

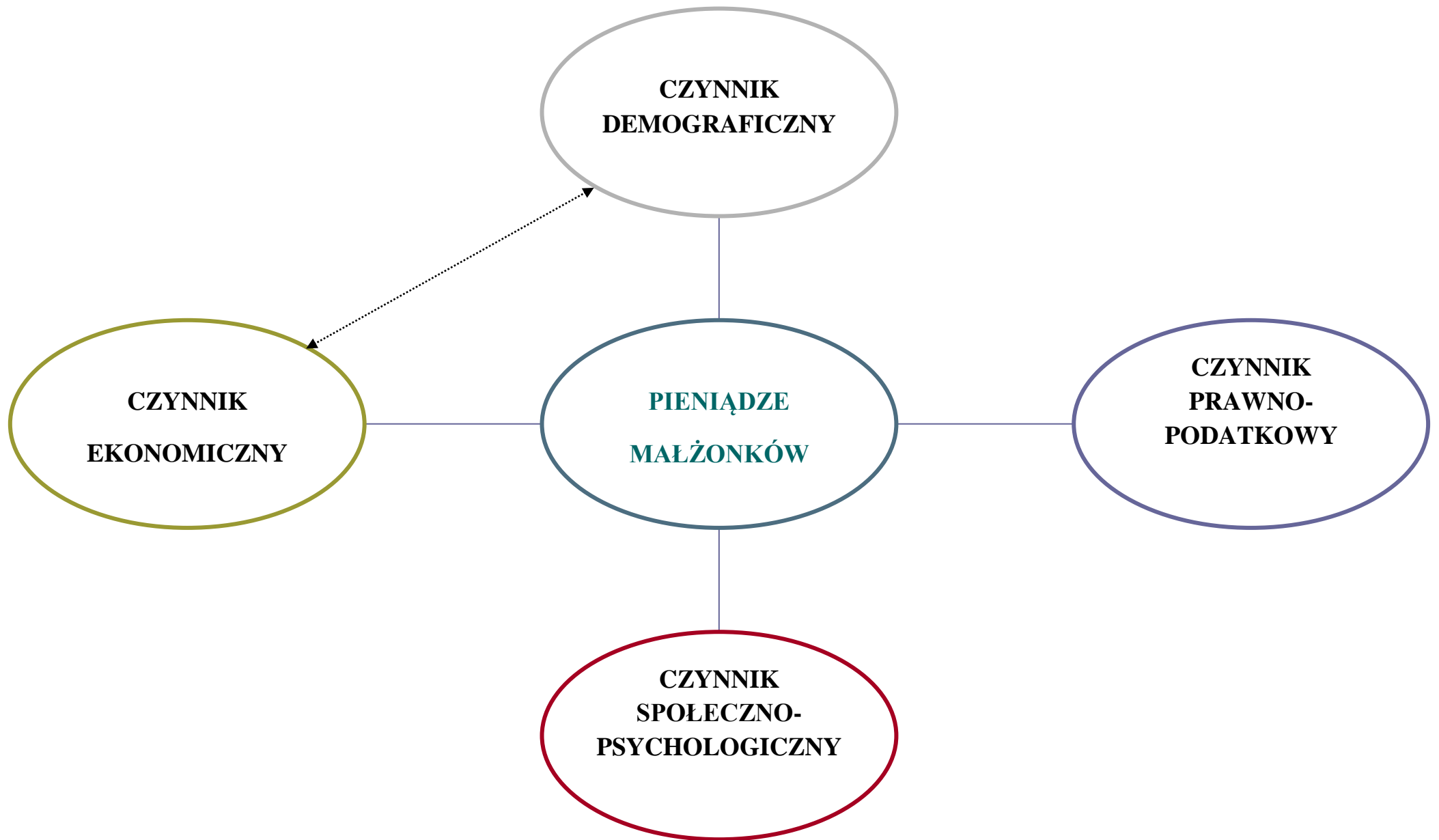
JOANNA DĘBICKA

PIENIĄDZE MAŁŻONKÓW – RAZEM CZY OSOBNO ?

LV SZKOŁA MATEMATYKI POGLĄDOWEJ, 27 – 31 STYCZNIA 2017 ROKU

CO PIENIĄDZ ROBI Z NAMI, A CO MY ROBIMY Z PIENIĄDZEM?





CZYNNIK EKONOMICZNY

- **Makroekonomiczny**

związany z prowadzoną polityką pieniężną i fiskalną oraz ogólną sytuacją gospodarczą

- **Mikroekonomiczny**

popyt i podaż na instrumenty finansowe, działanie giełd, funkcjonowanie rynku finansowego

Fundusz swobodnej decyzji (fundusz, który pozostaje po zaspokojeniu potrzeb podstawowych) może być przeznaczony na:

- Inwestycje (fundusze inwestycyjne, ...)
- Oszczędzanie na cele emerytalne (gromadzenie środków w III filarze bezpośrednio lub w ramach pracowniczych programów emerytalnych)
- Konto bankowe

KONTO OSOBISTE MAŁŻONKÓW

WSPÓLNE	OSOBNE
<ul style="list-style-type: none">➤ mniejsze koszty➤ wygodny dostęp do pieniędzy,➤ wzajemne zaufanie➤ ...	<ul style="list-style-type: none">➤ korzyści z promocji pieniężnych (moneyback);➤ ochrona przed złymi nawykami finansowymi współmałżonka;➤ lepsza zdolność kredytowa➤ ...

Każdy atut może być mieczem obosiecznym !

CZYNNIK SPOŁECZNO – PSYCHOLOGICZNY

Finanse behawioralne to dyscyplina wiedzy wskazująca jak psychologia wpływa na decyzje finansowe i na rynki finansowe.

finanse behawioralne = analiza nieracjonalnych zachowania inwestorów

Przykładowe ludzkie "ułomności" cechujące inwestora:

podatność na wpływ zbiorowości

zachowanie stadne

strata bardziej boli, niż zysk cieszy

nadmierną pewnością siebie

przesadnym optymizmem lub przesadnym pesymizmem w zależności od nastrojów panujących na rynku

awersją do strat, które traktuje jako osobistą porażkę

Czy dyskusja we dwoje prowadzi do bardziej racjonalnych decyzji, czy pogłębia ich nieracjonalność ?

Kto w pana(i) związku decyduje o większych wydatkach:



ŹRÓDŁO: TNS POLSKA DLA „NEWSWEEKA”, SONDAŻ PRZEPROWADZONY 14-15.10.2014 R., OGÓLNOPOLSKA PRÓBA 1000 POLAKÓW W WIEKU OD 18 LAT

CZYNNIK PRAWNO-PODATKOWY

obowiązujące przepisy prawne oraz polityka państwa

- Intercyza czy wspólnota majątkowa ?

bezpieczeństwo finansowe (długi, kredyty), dziedziczenie, ...

- Rozliczać podatek razem czy osobno ?

ROZLICZENIE PODATKOWE MAŁŻONKÓW	
dochody małżonków objęte są <u>różnymi</u> stawkami podatkowymi	dochody małżonków objęte są <u>takimi samymi</u> stawkami podatkowymi
WSPÓLNIE	BEZ ZNACZENIA WSPÓLNIE CZY OSOBNO

CZYNNIK DEMOGRAFICZNY

Z demografią jest zazwyczaj pewien problem: dopóki nie jest kłopotliwa lub prognozy nie zaczynają brzmieć ponuro, zazwyczaj pomija się ją w doraźnych analizach finansowych.

- długowieczność

mniejsza dietność + wydłużenie wieku = zmiany na rynku finansowym

- zabezpieczenie finansowe na czas emerytalny
 - Kredyty i renty hipoteczne
 - Renty indywidualne i małżeńskie
 - ...

