sigma^2(r-\gamma)}.$$

Wzór Blacka-Cox'a

Twierdzenie

Na zbiorze $\{\tau > t\}$ t.j. przed momentem default'u cena obligacji jest dana wzorem

$$
\begin{aligned}
D(t,T) = {} & NB(t,T)\left(\Phi(h_1(V_t,T-t)) - \left(\frac{v(t)}{V_t}\right)^{2\tilde{a}}\Phi(h_2(V_t,T-t))\right) \\
& + \beta_1 V_t e^{-\kappa(T-t)}\left(\Phi(h_3(V_t,T-t)) - \Phi(h_4(V_t,T-t))\right) \\
& + \beta_1 V_t e^{-\kappa(T-t)}\left(\frac{v(t)}{V_t}\right)^{2\tilde{a}+2}\left(\Phi(h_5(V_t,T-t)) - \Phi(h_6(V_t,T-t))\right) \\
& + \beta_2 V_t\left(\left(\frac{v(t)}{V_t}\right)^{\tilde{a}+1+\zeta}\Phi(h_7(V_t,T-t)) + \left(\frac{v(t)}{V_t}\right)^{\tilde{a}+1-\zeta}\Phi(h_8(V_t,T-t))\right)
\end{aligned}
$$

gdzie

$$
\nu = r - \kappa - \frac{1}{2}\sigma_V^2, \quad \tilde{\nu} = \nu - \gamma, \quad \tilde{a} = \frac{\tilde{\nu}}{\sigma_V^2}, \quad \zeta = \sigma^{-2}\sqrt{\tilde{\nu}^2 + 2\sigma^2(r-\gamma)}.
$$

Wzór Blacka-Cox'a

Twierdzenie

Na zbiorze $\{\tau > t\}$ t.j. przed momentem default'u cena obligacji jest dana wzorem

$$D(t,T) = NB(t,T)\left(\Phi(h_1(V_t, T-t)) - \left(\frac{v(t)}{V_t}\right)^{2\tilde{a}}\Phi(h_2(V_t, T-t))\right)$$
$$+ \beta_1 V_t e^{-\kappa(T-t)}\left(\Phi(h_3(V_t, T-t)) - \Phi(h_4(V_t, T-t))\right)$$
$$+ \beta_1 V_t e^{-\kappa(T-t)}\left(\frac{v(t)}{V_t}\right)^{2\tilde{a}+2}\left(\Phi(h_5(V_t, T-t)) - \Phi(h_6(V_t, T-t))\right)$$
$$+ \beta_2 V_t\left(\left(\frac{v(t)}{V_t}\right)^{\tilde{a}+1+\zeta}\Phi(h_7(V_t, T-t)) + \left(\frac{v(t)}{V_t}\right)^{\tilde{a}+1-\zeta}\Phi(h_8(V_t, T-t))\right)$$

gdzie

$$\nu = r - \kappa - \frac{1}{2}\sigma_V^2, \quad \tilde{\nu} = \nu - \gamma, \quad \tilde{a} = \frac{\tilde{\nu}}{\sigma_V^2}, \quad \zeta = \sigma^{-2}\sqrt{\tilde{\nu}^2 + 2\sigma^2(r-\gamma)}.$$

Wzór Blacka-Cox'a

Twierdzenie

Na zbiorze $\{\tau > t\}$ t.j. przed momentem default'u cena obligacji jest dana wzorem

$$
\begin{aligned}
D(t,T) &= NB(t,T)\left(\Phi(h_1(V_t, T-t)) - \left(\frac{v(t)}{V_t}\right)^{2\widetilde{a}}\Phi(h_2(V_t, T-t))\right) \\
&+ \beta_1 V_t e^{-\kappa(T-t)}\left(\Phi(h_3(V_t, T-t)) - \Phi(h_4(V_t, T-t))\right) \\
&+ \beta_1 V_t e^{-\kappa(T-t)}\left(\frac{v(t)}{V_t}\right)^{2\widetilde{a}+2}\left(\Phi(h_5(V_t, T-t)) - \Phi(h_6(V_t, T-t))\right) \\
&+ \beta_2 V_t\left(\left(\frac{v(t)}{V_t}\right)^{\tilde{a}+1+\zeta}\Phi(h_7(V_t, T-t)) + \left(\frac{v(t)}{V_t}\right)^{\tilde{a}+1-\zeta}\Phi(h_8(V_t, T-t))\right)
\end{aligned}
$$

gdzie

$$
\nu = r - \kappa - \frac{1}{2}\sigma_V^2, \quad \widetilde{\nu} = \nu - \gamma, \quad \widetilde{a} = \frac{\widetilde{\nu}}{\sigma_V^2}, \quad \zeta = \sigma^{-2}\sqrt{\tilde{\nu}^2 + 2\sigma^2(r-\gamma)}.
$$

Wzór Blacka-Cox'a

Twierdzenie

Na zbiorze $\{\tau > t\}$ t.j. przed momentem default'u cena obligacji jest dana wzorem

$$D(t,T) = NB(t,T)\left(\Phi(h_1(V_t, T-t)) - \left(\frac{v(t)}{V_t}\right)^{2\tilde{a}}\Phi(h_2(V_t, T-t))\right)$$

$$+ \beta_1 V_t e^{-\kappa(T-t)}\left(\Phi(h_3(V_t, T-t)) - \Phi(h_4(V_t, T-t))\right)$$

$$+ \beta_1 V_t e^{-\kappa(T-t)}\left(\frac{v(t)}{V_t}\right)^{2\tilde{a}+2}\left(\Phi(h_5(V_t, T-t)) - \Phi(h_6(V_t, T-t))\right)$$

$$+ \beta_2 V_t\left(\left(\frac{v(t)}{V_t}\right)^{\tilde{a}+1+\zeta}\Phi(h_7(V_t, T-t)) + \left(\frac{v(t)}{V_t}\right)^{\tilde{a}+1-\zeta}\Phi(h_8(V_t, T-t))\right)$$

gdzie

$$\nu = r - \kappa - \frac{1}{2}\sigma_V^2, \quad \tilde{\nu} = \nu - \gamma, \quad \tilde{a} = \frac{\tilde{\nu}}{\sigma_V^2}, \quad \zeta = \sigma^{-2}\sqrt{\tilde{\nu}^2 + 2\sigma^2(r-\gamma)}.$$

