

Logiki Deskryptywne

Tomasz Gogacz

Uniwersytet Warszawski

tgogacz@mimuw.edu.pl

Szkoła Matematyki Poglądowej
24 sierpnia 2025



1 Introduction

Description logics are AI formalisms that allow one to represent domain knowledge by focusing on classes of objects [Brachman, 1977] and their relationships [Woods, 1975], and by offering specialized inferences on the class structure.

DE GIACOMO AND LENZERINI, IJCAI'95

Reprezentacja wiedzy w FO

$\forall x \text{ Czlowiek}(x) \rightarrow \exists y \text{ Czlowiek}(y) \wedge \text{matka}(x, y)$

Plusy

- uniwersalność
- jednoznaczna semantyka

Minusy

- wnioskowanie w FO jest TRUDNE

Nazwa

- Terminological Systems
- Concept Languages
- Description Logics

Sedno kompromisów

- Siła wyrazu
- złożoność procesu wnioskowania

Składnia: bazowe składniki

Elementy

adam, kasia, janusz, bartek

Koncepty (atomowe)

Człowiek, Lekarz, Polak, Ssak

Relacje

rodzic, leczy, mieszkaW, zna

Składnia: koncepty złożone

Przekroje

$C \sqcap D$

Kwantyfikatory

$\exists \text{dziecko.Czlowiek}, \forall \text{dziecko.Czlowiek}$

Negacja

$\text{Czlowiek} \sqcap \neg \text{Samica}$

Liczenie

$\geq 3 \text{ dziecko.Czlowiek} \sqcap \text{Samiec}$

$$C \sqsubseteq D$$

$$C \sqsubseteq D$$

Aksjomatyzacja matki

$Matka \sqsubseteq Czlowiek \sqcap Samica \sqcap \exists x dziecko.Czlowiek$

$Matka \sqsupseteq Czlowiek \sqcap Samica \sqcap \exists x dziecko.Czlowiek$

$$C \sqsubseteq D$$

Aksjomatyzacja matki

$Matka \sqsubseteq Czlowiek \sqcap Samica \sqcap \exists x dziecko.Czlowiek$

$Matka \sqsupseteq Czlowiek \sqcap Samica \sqcap \exists x dziecko.Czlowiek$

"Gdzie kucharek 6, tam nie ma co jesc"

$\geq 6 gotuje.Kobieta \sqsubseteq \neg \exists znajdujesie.Jadalne$

$$C \sqsubseteq D$$

Aksjomatyzacja matki

$Matka \sqsubseteq Czlowiek \sqcap Samica \sqcap \exists x dziecko.Czlowiek$

$Matka \sqsupseteq Czlowiek \sqcap Samica \sqcap \exists x dziecko.Czlowiek$

"Gdzie kucharek 6, tam nie ma co jesc"

$\geq 6 gotuje.Kobieta \sqsubseteq \neg \exists znajduje.sie.Jadalne$

"Nie będzie Niemiec pluł nam w twarz"

$Niemiec \sqsubseteq \neg \exists plujew.(Twarz \sqcap \exists nalezy.Polak)$

TBox: Terminology

Lekarz $\sqsubseteq$ *Czlowiek*

Pies $\sqcap$ *Czlowiek* $\sqsubseteq \perp$

ABox: Assertional Knowledge

Pies(burek), *Lekarz(piotr)*, *leczy(piotr, burek)*

instance checking

Czlowiek(piotr)?

knowledge base consistency

$TBox \rightarrow ABox = \emptyset ?$

CLASSIC (AT&T)

Informacje o kodzie dużego projektu

LaSSIE

"the function to generate a dial tone."

Galen

baza terminów medycznych, setki tysięcy konceptów

$\mathcal{AL}$ attributive Language

C, D	$\rightarrow$	A		(atomic concept)
		$\perp$		(bottom concept)
		$\top$		(universal concept)
		$\neg A$		(atomic negation)
		$C \sqcap D$		(intersection)
		$\forall r. C$		(value restriction)
		$\exists r. \top$		(limited existential quantification)

$$\mathcal{AL}[\mathcal{U}\mathcal{E}\mathcal{C}\mathcal{N}\mathcal{O}\mathcal{I}\mathcal{H}\mathcal{F}]$$

$\mathcal{A}\mathcal{L}$ attributive language

$\mathcal{C}$ complemet

$\mathcal{U}$ unions

$\mathcal{N}$ number restrictions

$\mathcal{I}$ inverses

$\mathcal{O}$ nominals (stałe)

$\mathcal{H}$ role hierarchy

$\mathcal{F}$ functionality

$\vdots$

Złożoność ($C \sqsubseteq D$)

