



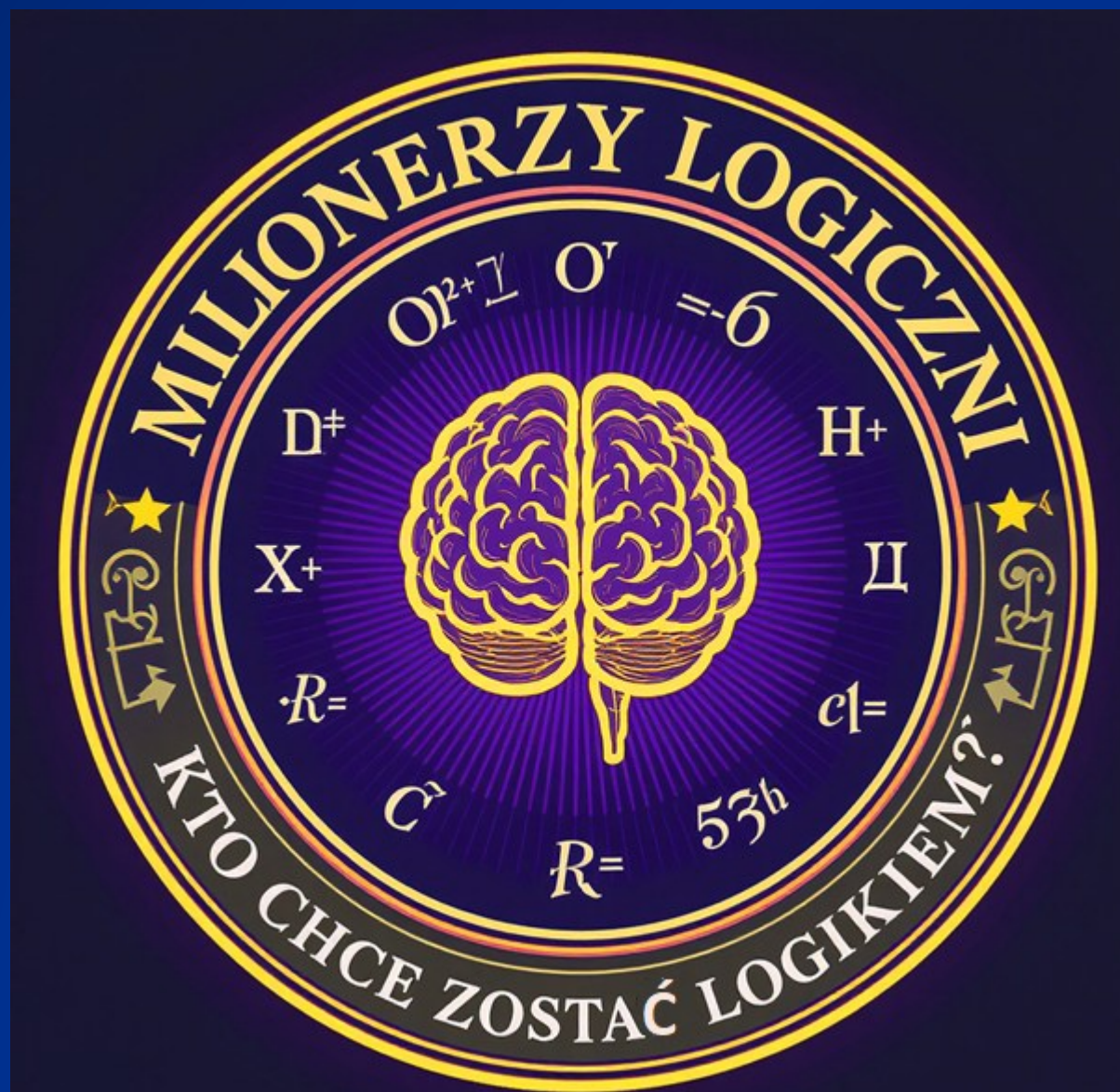
Akademia Nauk Stosowanych
im. Stanisława Staszica w Pile