Wzór Blacka-Cox'a

Twierdzenie

Na zbiorze $\{\tau > t\}$ t.j. przed momentem default'u cena obligacji jest dana wzorem

$$D(t,T) = NB(t,T)\left(\Phi(h_1(V_t, T-t)) - \left(\frac{v(t)}{V_t}\right)^{2\widetilde{a}}\Phi(h_2(V_t, T-t))\right)$$

$$+ \beta_1 V_t e^{-\kappa(T-t)}\left(\Phi(h_3(V_t, T-t)) - \Phi(h_4(V_t, T-t))\right)$$

$$+ \beta_1 V_t e^{-\kappa(T-t)}\left(\frac{v(t)}{V_t}\right)^{2\widetilde{a}+2}\left(\Phi(h_5(V_t, T-t)) - \Phi(h_6(V_t, T-t))\right)$$

$$+ \beta_2 V_t\left(\left(\frac{v(t)}{V_t}\right)^{\tilde{a}+1+\zeta}\Phi(h_7(V_t, T-t)) + \left(\frac{v(t)}{V_t}\right)^{\tilde{a}+1-\zeta}\Phi(h_8(V_t, T-t))\right)$$

gdzie

$$\nu = r - \kappa - \frac{1}{2}\sigma_V^2, \quad \widetilde{\nu} = \nu - \gamma, \quad \widetilde{a} = \frac{\widetilde{\nu}}{\sigma_V^2}, \quad \zeta = \sigma^{-2}\sqrt{\tilde{\nu}^2 + 2\sigma^2(r-\gamma)}.$$

Wycena w modelu Black'a Cox'a poprzez PDE

- W modelu Blacka-Cox'a $D(t, T) = u(V_t, t)$ gdzie u spełnia następujące PDE

$$u_t(v,t) + (r-\kappa)vu_v(v,t) + \frac{1}{2}\sigma_V^2 v^2 u_{vv}(v,t) - ru(v,t) = 0$$

w obszarze

$$\left\{(v,t) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+ : 0 < t < T, v > Ke^{-\gamma(T-t)}\right\}$$

- z warunkami brzegowymi

$$u(Ke^{-\gamma(T-t)}, t) = \beta_2 Ke^{-\gamma(T-t)}, \quad u(v, T) = \min\{\beta_1 v, N\}.$$

Wycena w modelu Black'a Cox'a poprzez PDE

- W modelu Blacka-Cox'a $D(t,T) = u(V_t, t)$ gdzie u spełnia następujące PDE

$$u_t(v,t) + (r-\kappa)vu_v(v,t) + \frac{1}{2}\sigma_V^2 v^2 u_{vv}(v,t) - ru(v,t) = 0$$

w obszarze

$$\left\{(v,t) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+ : 0 < t < T, v > Ke^{-\gamma(T-t)}\right\}$$

- z warunkami brzegowymi

$$u(Ke^{-\gamma(T-t)}, t) = \beta_2 Ke^{-\gamma(T-t)}, \quad u(v,T) = \min\{\beta_1 v, N\}.$$

Wycena w modelu Black'a Cox'a poprzez PDE

- W modelu Blacka-Cox'a $D(t,T) = u(V_t, t)$ gdzie u spełnia następujące PDE

$$u_t(v,t) + (r-\kappa)vu_v(v,t) + \frac{1}{2}\sigma_V^2 v^2 u_{vv}(v,t) - ru(v,t) = 0$$

w obszarze

$$\left\{(v,t) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+ : 0 < t < T, v > Ke^{-\gamma(T-t)}\right\}$$

- z warunkami brzegowymi

$$u(Ke^{-\gamma(T-t)}, t) = \beta_2 Ke^{-\gamma(T-t)}, \quad u(v,T) = \min\{\beta_1 v, N\}.$$

Wycena w modelu Black'a Cox'a poprzez PDE

- W modelu Blacka-Cox'a $D(t, T) = u(V_t, t)$ gdzie u spełnia następujące PDE

$$u_t(v,t) + (r-\kappa) v u_v(v,t) + \frac{1}{2}\sigma_V^2 v^2 u_{vv}(v,t) - ru(v,t) = 0$$

w obszarze

$$\left\{(v,t) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+ : 0 < t < T, v > Ke^{-\gamma(T-t)}\right\}$$

- z warunkami brzegowymi

$$u(Ke^{-\gamma(T-t)}, t) = \beta_2 Ke^{-\gamma(T-t)}, \quad u(v, T) = \min\{\beta_1 v, N\}.$$

Modele procesu intensywności

- Modelujemy ewolucję prawdopodobieństw defaultu !

$$\mathbb{Q}(\tau > t|\mathcal{F}_t) = e^{-\int_0^t \lambda_u du}$$

gdzie λ jest procesem stochastycznym.

- Interpretacja

$$\lambda_t = \lim_{h \downarrow 0} \frac{\mathbb{Q}(\tau \in (t, t+h]|\mathcal{F}_t)}{h}$$

- Konstrukcja

$$\tau := \inf\left\{ t \geq 0 : e^{-\int_0^t \lambda_u du} \leq \xi \right\}$$

gdzie $\xi \sim U[0,1]$ niezależna od $\mathbb{F}$ przy $\mathbb{Q}$.

Modele procesu intensywności

- Modelujemy ewolucję prawdopodobieństw defaultu !

$$\mathbb{Q}(\tau > t|\mathcal{F}_t) = e^{-\int_0^t \lambda_u du}$$

gdzie λ jest procesem stochastycznym.

- Interpretacja

$$\lambda_t = \lim_{h \downarrow 0} \frac{\mathbb{Q}(\tau \in (t, t+h]|\mathcal{F}_t)}{h}$$

- Konstrukcja

$$\tau := \inf\left\{ t \geq 0 : e^{-\int_0^t \lambda_u du} \leq \xi \right\}$$

gdzie $\xi \sim U[0,1]$ niezależna od $\mathbb{F}$ przy $\mathbb{Q}$.