Indywidualna umowa finansowa na żonę

+

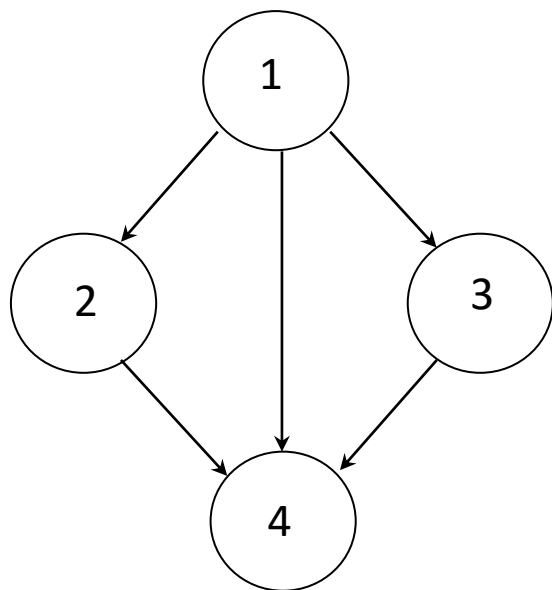
Indywidualna umowa finansowa na męża

czy

Małżeńska umowa finansowa ?

MODEL WIELOSTANOWY MAŁŻEŃSKICH UMÓW/KONTRAKTÓW

Status ostatniego przeżywającego

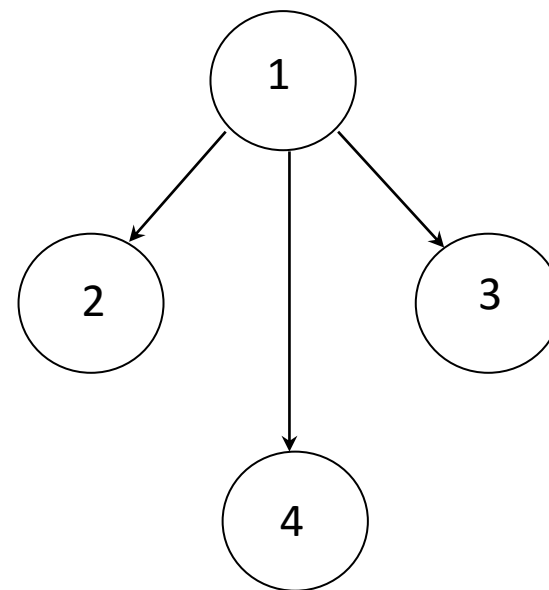


Przestrzeń stanów S :

- 1 - małżonkowie żyją
- 2 - mąż nie żyje
- 3 - żona nie żyje
- 4 - małżonkowie nie żyją

$$(S, T) = (\{1, 2, 3, 4\}, \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 4), (3, 4)\})$$

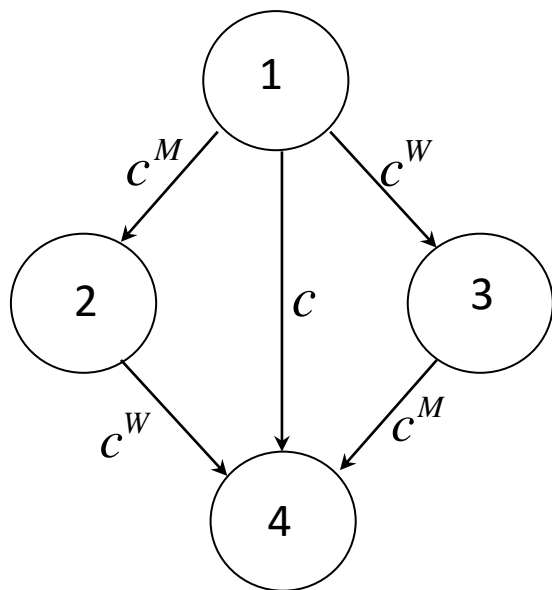
Status wspólnego życia



$$(S, T) = (\{1, 2, 3, 4\}, \{(1, 2), (1, 3), (1, 4)\})$$

MODEL WIELOSTANOWY MAŁŻEŃSKICH UBEZPIECZEŃ NA ŻYCIE

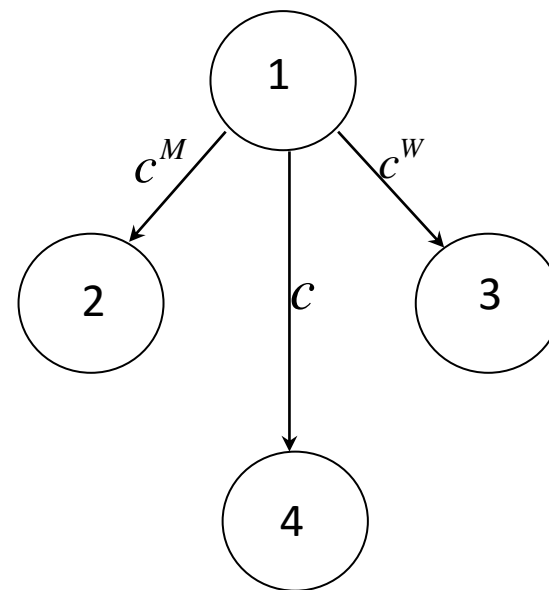
Status ostatniego przeżywającego



Przestrzeń stanów S :

- 1 - małżonkowie żyją
- 2 - mąż nie żyje
- 3 - żona nie żyje
- 4 - małżonkowie nie żyją

Status wspólnego życia

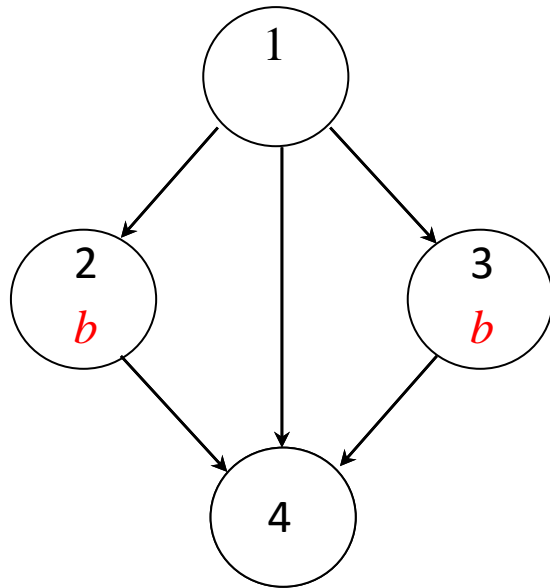


$$(S, T) = (\{1, 2, 3, 4\}, \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 4), (3, 4)\})$$

$$(S, T) = (\{1, 2, 3, 4\}, \{(1, 2), (1, 3), (1, 4)\})$$

MODEL WIELOSTANOWY MAŁŻEŃSKICH RENT WADOWICH

Status ostatniego przeżywającego



Przestrzeń stanów S :

1 - małżonkowie żyją

2 - mąż nie żyje

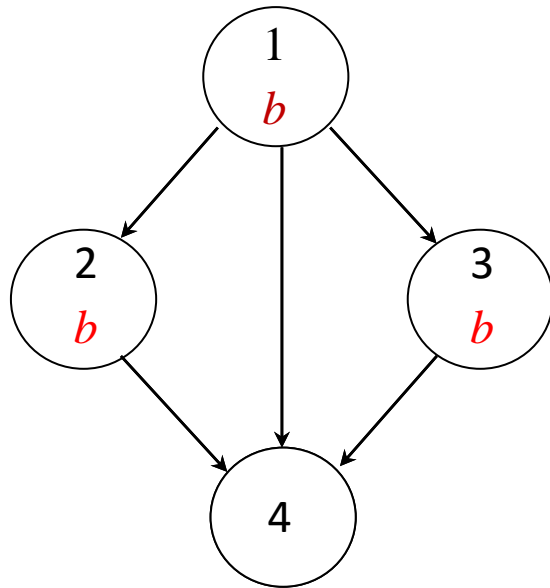
3 - żona nie żyje

4 - małżonkowie nie żyją

$$(S, T) = (\{1, 2, 3, 4\}, \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 4), (3, 4)\})$$