Tomasz Bartnicki,
Zofia Miechowicz

Na zawsze nierozstrzygnięte

24.08.2025 Gliwice







ELIMINACJE

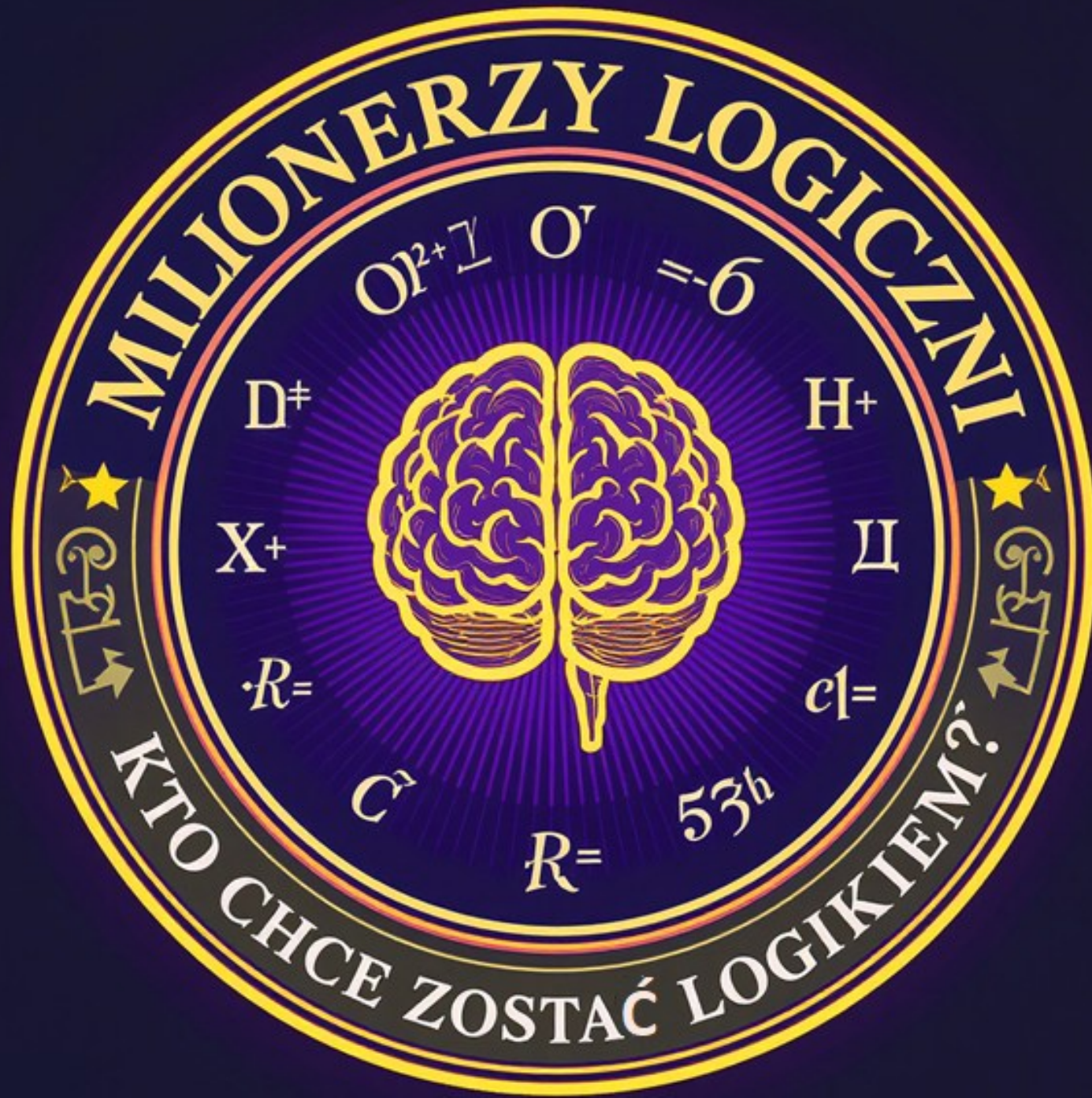
Uporządkuj nazwiska wybitnych matematyków,
zaczynając od tego, który urodził się najwcześniej

A: Stefan Banach

B: Leonhard Euler

C: Paul Erdős

D: Bernhard Riemann



Uporządkuj nazwiska
wybitnych matematyków,
zaczynając od tego, który
urodził się najwcześniej

B: Leonhard Euler (1707)

D: Bernhard Riemann (1826)

A: Stefan Banach (1892)

C: Paul Erdős (1913)