Modele procesu intensywności

- Modelujemy ewolucję prawdopodobieństw defaultu !

$$\mathbb{Q}(\tau > t|\mathcal{F}_t) = e^{-\int_0^t \lambda_u du}$$

gdzie λ jest procesem stochastycznym.

- Interpretacja

$$\lambda_t = \lim_{h\downarrow 0} \frac{\mathbb{Q}(\tau \in (t, t+h]|\mathcal{F}_t)}{h}$$

- Konstrukcja

$$\tau := \inf\left\{t \geq 0 : e^{-\int_0^t \lambda_u du} \leq \xi\right\}$$

gdzie $\xi \sim U[0,1]$ niezależna od $\mathbb{F}$ przy $\mathbb{Q}$.

Modele procesu intensywności

- Modelujemy ewolucję prawdopodobieństw defaultu !

$$\mathbb{Q}(\tau > t|\mathcal{F}_t) = e^{-\int_0^t \lambda_u du}$$

gdzie λ jest procesem stochastycznym.

- Interpretacja

$$\lambda_t = \lim_{h \downarrow 0} \frac{\mathbb{Q}(\tau \in (t, t+h]|\mathcal{F}_t)}{h}$$

- Konstrukcja

$$\tau := \inf\left\{t \geq 0 : e^{-\int_0^t \lambda_u du} \leq \xi\right\}$$

gdzie $\xi \sim U[0,1]$ niezależna od $\mathbb{F}$ przy $\mathbb{Q}$.

Wycena obligacji

Obligacje bez odzysku (bez kuponów)

- W chwili T mamy wypłate

$$D(T,T) = N\mathbb{1}_{\{\tau>T\}}$$

- W chwili $t < T$ mamy

$$D(t,T) = \mathbb{1}_{\{\tau>t\}}\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}(Ne^{-\int_t^T (r_u+\lambda_u)du}|\mathcal{F}_t)$$

- W tzw. modelach afinicznych (r,λ) mamy

$$\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}(e^{-\int_t^T (r_u+\lambda_u)du}|\mathcal{F}_t) = e^{A(t,T)+B(t,T)\lambda_t+C(t,T)r_t}$$

- Przykład modelu afinicznego (r,λ): Modele typu CIR

$$dr_t = \kappa_r(\theta_r - r_t)dt + \sigma_r\sqrt{r_t}dW_t^1,$$

$$d\lambda_t = \kappa_\lambda(\theta_\lambda - \lambda_t)dt + \sigma_\lambda\sqrt{\lambda_t}dW_t^2.$$

Wycena obligacji

Obligacje bez odzysku (bez kuponów)

- W chwili T mamy wypłate

$$D(T,T) = N\mathbb{1}_{\{\tau > T\}}$$

- W chwili $t < T$ mamy

$$D(t,T) = \mathbb{1}_{\{\tau > t\}}\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}(Ne^{-\int_t^T (r_u+\lambda_u)du}|\mathcal{F}_t)$$

- W tzw. modelach afinicznych (r, λ) mamy

$$\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}(e^{-\int_t^T (r_u+\lambda_u)du}|\mathcal{F}_t) = e^{A(t,T)+B(t,T)\lambda_t+C(t,T)r_t}$$

- Przykład modelu afinicznego (r, λ): Modele typu CIR

$$dr_t = \kappa_r(\theta_r - r_t)dt + \sigma_r\sqrt{r_t}dW_t^1,$$

$$d\lambda_t = \kappa_\lambda(\theta_\lambda - \lambda_t)dt + \sigma_\lambda\sqrt{\lambda_t}dW_t^2.$$

Wycena obligacji

Obligacje bez odzysku (bez kuponów)

- W chwili T mamy wypłate

$$D(T,T) = N\mathbb{1}_{\{\tau > T\}}$$

- W chwili $t < T$ mamy

$$D(t,T) = \mathbb{1}_{\{\tau > t\}}\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}(Ne^{-\int_t^T (r_u+\lambda_u)du}|\mathcal{F}_t)$$

- W tzw. modelach afinicznych (r,λ) mamy

$$\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}(e^{-\int_t^T (r_u+\lambda_u)du}|\mathcal{F}_t) = e^{A(t,T)+B(t,T)\lambda_t+C(t,T)r_t}$$

- Przykład modelu afinicznego (r,λ): Modele typu CIR

$$dr_t = \kappa_r(\theta_r - r_t)dt + \sigma_r\sqrt{r_t}dW_t^1,$$

$$d\lambda_t = \kappa_\lambda(\theta_\lambda - \lambda_t)dt + \sigma_\lambda\sqrt{\lambda_t}dW_t^2.$$

Wycena obligacji

Obligacje bez odzysku (bez kuponów)

- W chwili T mamy wypłate

$$D(T,T) = N\mathbb{1}_{\{\tau > T\}}$$

- W chwili $t < T$ mamy

$$D(t,T) = \mathbb{1}_{\{\tau > t\}}\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}(Ne^{-\int_t^T (r_u+\lambda_u)du}|\mathcal{F}_t)$$

- W tzw. modelach afinicznych (r,λ) mamy

$$\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}(e^{-\int_t^T (r_u+\lambda_u)du}|\mathcal{F}_t) = e^{A(t,T)+B(t,T)\lambda_t+C(t,T)r_t}$$

- Przykład modelu afinicznego (r,λ): Modele typu CIR

$$dr_t = \kappa_r(\theta_r - r_t)dt + \sigma_r\sqrt{r_t}dW_t^1,$$

$$d\lambda_t = \kappa_\lambda(\theta_\lambda - \lambda_t)dt + \sigma_\lambda\sqrt{\lambda_t}dW_t^2.$$

Wycena obligacji

Obligacje bez odzysku (bez kuponów)

- W chwili T mamy wypłate

$$D(T,T) = N\mathbb{1}_{\{\tau>T\}}$$

- W chwili $t < T$ mamy

$$D(t,T) = \mathbb{1}_{\{\tau>t\}}\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}(Ne^{-\int_t^T (r_u+\lambda_u)du}|\mathcal{F}_t)$$