MODEL WIELOSTANOWY MAŁŻEŃSKIE RENTY HIPOTECZNE

Status ostatniego przeżywającego



Przestrzeń stanów S:

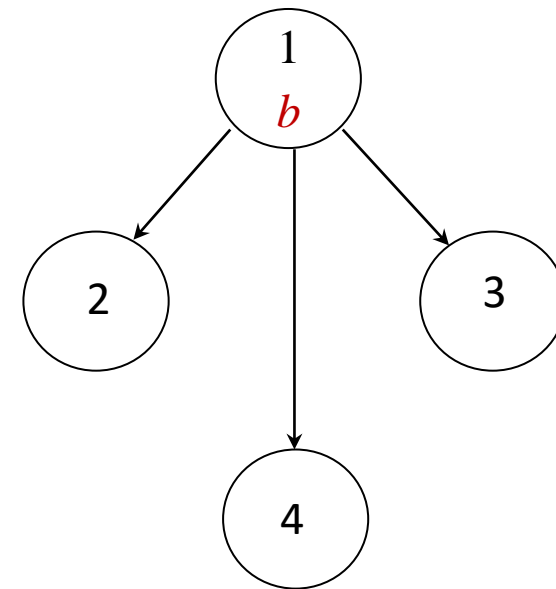
1 - małżonkowie żyją

2 - mąż nie żyje

3 - żona nie żyje

4 - małżonkowie nie żyją

Status ostatniego przeżywającego



$$(S, T) = (\{1, 2, 3, 4\}, \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 4), (3, 4)\})$$

MODELOWANIE STRUKTURY PROBABILISTYCZNEJ MODELU

OZNACZENIA

x - wiek męża w momencie podpisania kontraktu

y - wiek żony w momencie podpisania kontraktu

T_x^M - oczekiwany przyszły czas trwania życia męża ; $T_x^M \in [0, w_x^M]$ oraz $w_x^M = \omega - x$

T_y^W - oczekiwany przyszły czas trwania życia żony ; $T_y^W \in [0, w_y^W]$ oraz $w_y^W = \omega - y$

n - długość okresu obowiązywania kontraktu

$n = \max \{w_x^M, w_y^W\}$ dla statusu ostatniego przeżywanego

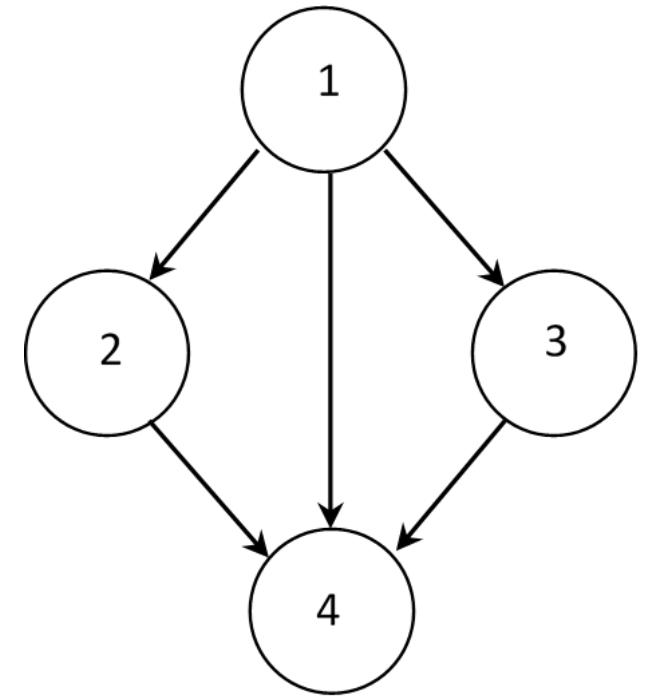
$n = \min \{w_x^M, w_y^W\}$ dla statusu wspólnego życia

Maksymalny
czas trwania
życia wg. TTŻ

MODELOWANIE STRUKTURY PROBABILISTYCZNEJ MODELU

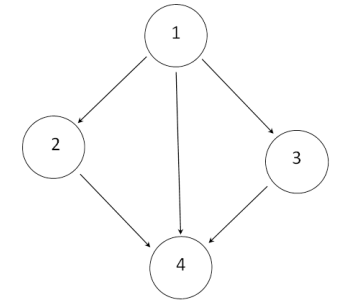
Dla statusu ostatniego przeżywającego

$$\mathbf{Q}(k) = \begin{pmatrix} q_{11}(k) & q_{12}(k) & q_{13}(k) & q_{14}(k) \\ 0 & q_{22}(k) & 0 & q_{24}(k) \\ 0 & 0 & q_{33}(k) & q_{34}(k) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



$\{\mathbf{Q}(k)\}_{k=0}^{n-1}$, gdzie $q_{ij}(k) = P(X(k+1) = j | X(k) = i)$.

$$T_x^M, T_x^W - \text{NIEZALEŻNE} \Rightarrow F(w, z) = P(T_x^M \leq w, T_y^W \leq z) = F^M(w) \cdot F^W(z)$$



- 1 - małżonkowie żyją
- 2 - mąż nie żyje
- 3 - żona nie żyje
- 4 - małżonkowie nie żyją

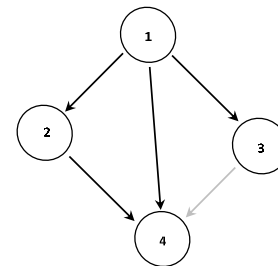
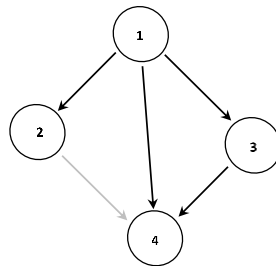
$$Q(k) = Q^X(k) \circ Q^Y(k)$$



Hadamard (Schur) product

$$x + k \leq \omega$$

$$Q^X(k) = \begin{pmatrix} p_{x+k} & q_{x+k} & p_{x+k} & q_{x+k} \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & p_{x+k} & q_{x+k} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

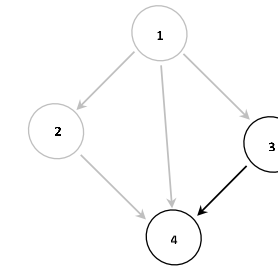
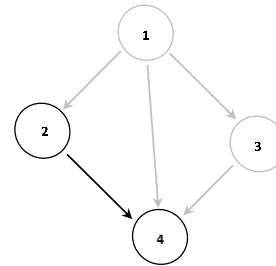


$$y + k \leq \omega$$

$$Q^Y(k) = \begin{pmatrix} p_{y+k} & p_{y+k} & q_{y+k} & q_{y+k} \\ 0 & p_{y+k} & 0 & q_{y+k} \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$x + k > \omega$$

$$Q^X(k) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



$$y + k > \omega$$

$$Q^Y(k) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

FAKT!

Francuski matematyk i statystyk Abraham de Moivre prawidłowo przewidział datę właszej śmierci.

Odnotował, że wraz z upływem lat stawał się coraz bardziej senny i potrzebował wydłużonego o 15 minut snu każdej nocy. Obliczył, że umrze 27 listopada 1754 roku, kiedy dodatkowy czas snu osiągnie 24 godziny.