Zofia Miechowicz

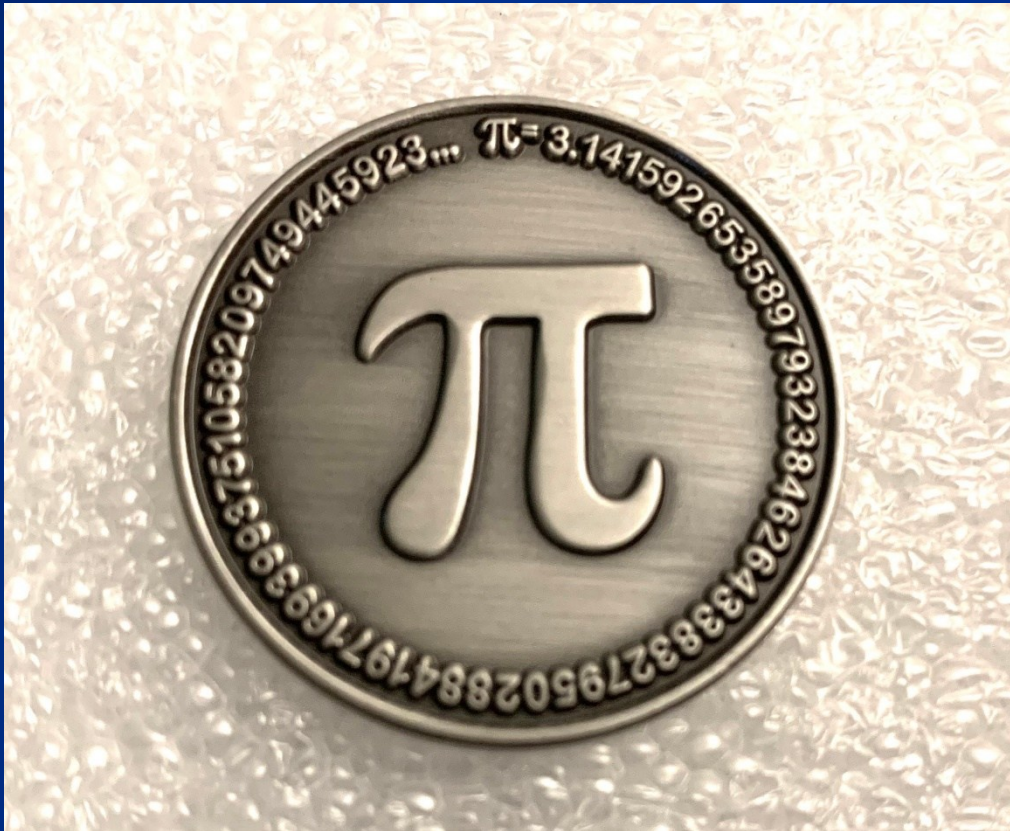


Zofia Miechowicz

1.729 s



1 000 000 mathcoins



- 8  1 MILLION mc
- 7  500 000 mc
- 6  250 000 mc
- 5  125 000 mc
- 4  70 000 mc
- 3  20 000 mc
- 2  10 000 mc
- 1  5 000 mc



8	1 MILLION mc
7	500 000 mc
6	250 000 mc
5	125 000 mc
4	70 000 mc
3	20 000 mc
2	10 000 mc
1	5 000 mc



- 8 1 MILLION mc
- 7 500 000 mc
- 6 250 000 mc
- 5 125 000 mc
- 4 70 000 mc
- 3 20 000 mc
- 2 10 000 mc
- 1  5 000 mc



50:50



Kto jako pierwszy sformułował hipotezę
continuum?

- 8 1 MILION mc
- 7 500 000 mc
- 6 250 000 mc
- 5 125 000 mc
- 4 70 000 mc
- 3 20 000 mc
- 2 10 000 mc
- 1  5 000 mc



50:50



Kto jako pierwszy sformułował hipotezę
continuum?

A: Ernst Zermelo

B: Kurt Gödel

C: Paul Cohen

D: George Cantor

- 8 1 MILION mc
- 7 500 000 mc
- 6 250 000 mc
- 5 125 000 mc
- 4 70 000 mc
- 3 20 000 mc
- 2 10 000 mc
- 1  5 000 mc



50:50



Kto jako pierwszy sformułował hipotezę
continuum?

A: Ernst Zermelo

B: Kurt Gödel

C: Paul Cohen

D: George Cantor

- 8 1 MILION mc
- 7 500 000 mc
- 6 250 000 mc
- 5 125 000 mc
- 4 70 000 mc
- 3 20 000 mc
- 2 10 000 mc
- 1  5 000 mc



50:50



Kto jako pierwszy sformułował hipotezę
continuum?

A: Ernst Zermelo

B: Kurt Gödel

C: Paul Cohen

D: George Cantor

- 8 1 MILION mc
- 7 500 000 mc
- 6 250 000 mc
- 5 125 000 mc
- 4 70 000 mc
- 3 20 000 mc
- 2 10 000 mc
- 1  5 000 mc

Hipoteza continuum

$\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ - równoliczne **przeliczalne**