PTime

$\mathcal{AL}(\cdot)$

$\mathcal{AL}\mathcal{I}$

NP

$\mathcal{ALC}(\sqcap)$

PSpace

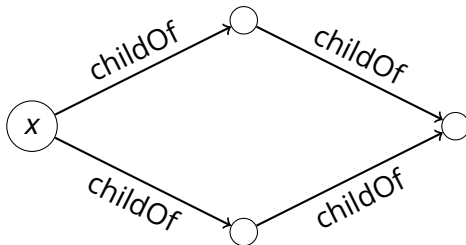
$\mathcal{ALC}(\sqcup, \sqcap, \cdot)$

$\mathcal{ALN}$

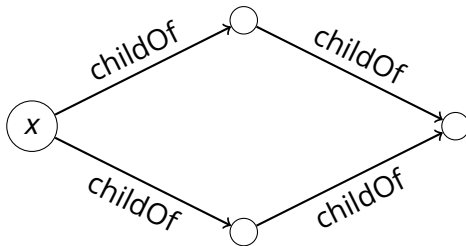
NExpTime

$\mathcal{ALC}(\sqcup, \sqcap, \neg)$

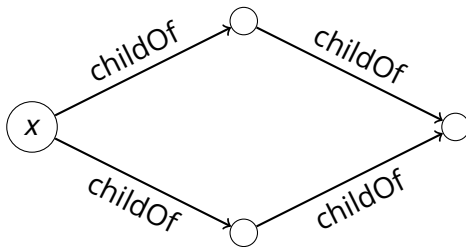
Złożoność (zapytania koniuncyjne)



Złożoność (zapytania koniuncyjne)



Złożoność (zapytania koniuncyjne)



To mamy odpowiedź czy nie?

Kryptografia (RSA)

- 2^n
- $n = 2048$
- Bezpieczne, nikt tego nie złamie

To mamy odpowiedź czy nie?

Kryptografia (RSA)

- 2^n
- $n = 2048$
- Bezpieczne, nikt tego nie złamie

Logiki Deskryptywne (Terminy medyczne)

- 2^{2^n}
- $n = 500'000$
- Ok, jedziemy z implementacją!

Tableaux algorithm

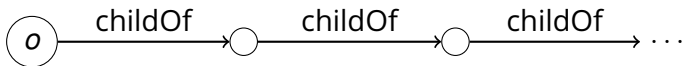
- $\sqcap$ -rule if 1. $(C \sqcap D) \in \mathcal{L}(x)$
 2. $\{C, D\} \not\subseteq \mathcal{L}(x)$
 then $\mathcal{L}(x) \longrightarrow \mathcal{L}(x) \cup \{C, D\}$
- $\sqcup$ -rule if 1. $(C \sqcup D) \in \mathcal{L}(x)$
 2. $\{C, D\} \cap \mathcal{L}(x) = \emptyset$
 then *either* $\mathcal{L}(x) \longrightarrow \mathcal{L}(x) \cup \{C\}$
 or $\mathcal{L}(x) \longrightarrow \mathcal{L}(x) \cup \{D\}$
- $\exists$ -rule if 1. $\exists R.C \in \mathcal{L}(x)$
 2. there is no y s.t. $\mathcal{L}(\langle x, y \rangle) = R$ and $C \in \mathcal{L}(y)$
 then create a new node y and edge $\langle x, y \rangle$
 with $\mathcal{L}(y) = \{C\}$ and $\mathcal{L}(\langle x, y \rangle) = R$
- $\forall$ -rule if 1. $\forall R.C \in \mathcal{L}(x)$
 2. there is some y s.t. $\mathcal{L}(\langle x, y \rangle) = R$ and $C \notin \mathcal{L}(y)$
 then $\mathcal{L}(y) \longrightarrow \mathcal{L}(y) \cup \{C\}$

Przykład

- TBox: $Human \sqsubseteq \exists childOf.Human$
- ABox: $Human(o)$

Przykład

- TBox: $Human \sqsubseteq \exists childOf.Human$
- ABox: $Human(o)$



Bardziej współczesne implementacje

Snomed-rt + UK Clinical Terms

Ustandaryzowane słownictwo medyczne po angielsku

FLEX

ALCQRIFO + wnioskowanie o liczbach całkowitych

A

LCQRIFO + wnioskowanie o liczbach rzeczywistych

FO^2

$$\forall x (P(x) \rightarrow \exists y \forall x \neg R(x, y, y) \wedge \forall y S(y, x) \wedge \forall x \forall y R(x, y, x))$$

Logiki z dwiema zmiennymi

FO^2

$$\forall x (P(x) \rightarrow \exists y \forall x \neg R(x, y, y) \wedge \forall y S(y, x) \wedge \forall x \forall y R(x, y, x))$$

C^2

$$\forall x \left(P(x) \rightarrow (\exists^{\geq 2} y (Q(y) \wedge R(x, y)) \wedge \forall y (P(y) \rightarrow S(y)) \wedge \right. \\ \left. \exists^{=1} y (T(x, y) \wedge \neg U(y))) \right)$$

Dziękuję za uwagę!