- W tzw. modelach afinicznych (r,λ) mamy

$$\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}(e^{-\int_t^T (r_u+\lambda_u)du}|\mathcal{F}_t) = e^{A(t,T)+B(t,T)\lambda_t+C(t,T)r_t}$$

- Przykład modelu afinicznego (r,λ): Modele typu CIR

$$dr_t = \kappa_r(\theta_r - r_t)dt + \sigma_r\sqrt{r_t}dW_t^1,$$

$$d\lambda_t = \kappa_\lambda(\theta_\lambda - \lambda_t)dt + \sigma_\lambda\sqrt{\lambda_t}dW_t^2.$$

Obligacje z odzyskiem (bez kuponów)

- W chwili $\tau \leq T$ mamy dodatkową wypłatę $N\delta_\tau$ gdzie δ jest procesem stochastycznym o wartościach w $[0,1)$.
- Dla $t < T$ mamy

$$D(t,T) = B_t \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left(\frac{N}{B_T}\mathbb{1}_{\{\tau > T\}} + N\frac{\delta_\tau}{B_\tau}\mathbb{1}_{\{t<\tau\leq T\}} | \mathcal{G}_t\right)$$

- Przy założeniu że τ ma proces intensywności λ mamy

$$D(t,T) = \mathbb{1}_{\{t<\tau\}} N \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left(e^{-\int_t^T (r_u+\lambda_u)du} + \int_t^T e^{-\int_t^u (r_s+\lambda_s)ds}\delta_u \lambda_u du | \mathcal{F}_t\right).$$

- Krótkoterminowy spread

$$\lim_{t\uparrow T} S(t,T) = (1-\delta_T)\lambda_T > 0$$

Obligacje z odzyskiem (bez kuponów)

- W chwili $\tau \leq T$ mamy dodatkową wypłatę $N\delta_\tau$ gdzie δ jest procesem stochastycznym o wartościach w $[0,1)$.
- Dla $t < T$ mamy

$$D(t,T) = B_t \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left(\frac{N}{B_T}\mathbb{1}_{\{\tau > T\}} + N\frac{\delta_\tau}{B_\tau}\mathbb{1}_{\{t<\tau\leq T\}}|\mathcal{G}_t\right)$$

- Przy założeniu że τ ma proces intensywności λ mamy

$$D(t,T) = \mathbb{1}_{\{t<\tau\}} N \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left(e^{-\int_t^T (r_u+\lambda_u)du} + \int_t^T e^{-\int_t^u (r_s+\lambda_s)ds}\delta_u\lambda_u du|\mathcal{F}_t\right).$$

- Krótkoterminowy spread

$$\lim_{t\uparrow T} S(t,T) = (1-\delta_T)\lambda_T > 0$$

Obligacje z odzyskiem (bez kuponów)

- W chwili $\tau \leq T$ mamy dodatkową wypłatę $N\delta_\tau$ gdzie δ jest procesem stochastycznym o wartościach w $[0,1)$.
- Dla $t < T$ mamy

$$D(t,T) = B_t \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left(\frac{N}{B_T} \mathbb{1}_{\{\tau > T\}} + N \frac{\delta_\tau}{B_\tau} \mathbb{1}_{\{t<\tau\leq T\}} | \mathcal{G}_t \right)$$

- Przy założeniu że τ ma proces intensywności λ mamy

$$D(t,T) = \mathbb{1}_{\{t<\tau\}} N \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left(e^{-\int_t^T (r_u+\lambda_u)du} + \int_t^T e^{-\int_t^u (r_s+\lambda_s)ds} \delta_u \lambda_u du | \mathcal{F}_t \right).$$

- Krótkoterminowy spread

$$\lim_{t \uparrow T} S(t,T) = (1-\delta_T)\lambda_T > 0$$

Obligacje z odzyskiem (bez kuponów)

- W chwili $\tau \leq T$ mamy dodatkową wypłatę $N\delta_\tau$ gdzie δ jest procesem stochastycznym o wartościach w $[0,1)$.
- Dla $t < T$ mamy

$$D(t,T) = B_t \mathbb{E}_{\mathbb{Q}} \left(\frac{N}{B_T} \mathbb{1}_{\{\tau > T\}} + N \frac{\delta_\tau}{B_\tau} \mathbb{1}_{\{t < \tau \leq T\}} | \mathcal{G}_t \right)$$

- Przy założeniu że τ ma proces intensywności λ mamy

$$D(t,T) = \mathbb{1}_{\{t<\tau\}} N \mathbb{E}_{\mathbb{Q}} \left(e^{-\int_t^T (r_u + \lambda_u) du} + \int_t^T e^{-\int_t^u (r_s + \lambda_s) ds} \delta_u \lambda_u du | \mathcal{F}_t \right).$$

- Krótkoterminowy spread

$$\lim_{t \uparrow T} S(t,T) = (1 - \delta_T)\lambda_T > 0$$

Obligacje z odzyskiem (bez kuponów)

- W chwili $\tau \leq T$ mamy dodatkową wypłatę $N\delta_\tau$ gdzie δ jest procesem stochastycznym o wartościach w $[0,1)$.
- Dla $t < T$ mamy

$$D(t,T) = B_t \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left(\frac{N}{B_T} \mathbb{1}_{\{\tau > T\}} + N \frac{\delta_\tau}{B_\tau} \mathbb{1}_{\{t < \tau \leq T\}} | \mathcal{G}_t \right)$$

- Przy założeniu że τ ma proces intensywności λ mamy

$$D(t,T) = \mathbb{1}_{\{t<\tau\}} N \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left(e^{-\int_t^T (r_u + \lambda_u) du} + \int_t^T e^{-\int_t^u (r_s+\lambda_s) ds} \delta_u \lambda_u du | \mathcal{F}_t \right).$$