$$|\mathbb{N}| = |\mathbb{Z}| = |\mathbb{Q}|$$

$$|\mathbb{N}| < |\mathbb{R}|$$

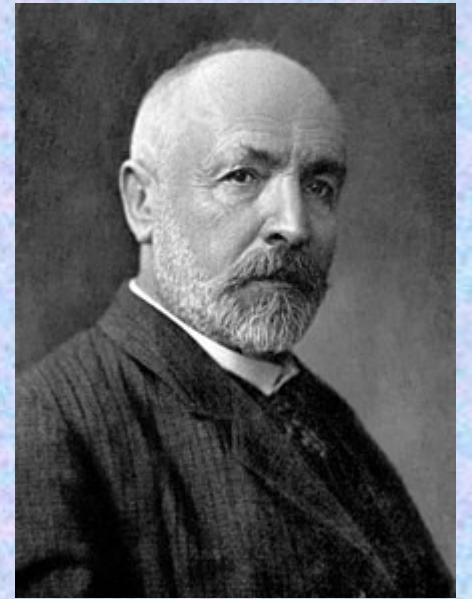
da się ustawić w ciąg

$\mathbb{R}$ - nie da się ustawić w ciąg **nieprzeliczalne**

liczby kardynalne

$$|\mathbb{N}| = \aleph_0 \text{ (alef zero)}$$

$$|\mathbb{R}| = \mathfrak{c} = 2^{\aleph_0} \text{ (continuum)}$$



George Cantor
(1845-1918)
Niemcy

Hipoteza continuum

$$\mathbb{N} \subset \dots \subset \mathbb{R}$$

1878

$$|\mathbb{N}| < |X| < |\mathbb{R}|$$

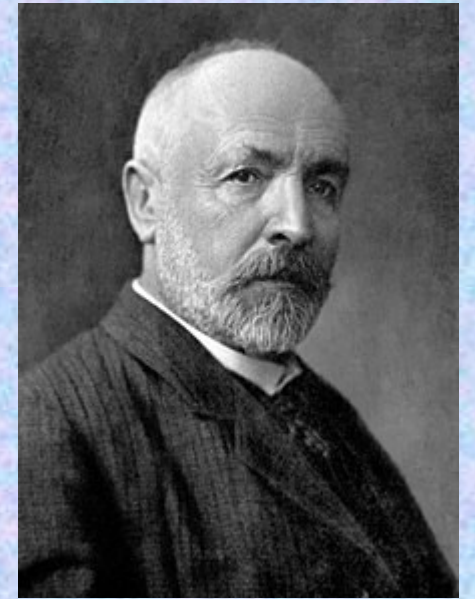
$$\aleph_0 < ? < \mathfrak{c}$$

Hipoteza continuum

$\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ - równoliczne **przeliczalne**

da się ustawić w ciąg
 $|\mathbb{N}| = |\mathbb{Z}| = |\mathbb{Q}|$ $|\mathbb{N}| < |\mathbb{R}|$

$\mathbb{R}$ - nie da się ustawić w ciąg **nieprzeliczalne**



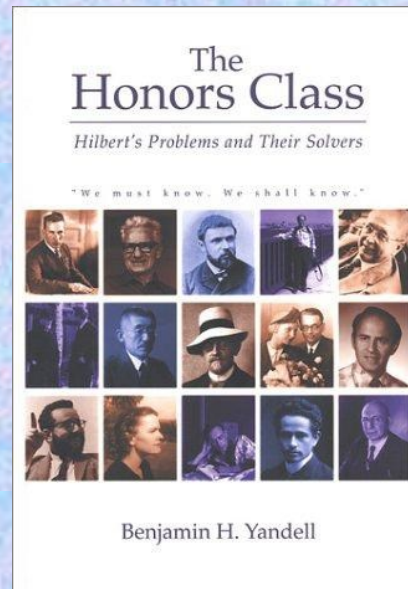
George Cantor
(1845-1918)
Niemcy



David Hilbert
(1862-1943)
Niemcy

1900

Pierwszy problem Hilberta



Hipoteza continuum

$$\mathbb{N} \subset \dots \subset \mathbb{R}$$

1878

$$|\mathbb{N}| < |X| < |\mathbb{R}|$$

$$\aleph_0 < ? < \mathfrak{c}$$



- 8 1 MILLION mc
- 7 500 000 mc
- 6 250 000 mc
- 5 125 000 mc
- 4 70 000 mc
- 3 20 000 mc
- 2 10 000 mc
- 1  5 000 mc



- 8 1 MILLION mc
- 7 500 000 mc
- 6 250 000 mc
- 5 125 000 mc
- 4 70 000 mc
- 3 20 000 mc
- 2  10 000 mc
- 1  5 000 mc



Co obecnie wiadomo o hipotezie continuum?

- 8 1 MILION mc
- 7 500 000 mc
- 6 250 000 mc
- 5 125 000 mc
- 4 70 000 mc
- 3 20 000 mc
- 2  10 000 mc
- 1  5 000 mc



50:50



Co obecnie wiadomo o hipotezie continuum?

A: Jest prawdziwa

B: Jest fałszywa

C: Jest nadal otwarta

D: Jest niezależna od
aksjomatów ZF

- 8 1 MILION mc
- 7 500 000 mc
- 6 250 000 mc
- 5 125 000 mc
- 4 70 000 mc
- 3 20 000 mc
- 2  10 000 mc
- 1  5 000 mc



Co obecnie wiadomo o hipotezie continuum?

A: Jest prawdziwa

B: Jest fałszywa

C: Jest nadal otwarta

D: Jest niezależna od
aksjomatów ZF

- 8 1 MILION mc
- 7 500 000 mc
- 6 250 000 mc
- 5 125 000 mc
- 4 70 000 mc
- 3 20 000 mc
- 2  10 000 mc
- 1  5 000 mc



Co obecnie wiadomo o hipotezie continuum?

A: Jest prawdziwa

B: Jest fałszywa

C: Jest nadal otwarta

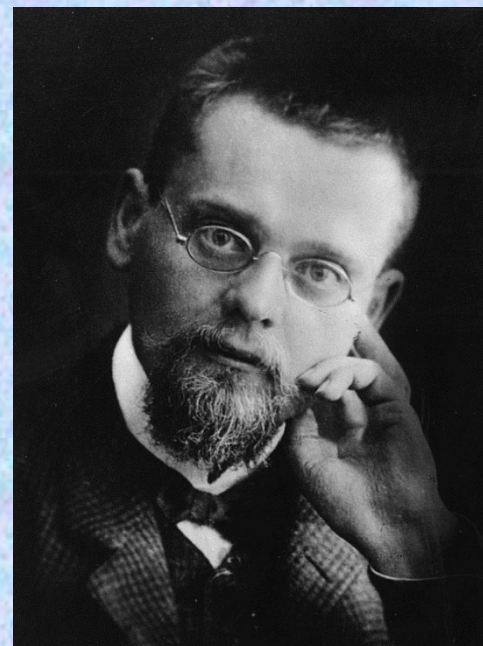
D: Jest niezależna od
aksjomatów ZF

- 8 1 MILION mc
- 7 500 000 mc
- 6 250 000 mc
- 5 125 000 mc
- 4 70 000 mc
- 3 20 000 mc
- 2  10 000 mc
- 1  5 000 mc