Miał rację.

dzisiaj siedowiedzialem.blogspot.com

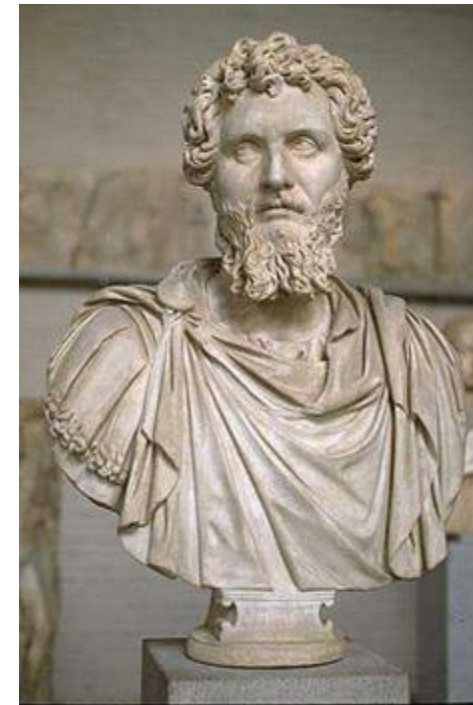
TABLICE TRWANIA ŻYCIA

220 – tablice Ulpiana

<u>Ulpian</u>	
<u>Conversion table</u>	
<u>Age</u>	<u>Duration Annuity</u>
0-19	30
20-24	28
25-29	25
30-34	22
35-39	20
40	19
41	18
42	17
43	16
44	15
45	14
46	13
47	12
48	11
49	10
50-54	9
55-59	7
60-	5

Rzymski prawnik, który jako pierwszy w historii ubezpieczeń zajmował się modelami trwania życia ludzkiego. Stworzył tablice trwania życia, które przetrwały 14 stuleci.

Cel: określenie wysokości wypłaty renty i ustalenie ceny za polisę



Źródło <http://www.well.com/~aquarius/cardiff.htm>

TABLICE TRWANIA ŻYCIA

1693 - E. Halley: tablice trwania życia

Tablice zostały opracowane na podstawie danych o zgonach zebranych w dawnym Wrocławiu przez bardzo znanego astronoma angielskiego.

Age. Curt.	Per-sons.	Age. Curt.	Per-sons.	Age. Curt.	Per-sons.	Age. Curt.	Per-sons.	Age. Curt.	Per-sons.	Age. Curt.	Per-sons.	Age.	Per-sons.
1	1000	8	680	15	628	22	585	29	539	35	481	7	5547
2	855	9	670	16	622	23	579	30	531	37	472	14	4584
3	798	10	661	17	616	24	573	31	523	38	463	21	4270
4	760	11	653	18	610	25	567	32	515	39	454	28	3964
5	732	12	646	19	604	26	560	33	507	40	445	35	3604
6	710	13	640	20	598	27	553	34	499	41	436	42	3178
7	692	14	634	21	592	28	546	35	490	42	427	49	2709
												55	2194
												63	1694
												70	1204
												77	692
												84	253
												100	107
43	417	50	346	57	272	64	202	71	131	78	58		
44	407	51	335	58	262	65	192	72	120	79	49		
45	397	52	324	59	252	66	182	73	109	80	41		
46	387	53	313	60	242	67	172	74	98	81	34		
47	377	54	302	61	232	68	162	75	88	82	28		
48	367	55	292	62	222	69	152	76	78	83	23		
49	357	56	282	63	212	70	142	77	68	84	20		
													34000
													Sum Total.



TABLICE TRWANIA ŻYCIA

Współczesne tablica trwania życia (mężczyzn, kobiet , ogółem)

Wiek	Liczba dożywających	Prawdo- podobieństwo zgonu	Liczba zmarłych	Przeciętne dalsze trwanie życia
x	l_x	q_x	d_x	e_x
0	100000	0,00744	744	70,67
1	99256	0,00046	45	70,20
2	99211	0,00031	30	69,23
3	99180	0,00022	21	68,25
4	99159	0,00019	19	67,26
5	99140	0,00020	20	66,28
6	99120	0,00020	20	65,29
7	99100	0,00018	18	64,30
8	99082	0,00017	17	63,31
9	99065	0,00017	17	62,33
10	99049	0,00017	17	61,34
11	99032	0,00018	18	60,35
12	99014	0,00019	19	59,36
13	98995	0,00023	23	58,37
14	98972	0,00029	29	57,38
15	98943	0,00036	36	56,40
16	98908	0,00046	45	55,42
17	98862	0,00059	59	54,44
18	98804	0,00075	74	53,48
19	98729	0,00090	89	52,52
20	98640	0,00103	101	51,56
21	98539	0,00111	109	50,61
22	98430	0,00114	112	49,67
23	98318	0,00113	111	48,73
24	98207	0,00112	110	47,78
25	98097	0,00115	113	46,83

1. *Jaką mam szansę przeżyć 1 rok?*

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$$

2. *Jakie jest ryzyko że nie przeżyję 1 roku?*

$$q_x = \frac{d_x}{l_x} = 1 - p_x$$

$$Q^X(k) = \begin{pmatrix} p_{x+k} & q_{x+k} & p_{x+k} & q_{x+k} \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & p_{x+k} & q_{x+k} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



Najstarsi ludzie świata

- ✓ Najdłużej żyjącym człowiekiem, którego metryka została jednoznacznie potwierdzona, była Francuzka **Jeanne Calment** (1875-1997), która przeżyła 122 lata i 164 dni.

Źródło <https://occupymelbourne.net>



- ✓ Obecnie najstarszą osobą na świecie jest 117-letnia **Emma Morano-Martinuzzi** (ur. 29 listopada 1899 w Civiasco) obecnie znajduje się na 5. miejscu na liście najstarszych ludzi w historii, których wiek udowodniono (*stan na Dzień Babci 2017*)

Źródło New York Times / Redux / Eyevine

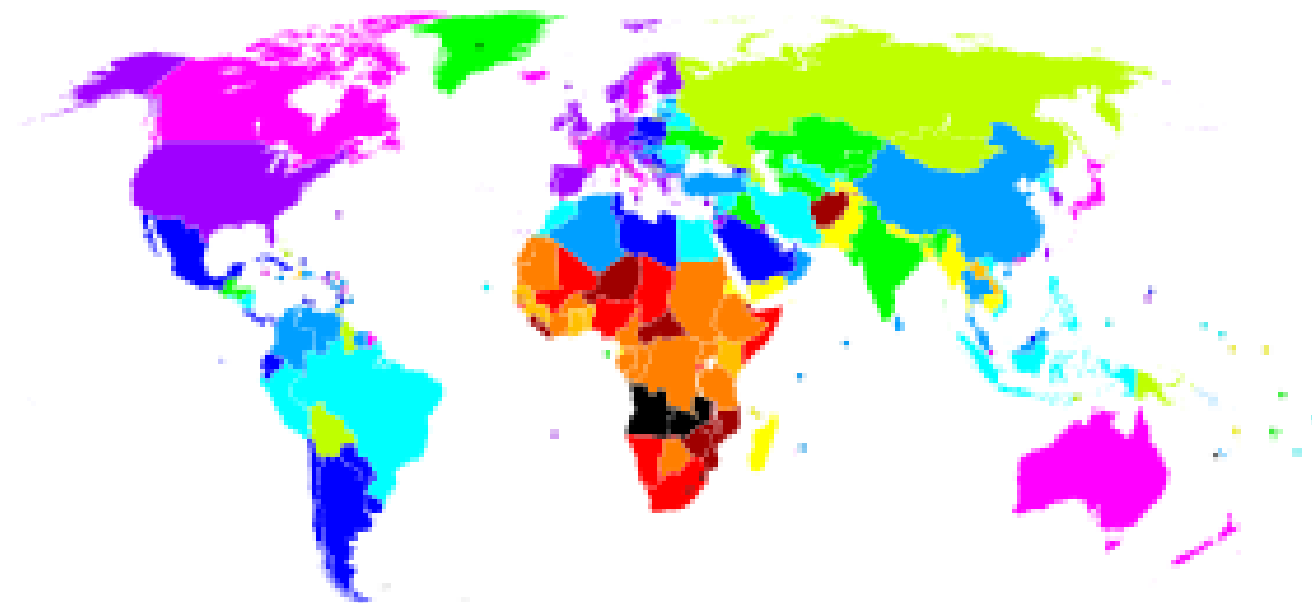


SUPERSTULATKI – osoby żyjące ponad 110 lat

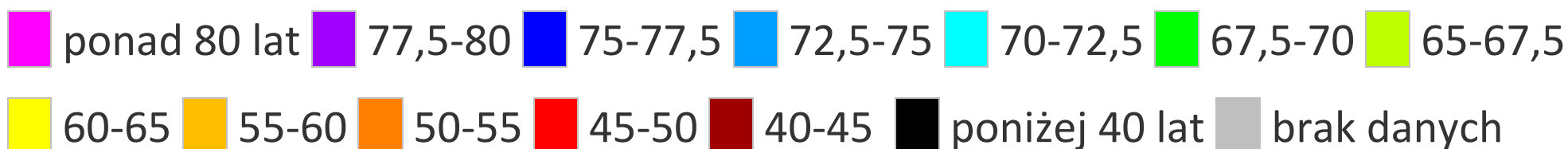
W których miejscach na świecie ludzie żyją najdłużej?