- Krótkoterminowy spread

$$\lim_{t \uparrow T} S(t,T) = (1 - \delta_T)\lambda_T > 0$$

Obligacje z odzyskiem z kuponami

- Do chwili $\tau \wedge T$ mamy dodatkowe płatności kuponów opisane procesem A:

$$A_t = N\kappa t, \quad lub \quad A_t = \sum_{i=1}^{m} c_i N \mathbb{1}_{\{t \geq T_i\}}$$

- Przy założeniu że τ ma proces intensywności λ mamy

$$D(t,T) = \mathbb{1}_{\{t<\tau\}} \mathbb{E}_{\mathbb{Q}} \Big(N e^{-\int_t^T (r_u+\lambda_u)du} + \int_t^T e^{-\int_t^u (r_s+\lambda_s)ds} N\delta_u \lambda_u du + \int_t^T e^{-\int_t^u (r_s+\lambda_s)ds} dA_u \Big| \mathcal{F}_t \Big).$$

Obligacje z odzyskiem z kuponami

- Do chwili $\tau \wedge T$ mamy dodatkowe płatności kuponów opisane procesem A:

$$A_t = N\kappa t, \quad lub \quad A_t = \sum_{i=1}^{m} c_i N \mathbb{1}_{\{t \geq T_i\}}$$

- Przy założeniu że τ ma proces intensywności λ mamy

$$D(t,T) = \mathbb{1}_{\{t<\tau\}} \mathbb{E}_{\mathbb{Q}} \Big(N e^{-\int_t^T (r_u+\lambda_u)du} + \int_t^T e^{-\int_t^u (r_s+\lambda_s)ds} N\delta_u \lambda_u du$$
$$+ \int_t^T e^{-\int_t^u (r_s+\lambda_s)ds} dA_u \Big| \mathcal{F}_t \Big).$$

Obligacje z odzyskiem z kuponami

- Do chwili $\tau \wedge T$ mamy dodatkowe płatności kuponów opisane procesem A:

$$A_t = N\kappa t, \quad lub \quad A_t = \sum_{i=1}^{m} c_i N \mathbb{1}_{\{t \geq T_i\}}$$

- Przy założeniu że τ ma proces intensywności λ mamy

$$D(t,T) = \mathbb{1}_{\{t<\tau\}} \mathbb{E}_{\mathbb{Q}} \Big(N e^{-\int_t^T (r_u+\lambda_u)du} + \int_t^T e^{-\int_t^u (r_s+\lambda_s)ds} N\delta_u \lambda_u du$$
$$+ \int_t^T e^{-\int_t^u (r_s+\lambda_s)ds} dA_u \Big| \mathcal{F}_t \Big).$$

Rynek kontraktów CDS - (Credit Default Swap)

- CDS jest kontraktem pomiędzy dwoma stronami (kontrahentami) A i B związanym z defaultem firmy C,
- B umawia się, że w momencie τ wypłaci wypłatę Z stronie A w przypadku defaultu firmy C przed upływem terminu wygaśnięciem kontraktu T.
- Jeżeli nie będzie defaultu przed terminem wygaśnięcia kontraktu T strona B nic nie płaci.
- Strona A płaci pewne ustalone kwoty za ochronę przed defaultem.
- Opłaty dokonywane są w regularnych momentach czasu do T momentu wygaśnięcia kontraktu lub defaultu (jeżeli ten nastąpi pierwszy).
- Zwykle opłaty składają się z kwoty c_i wypłacanej w T_i (nogą premii CDS'a).
- Wypłata na wypadek defaultu jest nazywana nogą zabezpieczenia.

Rynek kontraktów CDS - (Credit Default Swap)

- CDS jest kontraktem pomiędzy dwoma stronami (kontrahentami) A i B związanym z defaultem firmy C,
- B umawia się, że w momencie τ wypłaci wypłatę Z stronie A w przypadku defaultu firmy C przed upływem terminu wygaśnięciem kontraktu T.
- Jeżeli nie będzie defaultu przed terminem wygaśnięcia kontraktu T strona B nic nie płaci.
- Strona A płaci pewne ustalone kwoty za ochronę przed defaultem.
- Opłaty dokonywane są w regularnych momentach czasu do T momentu wygaśnięcia kontraktu lub defaultu (jeżeli ten nastąpi pierwszy).
- Zwykle opłaty składają się z kwoty c_i wypłacanej w T_i (nogą premii CDS'a).
- Wypłata na wypadek defaultu jest nazywana nogą zabezpieczenia.

Rynek kontraktów CDS - (Credit Default Swap)

- CDS jest kontraktem pomiędzy dwoma stronami (kontrahentami) A i B związanym z defaultem firmy C,
- B umawia się, że w momencie τ wypłaci wypłatę Z stronie A w przypadku defaultu firmy C przed upływem terminu wygaśnięciem kontraktu T.
- Jeżeli nie będzie defaultu przed terminem wygaśnięcia kontraktu T strona B nic nie płaci.
- Strona A płaci pewne ustalone kwoty za ochronę przed defaultem.
- Opłaty dokonywane są w regularnych momentach czasu do T momentu wygaśnięcia kontraktu lub defaultu (jeżeli ten nastąpi pierwszy).
- Zwykle opłaty składają się z kwoty c_i wypłacanej w T_i (nogą premii CDS'a).
- Wypłata na wypadek defaultu jest nazywana nogą zabezpieczenia.

Rynek kontraktów CDS - (Credit Default Swap)

- CDS jest kontraktem pomiędzy dwoma stronami (kontrahentami) A i B związanym z defaultem firmy C,
- B umawia się, że w momencie τ wypłaci wypłatę Z stronie A w przypadku defaultu firmy C przed upływem terminu wygaśnięciem kontraktu T.
- Jeżeli nie będzie defaultu przed terminem wygaśnięcia kontraktu T strona B nic nie płaci.
- Strona A płaci pewne ustalone kwoty za ochronę przed defaultem.
- Opłaty dokonywane są w regularnych momentach czasu do T momentu wygaśnięcia kontraktu lub defaultu (jeżeli ten nastąpi pierwszy).
- Zwykle opłaty składają się z kwoty c_i wypłacanej w T_i (nogą premii CDS'a).
- Wypłata na wypadek defaultu jest nazywana nogą zabezpieczenia.