Aksjomaty teorii mnogości

kilka aksjomatów (nie wszystkie)

- ☼ Istnieje zbiór pusty.
aksjomat zbioru pustego $\emptyset$ $\{\}$
- ☼ Zbiory, które mają te same elementy są równe.
aksjomat ekstensjonalności
- ☼ Dla dowolnych zbiorów A i B istnieje zbiór, do którego należą wszystkie elementy A oraz wszystkie elementy B i nic poza tym.
aksjomat sumy
- ☼ Istnieje zbiór nieskończony.
aksjomat nieskończoności $\iff$ indukcja
- ☼ Dla dowolnej rodziny zbiorów niepustych i parami rozłącznych istnieje selektor
aksjomat wyboru (axiom of choice)



Ernst Zermelo

(1871-1953)

Niemcy



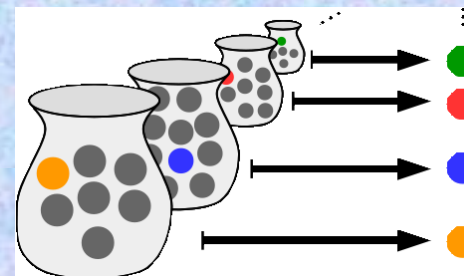
Abraham Fraenkel

(1891-1965)

Niemcy

Aksjomaty Zermelo-Fraenkela

ZFC, 1930



Hipoteza continuum

Hipoteza continuum

$$\aleph_0 < \cancel{?} < \mathfrak{c}$$

Hipoteza continuum jest niezależna od aksjomatów teorii mnogości

Gödel poszedł dalej...

Twierdzenie o niezupełności

Każdy niesprzeczny system formalny pierwszego rzędu, zawierający w sobie aksjomaty Peano, musi być niezupełny.

Twierdzenie o niedowodliwości niesprzeczności

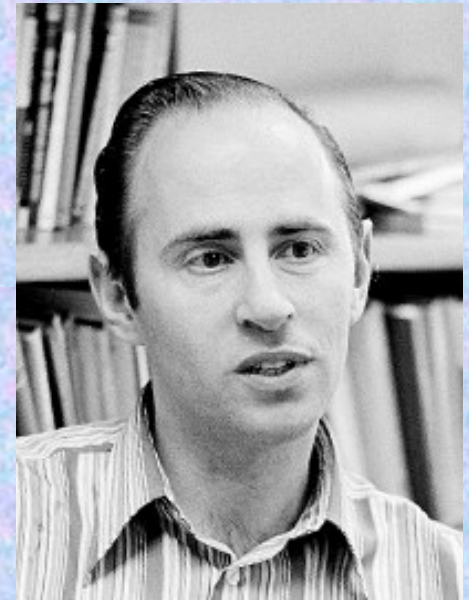
W ramach żadnego niesprzecznego systemu formalnego pierwszego rzędu zawierającego w sobie aksjomaty Peano nie da się środkami tego systemu dowieść jego niesprzeczności.



Kurt Gödel
(1906-1978)
Austria

Hipoteza continuum jest niesprzeczna z ZFC

1940



Paul Cohen
(1934-2007)
USA

Hipoteza continuum jest niezależna od ZFC

1963



1966



- 8 1 MILLION mc
- 7 500 000 mc
- 6 250 000 mc
- 5 125 000 mc
- 4 70 000 mc
- 3 20 000 mc
- 2  10 000 mc
- 1  5 000 mc



- 8 1 MILLION mc
- 7 500 000 mc
- 6 250 000 mc
- 5 125 000 mc
- 4 70 000 mc
- 3  20 000 mc
- 2  10 000 mc
- 1  5 000 mc



Z którym słynnym fizykiem Kurt Gödel
przyjaźnił się i spacerował po Princeton?

- 8 1 MILION mc
- 7 500 000 mc
- 6 250 000 mc
- 5 125 000 mc
- 4 70 000 mc
- 3  20 000 mc
- 2  10 000 mc
- 1  5 000 mc



Z którym słynnym fizykiem Kurt Gödel
przyjaźnił się i spacerował po Princeton?

A: Albert Einstein

B: Richard Feynman

C: Stephen Hawking

D: Niels Bohr

8 1 MILION mc

7 500 000 mc

6 250 000 mc

5 125 000 mc

4 70 000 mc

3  20 000 mc

2  10 000 mc

1  5 000 mc



Z którym słynnym fizykiem Kurt Gödel
przyjaźnił się i spacerował po Princeton?