Szacunki **The World Factbook CIA** prognozują że najdłużej będą żyli mieszkańcy :

1. Monako (89 lat),
2. Makau (86-87 lat)
3. Japonia (84 lata)



Oczekiwana dalsza długość życia dla noworodków w poszczególnych krajach świata (2008)



źródło: :Life Expectancy 2008 Estimates CIA World Factbook

Dlaczego w niektórych miejscach na świecie ludzie żyją najdłużej?

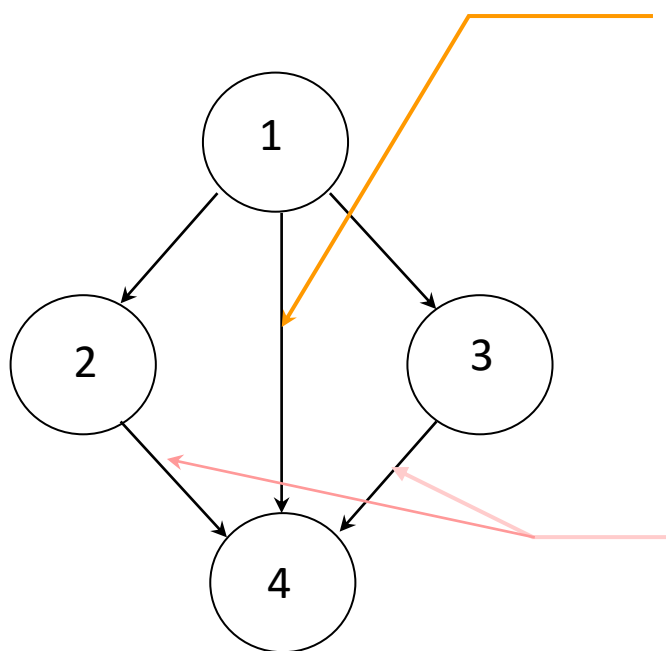
Naukowcom udało się znaleźć **dziewięć czynników wspólnych** dla regionów, gdzie ludzie żyją najdłużej m.in.

- *aktywność fizyczna na świeżym powietrzu (zwykle spacery czy praca w ogrodzie zamiast intensywnego biegania lub siłowni).*
- *wyznaczanie sobie celu na dany dzień;*
- *zwolnić ...by zredukować stres (modlitwa, medytacja, ...)*
- *stosowanie zasady 80% (nieobjadanie się do całkiem pełnego żołądka i spożywanie ostatniego posiłku późnym popołudniem);*
- *dieta bogata w warzywa (zwłaszcza fasolę i groszek), a uboga w mięso;*
- *spożywanie lampki czerwonego wina (szczególnie z przyjaciółmi ☺)*
- *przywiązanie do życia w społeczności*
- *wiara i udział we wspólnotowych nabożeństwach (4 razy na miesiąc = życie dłuższe o 14 lat)*
- **rodzina na pierwszym miejscu**



Źródło: www.bluezones.com

Istnienie zależności pomiędzy długością życia męża i żony jest nie tylko intuicyjne, ale wskazują na nie pewne aspekty związane ze śmiercią współmałżonka.



Jednoczesna śmierć małżonków :

- narażenie na wspólne ryzyko (wypadek, katastrofy)
- natychmiastowy szok po śmierci współmałżonka

Syndrom osierocenia

=

syndrom złamanego serca

Narażenie na wspólne ryzyko (wypadek, katastrofy)

Syndrom wspólnego szoku

Krótkookresowe czynniki - śmierć obojga małżonków w ciągu 5 dni

Osoby, które w ciągu 5 dni:	Kobiety	Mężczyźni
- przeżyły śmierć współmałżonka	96%	88%
- zmarły przed/po śmierci współmałżonka	4%	12%

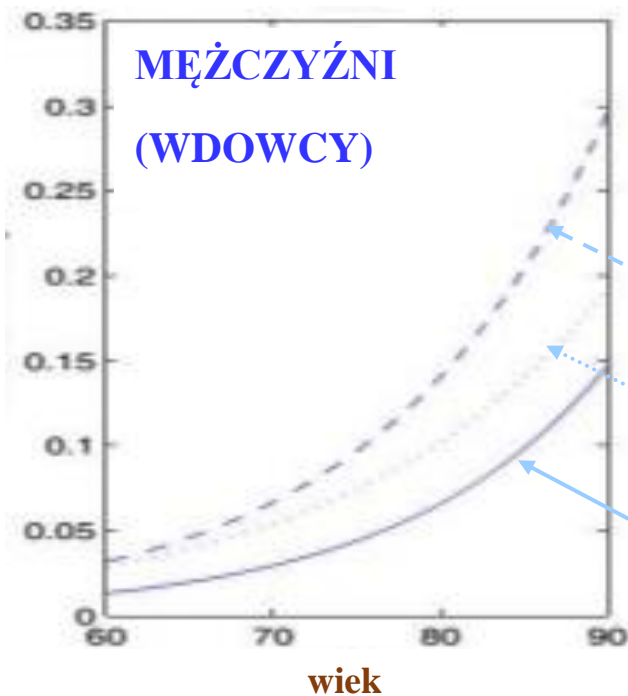
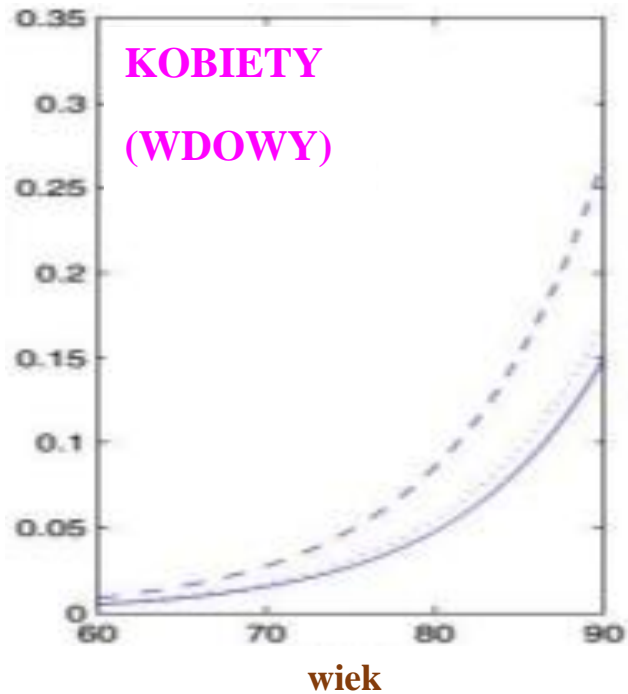
syndrom osierocenia = syndrom złamanego serca

Wiek żyjącego współmałżonka	Frakcja osób zmarłych po śmierci współmałżonka	
	Kobiety	Mężczyźni
60-69	3%	8%
70-79	8%	16%
80-89	26%	41%
90+	70%	79%
Łącznie	5%	12%