Rynek kontraktów CDS - (Credit Default Swap)

- CDS jest kontraktem pomiędzy dwoma stronami (kontrahentami) A i B związanym z defaultem firmy C,
- B umawia się, że w momencie τ wypłaci wypłatę Z stronie A w przypadku defaultu firmy C przed upływem terminu wygaśnięciem kontraktu T.
- Jeżeli nie będzie defaultu przed terminem wygaśnięcia kontraktu T strona B nic nie płaci.
- Strona A płaci pewne ustalone kwoty za ochronę przed defaultem.
- Opłaty dokonywane są w regularnych momentach czasu do T momentu wygaśnięcia kontraktu lub defaultu (jeżeli ten nastąpi pierwszy).
- Zwykle opłaty składają się z kwoty c_i wypłacanej w T_i (nogą premii CDS'a).
- Wypłata na wypadek defaultu jest nazywana nogą zabezpieczenia.

Rynek kontraktów CDS - (Credit Default Swap)

- CDS jest kontraktem pomiędzy dwoma stronami (kontrahentami) A i B związanym z defaultem firmy C,
- B umawia się, że w momencie τ wypłaci wypłatę Z stronie A w przypadku defaultu firmy C przed upływem terminu wygaśnięciem kontraktu T.
- Jeżeli nie będzie defaultu przed terminem wygaśnięcia kontraktu T strona B nic nie płaci.
- Strona A płaci pewne ustalone kwoty za ochronę przed defaultem.
- Opłaty dokonywane są w regularnych momentach czasu do T momentu wygaśnięcia kontraktu lub defaultu (jeżeli ten nastąpi pierwszy).
- Zwykle opłaty składają się z kwoty c_i wypłacanej w T_i (nogą premii CDS'a).
- Wypłata na wypadek defaultu jest nazywana nogą zabezpieczenia.

Rynek kontraktów CDS - (Credit Default Swap)

- CDS jest kontraktem pomiędzy dwoma stronami (kontrahentami) A i B związanym z defaultem firmy C,
- B umawia się, że w momencie τ wypłaci wypłatę Z stronie A w przypadku defaultu firmy C przed upływem terminu wygaśnięciem kontraktu T.
- Jeżeli nie będzie defaultu przed terminem wygaśnięcia kontraktu T strona B nic nie płaci.
- Strona A płaci pewne ustalone kwoty za ochronę przed defaultem.
- Opłaty dokonywane są w regularnych momentach czasu do T momentu wygaśnięcia kontraktu lub defaultu (jeżeli ten nastąpi pierwszy).
- Zwykle opłaty składają się z kwoty c_i wypłacanej w T_i (nogą premii CDS'a).
- Wypłata na wypadek defaultu jest nazywana nogą zabezpieczenia.

Rynek kontraktów CDS - (Credit Default Swap)

- CDS jest kontraktem pomiędzy dwoma stronami (kontrahentami) A i B związanym z defaultem firmy C,
- B umawia się, że w momencie τ wypłaci wypłatę Z stronie A w przypadku defaultu firmy C przed upływem terminu wygaśnięciem kontraktu T.
- Jeżeli nie będzie defaultu przed terminem wygaśnięcia kontraktu T strona B nic nie płaci.
- Strona A płaci pewne ustalone kwoty za ochronę przed defaultem.
- Opłaty dokonywane są w regularnych momentach czasu do T momentu wygaśnięcia kontraktu lub defaultu (jeżeli ten nastąpi pierwszy).
- Zwykle opłaty składają się z kwoty c_i wypłacanej w T_i (nogą premii CDS'a).
- Wypłata na wypadek defaultu jest nazywana nogą zabezpieczenia.

- Niech $\beta(u)$ oznacza czynnik dyskontujący dla momentu u
- Noga premii jest postaci

$$\sum_{j=1}^{m} \beta(T_j)\kappa(T)(T_j - T_{j-1})N\mathbb{1}_{\{\tau > T_j\}}$$

gdzie $\kappa(T)$ jest ustalone w momencie zawarcia kontraktu.

- Noga zabezpieczenia

$$\beta(\tau)(1-\delta)N\mathbb{1}_{\{\tau \leq T\}}$$

- Cena CDS w momencie zawarcia $t = 0$

$$CDS_0(\kappa(T)) = \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\Big(\beta(\tau)(1-\delta)N\mathbb{1}_{\{\tau \leq T\}} - \sum_{j=1}^{m} \beta(T_j)\kappa(T)(T_j - T_{j-1})N\mathbb{1}_{\{\tau > T_j\}}\Big)$$

- Niech $\beta(u)$ oznacza czynnik dyskontujący dla momentu u
- Noga premii jest postaci

$$\sum_{j=1}^{m} \beta(T_j)\kappa(T)(T_j - T_{j-1})N\mathbb{1}_{\{\tau > T_j\}}$$

gdzie $\kappa(T)$ jest ustalone w momencie zawarcia kontraktu.

- Noga zabezpieczenia

$$\beta(\tau)(1-\delta)N\mathbb{1}_{\{\tau \leq T\}}$$

- Cena CDS w momencie zawarcia $t = 0$

$$CDS_0(\kappa(T)) = \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\Big(\beta(\tau)(1-\delta)N\mathbb{1}_{\{\tau \leq T\}} - \sum_{j=1}^{m} \beta(T_j)\kappa(T)(T_j - T_{j-1})N\mathbb{1}_{\{\tau > T_j\}}\Big)$$

- Niech $\beta(u)$ oznacza czynnik dyskontujący dla momentu u
- Noga premii jest postaci

$$\sum_{j=1}^{m} \beta(T_j)\kappa(T)(T_j - T_{j-1})N\mathbb{1}_{\{\tau > T_j\}}$$

gdzie $\kappa(T)$ jest ustalone w momencie zawarcia kontraktu.