A: Albert Einstein

B: Richard Feynman

C: Stephen Hawking

D: Niels Bohr

8 1 MILION mc

7 500 000 mc

6 250 000 mc

5 125 000 mc

4 70 000 mc

3  20 000 mc

2  10 000 mc

1  5 000 mc



50:50



Z którym słynnym fizykiem Kurt Gödel
przyjaźnił się i spacerował po Princeton?

A: Albert Einstein

B: Richard Feynman

C: Stephen Hawking

D: Niels Bohr

8 1 MILION mc

7 500 000 mc

6 250 000 mc

5 125 000 mc

4 70 000 mc

3  20 000 mc

2  10 000 mc

1  5 000 mc



- 8 1 MILLION mc
- 7 500 000 mc
- 6 250 000 mc
- 5 125 000 mc
- 4 70 000 mc
- 3  20 000 mc
- 2  10 000 mc
- 1  5 000 mc



- 8 1 MILLION mc
- 7 500 000 mc
- 6 250 000 mc
- 5 125 000 mc
- 4  70 000 mc
- 3  20 000 mc
- 2  10 000 mc
- 1  5 000 mc

??????????????

NA ZAWSZE
NIEROZSTRZYgniĘTE

Zagadkowy
przewodnik
po twierdzeniach
Gödla



Kto jest autorem tej książki?



50:50



- 8 1 MILION mc
- 7 500 000 mc
- 6 250 000 mc
- 5 125 000 mc
- 4  70 000 mc
- 3  20 000 mc
- 2  10 000 mc
- 1  5 000 mc

??????????????

NA ZAWSZE
NIEROZSTRZYgniĘTE
Zagadkowy
przewodnik
po twierdzeniach
Gödla

Kto jest autorem tej książki?

A: Ian Stewart

B: Raymond Smullyan

C: Zdzisław Pogoda

D: Martin Gardner



50:50



- 8 1 MILION mc
- 7 500 000 mc
- 6 250 000 mc
- 5 125 000 mc
- 4  70 000 mc
- 3  20 000 mc
- 2  10 000 mc
- 1  5 000 mc

??????????????

NA ZAWSZE
NIEROZSTRZYgniĘTE
Zagadkowy
przewodnik
po twierdzeniach
Gödla

Kto jest autorem tej książki?

A: Ian Stewart

B: Raymond Smullyan

C: Zdzisław Pogoda

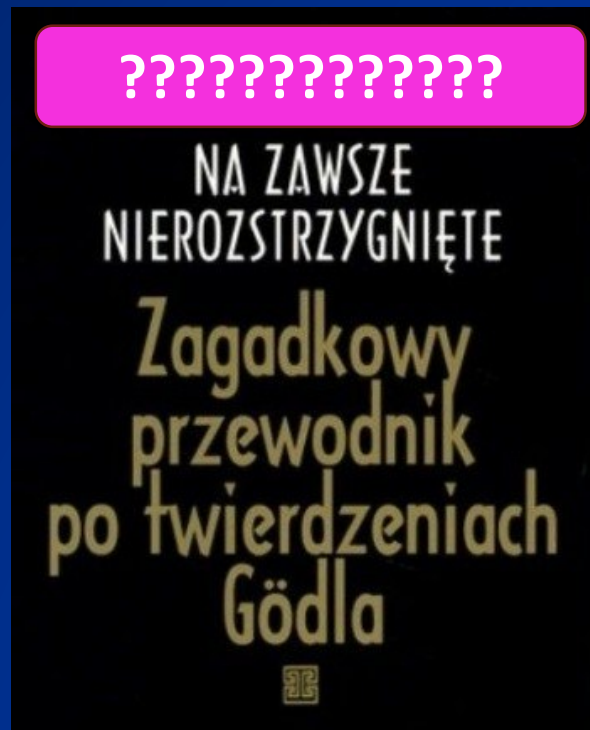
D: Martin Gardner



50:50



- 8 1 MILION mc
- 7 500 000 mc
- 6 250 000 mc
- 5 125 000 mc
- 4  70 000 mc
- 3  20 000 mc
- 2  10 000 mc
- 1  5 000 mc



Kto jest autorem tej książki?