Śmiertelność

intensywność śmiertelności w zależności od czasu jaki upłynie od śmierci współmałżonka



w 1-szym roku od śmierci współmałżonka

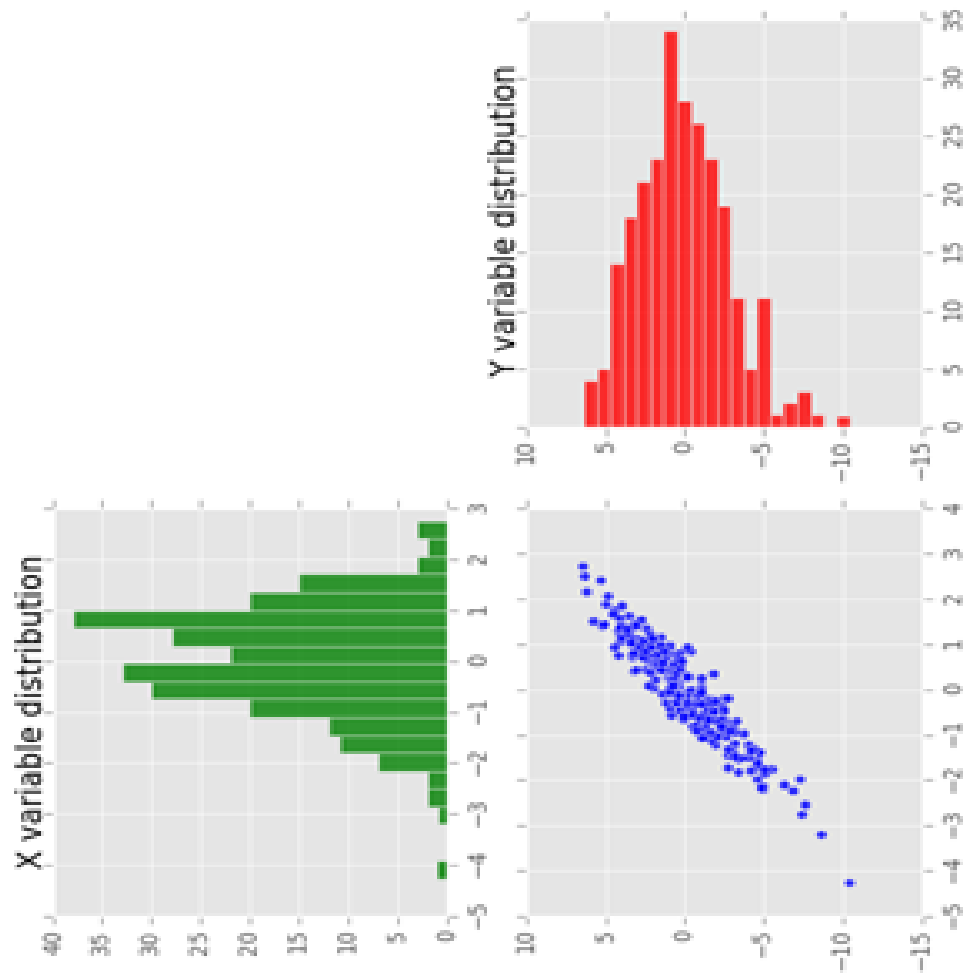
w 2-gim roku od śmierci współmałżonka

Po 2 latach od śmierci współmałżonka

T_x^M T_y^W - **ZALEŻNE** $\Leftrightarrow F(w, z) = P(T_x^M \leq w, T_y^W \leq z) = C(F^M(w), F^W(z))$

$$F^M(w) = P(T_x^M \leq w)$$

$$F^W(z) = P(T_y^W \leq z)$$

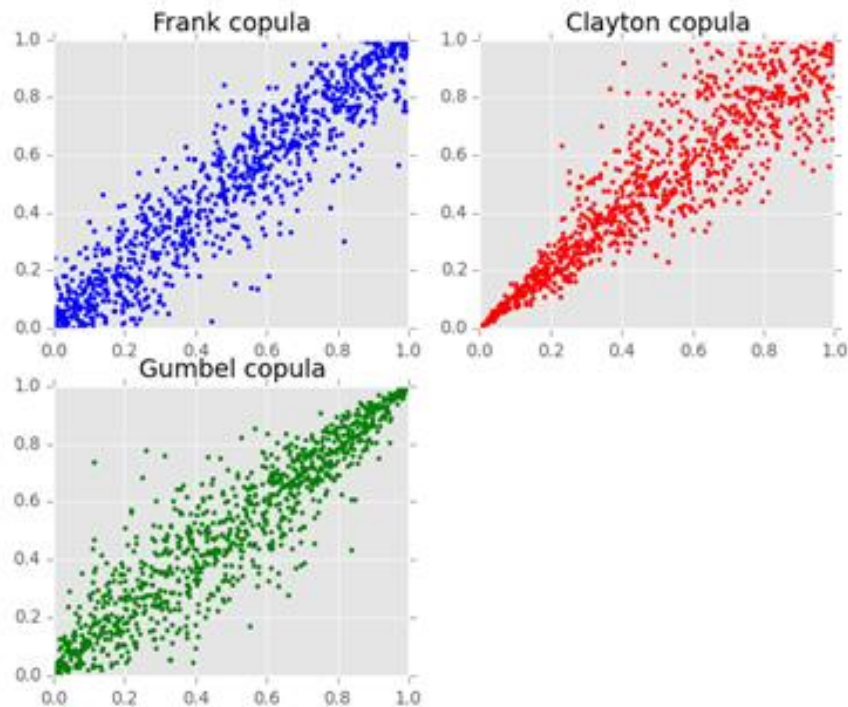


Archimedesowe funkcje łączące

$$C(u, v) = \varphi^{-1}(\varphi(u) + \varphi(v))$$

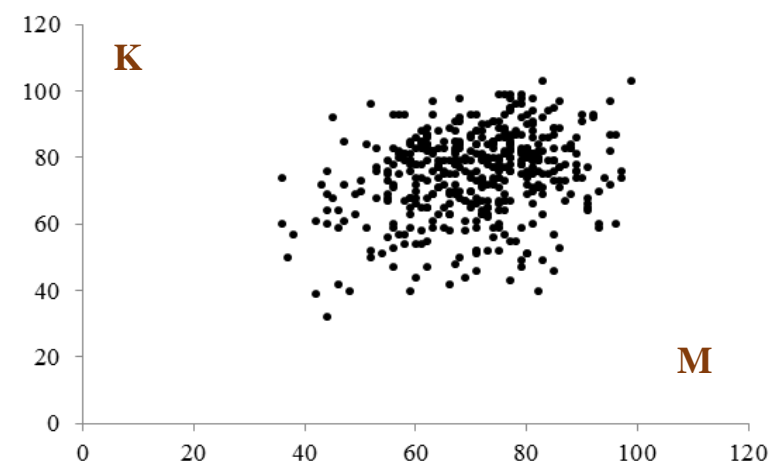
GENERATOR:

$\varphi: [0, 1] \rightarrow [0, \infty]$, $\varphi(1) = 0$, $\varphi(0) = \infty$, ściśle malejąca, wypukła



Funkcja łącząca	$\varphi(t)$
Frank	$-\ln \frac{e^{-at} - 1}{e^{-a} - 1}$
Clayton	$t^{-a} - 1$
Gumbel	$(-\ln t)^a$

Empiryczne dane dotyczące wieku zgodny małżonków tj. mężów w wieku powyżej x_0 lat i żon w wieku powyżej y_0 lat.



Procedura wyboru „najlepiej dopasowanej” do danych funkcji łączącej :

- 1) ustalamy rodziny funkcji łączących,
- 2) na podstawie danych empirycznych wyznaczamy współczynnik korelacji (np. τ Kendalla)
- 3) z każdej rodziny wybieramy funkcję łączącą odpowiadającą τ ,
- 4) stosując odpowiednie kryterium wybieramy funkcję łączącą.