- Noga zabezpieczenia

$$\beta(\tau)(1-\delta)N\mathbb{1}_{\{\tau \le T\}}$$

- Cena CDS w momencie zawarcia $t = 0$

$$CDS_0(\kappa(T)) = \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\Big(\beta(\tau)(1-\delta)N\mathbb{1}_{\{\tau \le T\}} - \sum_{j=1}^{m} \beta(T_j)\kappa(T)(T_j - T_{j-1})N\mathbb{1}_{\{\tau > T_j\}}\Big)$$

- Niech $\beta(u)$ oznacza czynnik dyskontujący dla momentu u
- Noga premii jest postaci

$$\sum_{j=1}^{m} \beta(T_j)\kappa(T)(T_j - T_{j-1})N\mathbb{1}_{\{\tau > T_j\}}$$

gdzie $\kappa(T)$ jest ustalone w momencie zawarcia kontraktu.

- Noga zabezpieczenia

$$\beta(\tau)(1-\delta)N\mathbb{1}_{\{\tau \leq T\}}$$

- Cena CDS w momencie zawarcia $t = 0$

$$CDS_0(\kappa(T)) = \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\Big(\beta(\tau)(1-\delta)N\mathbb{1}_{\{\tau \leq T\}} - \sum_{j=1}^{m} \beta(T_j)\kappa(T)(T_j - T_{j-1})N\mathbb{1}_{\{\tau > T_j\}}\Big)$$

- Niech $\beta(u)$ oznacza czynnik dyskontujący dla momentu u
- Noga premii jest postaci

$$\sum_{j=1}^{m} \beta(T_j)\kappa(T)(T_j - T_{j-1})N\mathbb{1}_{\{\tau > T_j\}}$$

gdzie $\kappa(T)$ jest ustalone w momencie zawarcia kontraktu.

- Noga zabezpieczenia

$$\beta(\tau)(1-\delta)N\mathbb{1}_{\{\tau \le T\}}$$

- Cena CDS w momencie zawarcia $t = 0$

$$CDS_0(\kappa(T)) = \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\Big(\beta(\tau)(1-\delta)N\mathbb{1}_{\{\tau \le T\}} - \sum_{j=1}^{m} \beta(T_j)\kappa(T)(T_j - T_{j-1})N\mathbb{1}_{\{\tau > T_j\}}\Big)$$

- Zakładając że τ ma intensywność λ

$$CDS_0(\kappa(T)) = N\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\Big((1-\delta)\int_0^T e^{-\int_0^t r_v+\lambda_v dv}\lambda_t dt - \sum_{j=1}^m \kappa(T)(T_j - T_{j-1})e^{-\int_0^{T_j} r_u+\lambda_u du}\Big)$$

- Przed kryzysem konwencja wszystkich zawieranych CDS zakładała że $\kappa(T)$ było takie, że $CDS_0(\kappa(T)) = 0$ (tzw. rynkowa stopa CDS).
- Rynkową stopą CDS'a jest dana wzorem

$$\kappa(T) = (1-\delta)\frac{\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\big(\int_0^T e^{-\int_0^t r_v+\lambda_v dv}\lambda_t dt\big)}{\sum_{j=1}^m (T_j - T_{j-1})\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\big(e^{-\int_0^{T_j} r_u+\lambda_u du}\big)}$$

$$\approx (1-\delta)\frac{\sum_{j=1}^m B(0,T_j)(\mathbb{Q}(\tau > T_{j-1}) - \mathbb{Q}(\tau > T_j))}{\sum_{j=1}^m B(0,T_j)(T_j - T_{j-1})\mathbb{Q}(\tau > T_j)}$$

- Zakładając że τ ma intensywność λ

$$CDS_0(\kappa(T)) = N\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\Bigg((1-\delta)\int_0^T e^{-\int_0^t r_v+\lambda_v dv}\lambda_t dt$$
$$- \sum_{j=1}^{m}\kappa(T)(T_j - T_{j-1})e^{-\int_0^{T_j} r_u+\lambda_u du}\Bigg)$$

- Przed kryzysem konwencja wszystkich zawieranych CDS zakładała że $\kappa(T)$ było takie, że $CDS_0(\kappa(T)) = 0$ (tzw. rynkowa stopa CDS).
- Rynkową stopą CDS'a jest dana wzorem

$$\kappa(T) = (1-\delta)\frac{\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left(\int_0^T e^{-\int_0^t r_v+\lambda_v dv}\lambda_t dt\right)}{\sum_{j=1}^m (T_j - T_{j-1})\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left(e^{-\int_0^{T_j} r_u+\lambda_u du}\right)}$$
$$\approx (1-\delta)\frac{\sum_{j=1}^m B(0,T_j)(\mathbb{Q}(\tau > T_{j-1}) - \mathbb{Q}(\tau > T_j))}{\sum_{j=1}^m B(0,T_j)(T_j - T_{j-1})\mathbb{Q}(\tau > T_j)}$$

- Zakładając że τ ma intensywność λ

$$CDS_0(\kappa(T)) = N\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\Big((1-\delta)\int_0^T e^{-\int_0^t r_v+\lambda_v dv}\lambda_t dt - \sum_{j=1}^m \kappa(T)(T_j - T_{j-1})e^{-\int_0^{T_j} r_u+\lambda_u du}\Big)$$

- Przed kryzysem konwencja wszystkich zawieranych CDS zakładała że $\kappa(T)$ było takie, że $CDS_0(\kappa(T)) = 0$ (tzw. rynkowa stopa CDS).
- Rynkową stopą CDS'a jest dana wzorem

$$\kappa(T) = (1-\delta)\frac{\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left(\int_0^T e^{-\int_0^t r_v+\lambda_v dv}\lambda_t dt\right)}{\sum_{j=1}^m (T_j - T_{j-1})\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left(e^{-\int_0^{T_j} r_u+\lambda_u du}\right)}$$
$$\approx (1-\delta)\frac{\sum_{j=1}^m B(0,T_j)(\mathbb{Q}(\tau > T_{j-1}) - \mathbb{Q}(\tau > T_j))}{\sum_{j=1}^m B(0,T_j)(T_j - T_{j-1})\mathbb{Q}(\tau > T_j)}$$