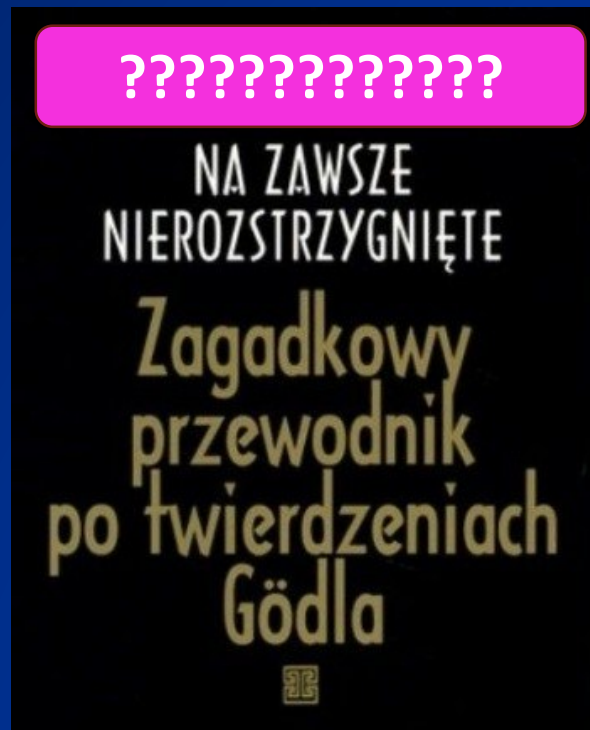
A: Ian Stewart

B: Raymond Smullyan

C: Zdzisław Pogoda

D: Martin Gardner

- | | | |
|---|---|-------------|
| 8 | | 1 MILION mc |
| 7 | | 500 000 mc |
| 6 | | 250 000 mc |
| 5 | | 125 000 mc |
| 4 | 🎁 | 70 000 mc |
| 3 | 🎁 | 20 000 mc |
| 2 | 🎁 | 10 000 mc |
| 1 | 🎁 | 5 000 mc |



Kto jest autorem tej książki?

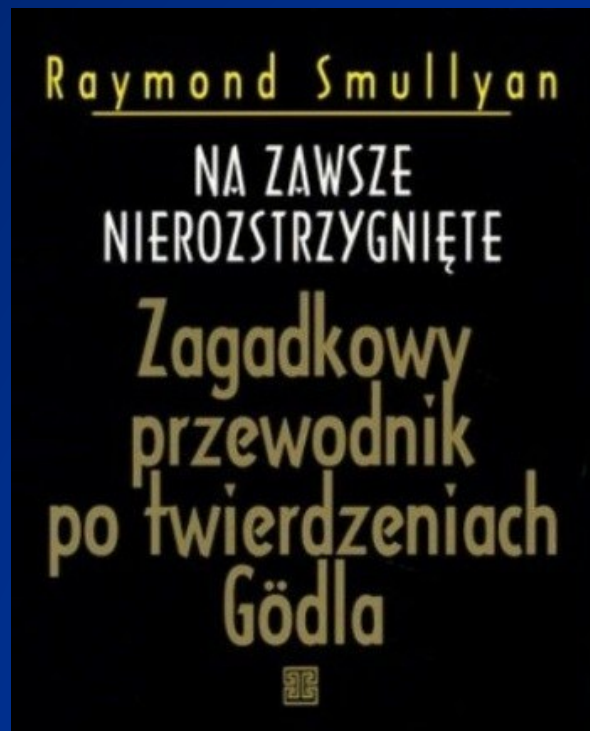
A: Ian Stewart

B: Raymond Smullyan

C: Zdzisław Pogoda

D: Martin Gardner

- | | | |
|---|---|-------------|
| 8 | | 1 MILION mc |
| 7 | | 500 000 mc |
| 6 | | 250 000 mc |
| 5 | | 125 000 mc |
| 4 | 🎁 | 70 000 mc |
| 3 | 🎁 | 20 000 mc |
| 2 | 🎁 | 10 000 mc |
| 1 | 🎁 | 5 000 mc |



Kto jest autorem tej książki?