PRZYKŁADY NUMERYCZNE

Elementy umowy/kontraktu

- określenie przepływów pieniężnych wynikających z realizacji umowy
- wybór stopy procentowej związanej z analizą przepływów pieniężnych w czasie
- oszacowanie szans (np. prawdopodobieństwa) zaistnienia zdarzenia powodujących realizację przepływów pieniężnych

STRUKTURA PROBABILISTYCZNA:

- niezależność : Tablice Trwania Życia 2011 dla Dolnego Śląska
- zależność : Dane GUS z 2011 dla Dolnego Śląska; $x_0 = y_0 = 60$

współczynnik korelacji Kendalla między T_{60}^M i T_{60}^W : $\tau = 0.076$

Gumbel copula: $C(u, v) = \exp\left(-\left((-\ln u)^\alpha + (-\ln v)^\alpha\right)^{\frac{1}{\alpha}}\right)$ gdzie $\alpha = 1.0786$.

PRZYKŁADY NUMERYCZNE

Elementy umowy/kontraktu

- określenie przepływów pieniężnych wynikających z realizacji umowy
- wybór stopy procentowej związanej z analizą przepływów pieniężnych w czasie
- oszacowanie szans (np. prawdopodobieństwa) zaistnienia zdarzenia powodujących realizację przepływów pieniężnych

STOPA PROCENTOWA:

- Dane obligacje o stałym oprocentowaniu i obligacje zerokuponowe z dnia 03.03.2015 r.
- Najlepiej dopasowany jest **model Svenssona** => długoterminowa stopa procentowa jest równa **2,1%**