- Zakładając że τ ma intensywność λ

$$CDS_0(\kappa(T)) = N\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\Bigg((1-\delta)\int_0^T e^{-\int_0^t r_v+\lambda_v dv}\lambda_t dt \\ - \sum_{j=1}^m \kappa(T)(T_j - T_{j-1})e^{-\int_0^{T_j} r_u+\lambda_u du}\Bigg)$$

- Przed kryzysem konwencja wszystkich zawieranych CDS zakładała że $\kappa(T)$ było takie, że $CDS_0(\kappa(T)) = 0$ (tzw. rynkowa stopa CDS).
- Rynkową stopą CDS'a jest dana wzorem

$$\kappa(T) = (1-\delta)\frac{\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left(\int_0^T e^{-\int_0^t r_v+\lambda_v dv}\lambda_t dt\right)}{\sum_{j=1}^m (T_j - T_{j-1})\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left(e^{-\int_0^{T_j} r_u+\lambda_u du}\right)}$$

$$\approx (1-\delta)\frac{\sum_{j=1}^m B(0,T_j)(\mathbb{Q}(\tau > T_{j-1}) - \mathbb{Q}(\tau > T_j))}{\sum_{j=1}^m B(0,T_j)(T_j - T_{j-1})\mathbb{Q}(\tau > T_j)}$$

- Zakładając że τ ma intensywność λ

$$CDS_0(\kappa(T)) = N\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\Bigg((1-\delta)\int_0^T e^{-\int_0^t r_v+\lambda_v dv}\lambda_t dt - \sum_{j=1}^{m}\kappa(T)(T_j - T_{j-1})e^{-\int_0^{T_j} r_u+\lambda_u du}\Bigg)$$

- Przed kryzysem konwencja wszystkich zawieranych CDS zakładała że $\kappa(T)$ było takie, że $CDS_0(\kappa(T)) = 0$ (tzw. rynkowa stopa CDS).
- Rynkową stopą CDS'a jest dana wzorem

$$\begin{aligned}\kappa(T) &= (1-\delta)\frac{\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\big(\int_0^T e^{-\int_0^t r_v+\lambda_v dv}\lambda_t dt\big)}{\sum_{j=1}^{m}(T_j - T_{j-1})\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\big(e^{-\int_0^{T_j} r_u+\lambda_u du}\big)} \\ &\approx (1-\delta)\frac{\sum_{j=1}^{m} B(0,T_j)(\mathbb{Q}(\tau > T_{j-1}) - \mathbb{Q}(\tau > T_j))}{\sum_{j=1}^{m} B(0,T_j)(T_j - T_{j-1})\mathbb{Q}(\tau > T_j)}\end{aligned}$$

- W chwili obecnej CDS kuppony zostały ustandaryzowane $CDS_0(\kappa) \neq 0$.
- CDSy sa kwotowane w postaci tzw. PUF (Points-Up-Front)

$$PUF = \frac{CDS_0(\kappa)}{N}$$

gdzie κ standaryzowanym kuponem.

- Basket default swaps np FtD - First to Default Swap. Kontrakt CDS związany z portfelem n kredytów/obligacji o momentach defualtów $\tau_1, \ldots, \tau_n$. Kontrakt swap na pierwszy default to CDS z

$$\tau = \min \{\tau_1, \ldots, \tau_n\}$$

- Kontrakty swap na pierwszych m z n defaultów

- W chwili obecnej CDS kuppony zostały ustandaryzowane $CDS_0(\kappa) \neq 0$.
- CDSy sa kwotowane w postaci tzw. PUF (Points-Up-Front)

$$PUF = \frac{CDS_0(\kappa)}{N}$$

gdzie κ standaryzowanym kuponem.
- Basket default swaps np FtD - First to Default Swap. Kontrakt CDS związany z portfelem n kredytów/obligacji o momentach defualtów $\tau_1, \ldots, \tau_n$. Kontrakt swap na pierwszy default to CDS z

$$\tau = \min\{\tau_1, \ldots, \tau_n\}$$

- Kontrakty swap na pierwszych m z n defaultów

- W chwili obecnej CDS kuppony zostały ustandaryzowane $CDS_0(\kappa) \neq 0$.
- CDSy sa kwotowane w postaci tzw. PUF (Points-Up-Front)

$$PUF = \frac{CDS_0(\kappa)}{N}$$

gdzie κ standaryzowanym kuponem.

- Basket default swaps np FtD - First to Default Swap. Kontrakt CDS związany z portfelem n kredytów/obligacji o momentach defualtów $\tau_1, \ldots, \tau_n$. Kontrakt swap na pierwszy default to CDS z

$$\tau = \min\{\tau_1, \ldots, \tau_n\}$$

- Kontrakty swap na pierwszych m z n defaultów

- W chwili obecnej CDS kuppony zostały ustandaryzowane $CDS_0(\kappa) \neq 0$.
- CDSy sa kwotowane w postaci tzw. PUF (Points-Up-Front)

$$PUF = \frac{CDS_0(\kappa)}{N}$$

gdzie κ standaryzowanym kuponem.

- Basket default swaps np FtD - First to Default Swap. Kontrakt CDS związany z portfelem n kredytów/obligacji o momentach defualtów $\tau_1, \ldots, \tau_n$. Kontrakt swap na pierwszy default to CDS z

$$\tau = \min\{\tau_1, \ldots, \tau_n\}$$

- Kontrakty swap na pierwszych m z n defaultów

- W chwili obecnej CDS kuppony zostały ustandaryzowane $CDS_0(\kappa) \neq 0$.
- CDSy sa kwotowane w postaci tzw. PUF (Points-Up-Front)

$$PUF = \frac{CDS_0(\kappa)}{N}$$

gdzie κ standaryzowanym kuponem.

- Basket default swaps np FtD - First to Default Swap. Kontrakt CDS związany z portfelem n kredytów/obligacji o momentach defualtów $\tau_1, \ldots, \tau_n$. Kontrakt swap na pierwszy default to CDS z

$$\tau = \min\{\tau_1, \ldots, \tau_n\}$$

- Kontrakty swap na pierwszych m z n defaultów

DZIĘKUJE ZA UWAGE !!!