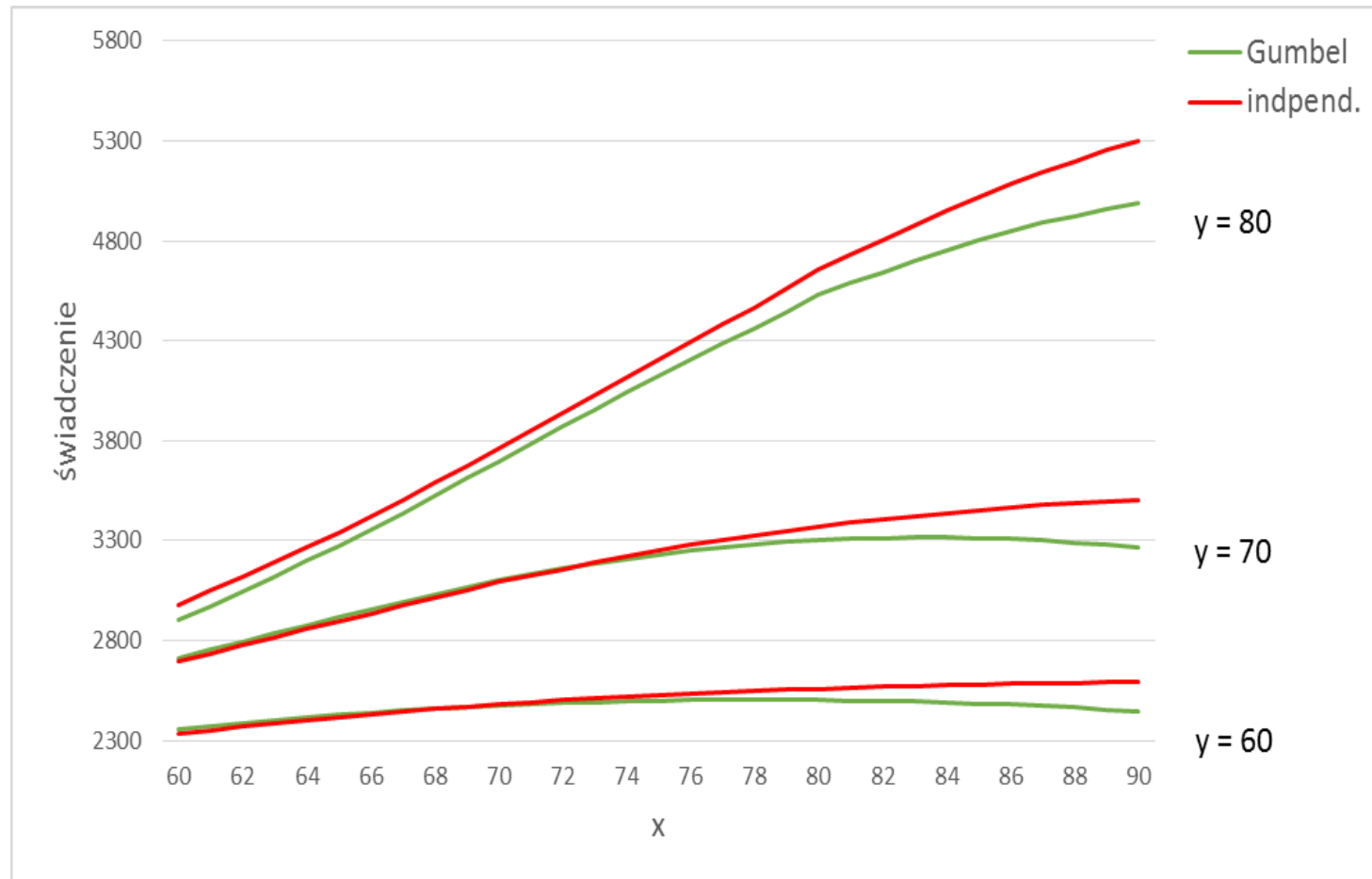
PRZYKŁADY NUMERYCZNE – MAŁŻEŃSKIE UBEZPIECZENIA NA ŻYCIE

ŚWIADCZENIA : $c^M = c^W = 1$; $c = c^M + c^W = 2$

SKŁADKI NETTO

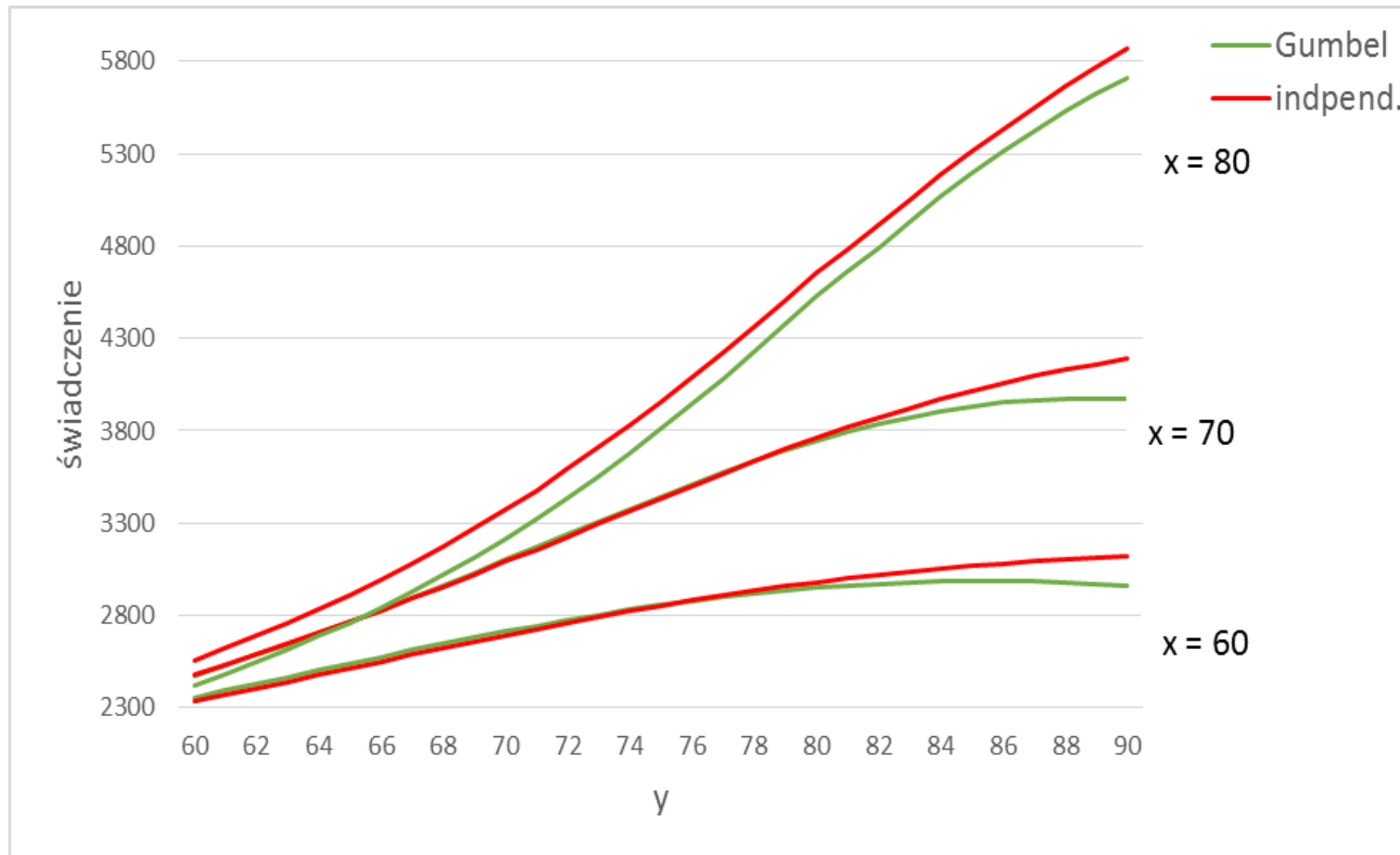
<i>(wiek męża, wiek żony) - (x, y)</i>	<i>(60, 60)</i>	<i>(65, 60)</i>	<i>(60, 65)</i>	<i>(65, 65)</i>
<i>Okres ubezpieczenia</i>	40	40	40	35
<i>Okres opłaty składek</i>	40	35	35	35
T_y^M, T_x^W - niezależne; $r = 2.1\%$				
<i>Składka jednorazowa - π</i>	1.298378	1.341719	1.348619	1.392516
<i>Składka okresowa - p</i>	0.100589	0.116768	0.112917	0.128969
T_y^M, T_x^W - zależne ; $r = 2.1\%$				
<i>Składka jednorazowa - π</i>	1.298377	1.338764	1.346594	1.389498
<i>Składka okresowa - p</i>	0.099013	0.114646	0.110538	0.125823

PRZYKŁADY NUMERYCZNE – MAŁŻEŃSKIE RENTY HIPOTECZNE



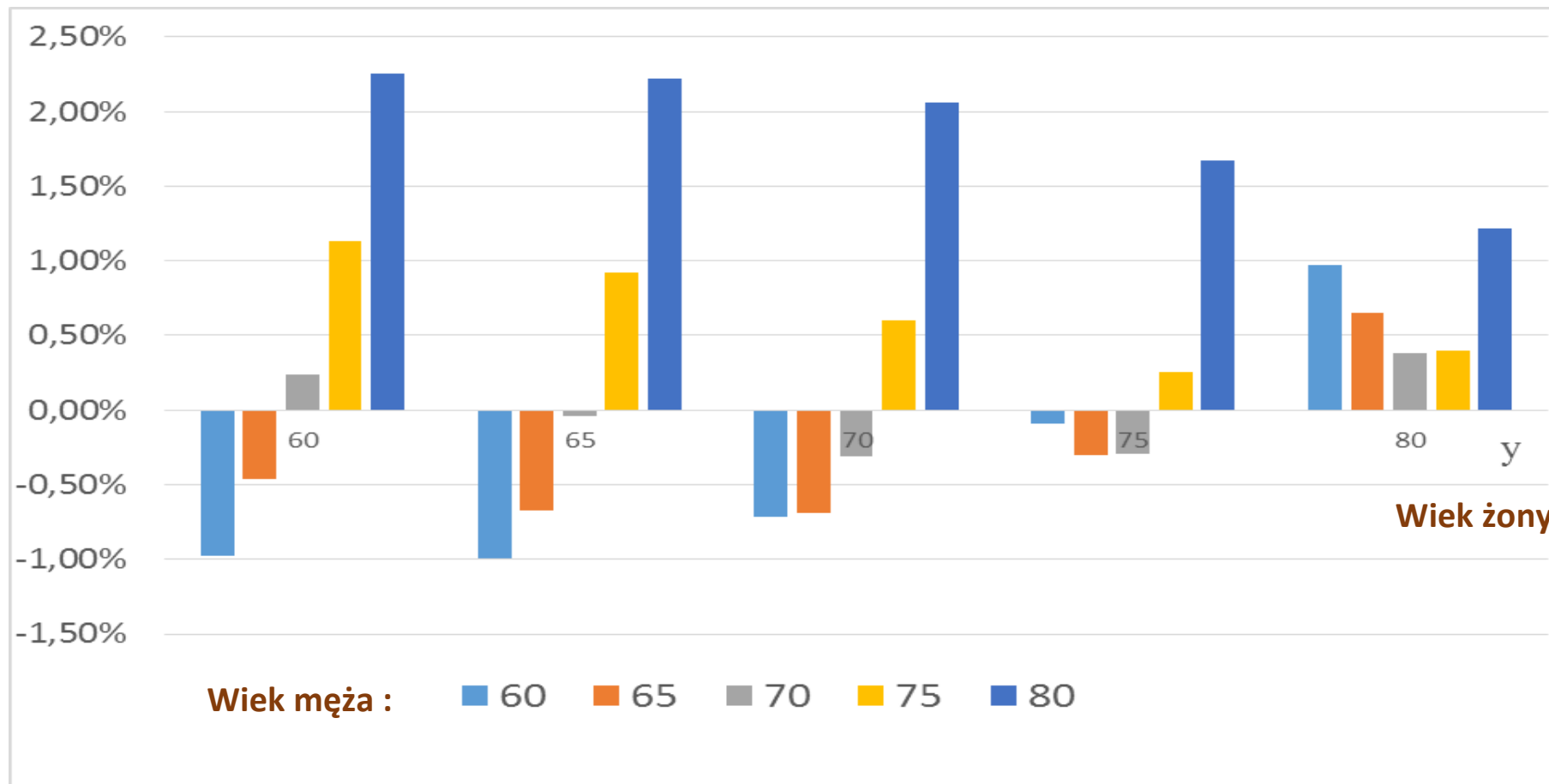
Świadczenia dla kobiet w zależności od wieku mężczyzn
(wartość nieruchomości $W = 100000$ PLN oraz $\alpha = 50\%$)

PRZYKŁADY NUMERYCZNE – MAŁŻEŃSKIE RENTY HIPOTECZNE



Świadczenia dla mężczyzn w zależności od wieku kobiet
(wartość nieruchomości $W = 100000$ PLN oraz $\alpha = 50\%$)

PRZYKŁADY NUMERYCZNE - MAŁŻEŃSKIE RENTY HIPOTECZNE



Przyrost względny między świadczeniem w przypadku niezależności i zależności (Gumbel) przyszłych czasów trwania życia małżonków

DZIEKUJĘ ZA UWAGĘ

Żona pyta męża:

- *Czy widziałeś kiedyś pocięty banknot 100 zł?*
- *Tak.*
- *A widziałeś pocięty banknot 200 zł?*
- *Tak - odpowiada lekko poirytowany.*
- *A widziałeś, jak wygląda pocięte 50 000 zł?*
- *Nie - zaciekawia się mąż*
- *To sobie zobacz, stoi w garażu.*