A: Ian Stewart

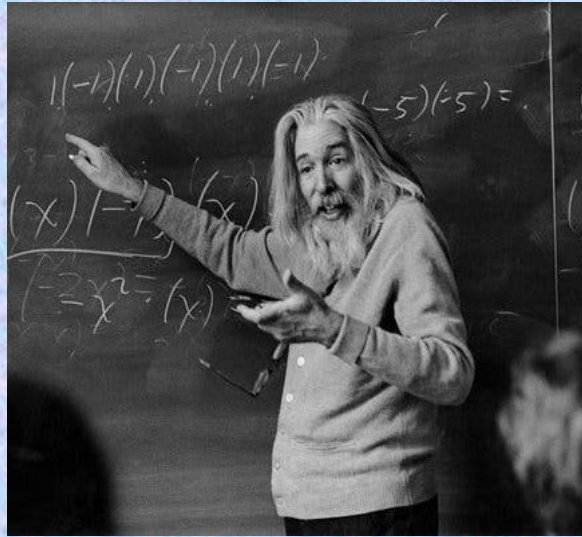
B: Raymond Smullyan

C: Zdzisław Pogoda

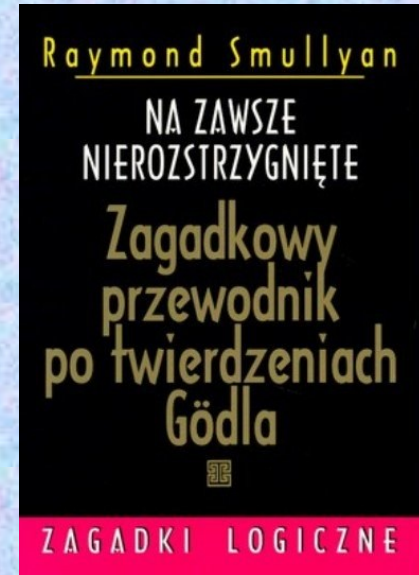
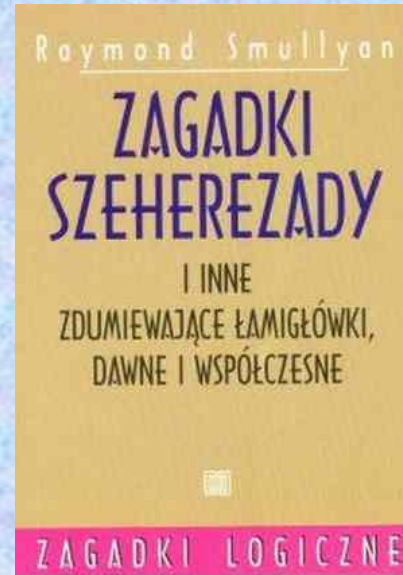
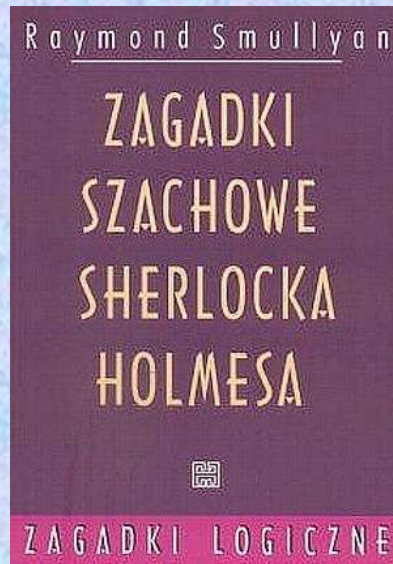
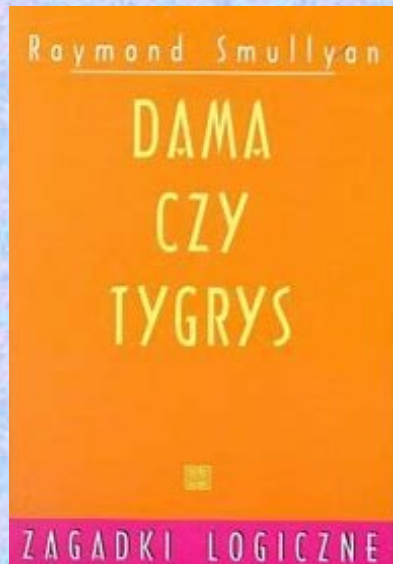
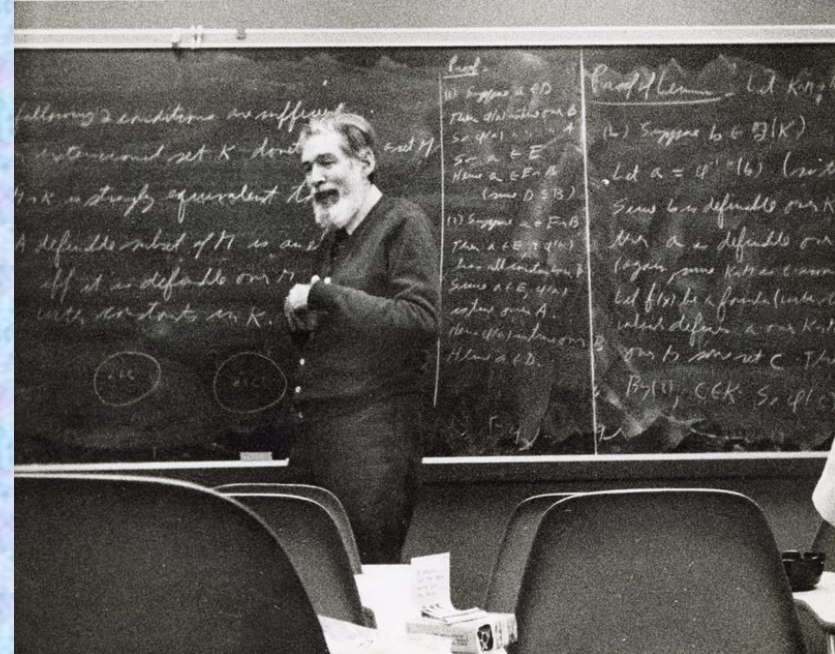
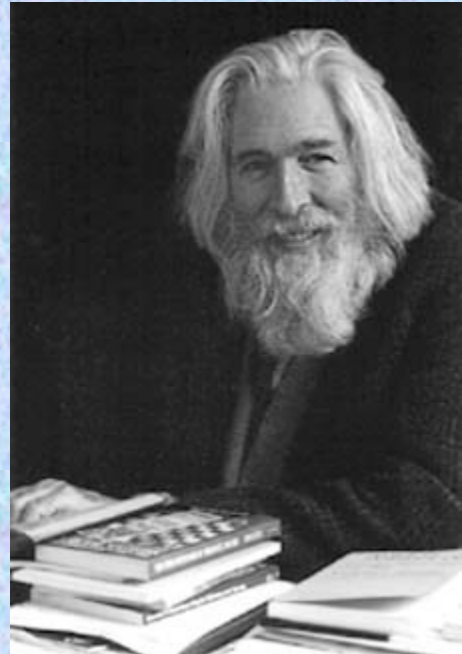
D: Martin Gardner

- 8 1 MILION mc
- 7 500 000 mc
- 6 250 000 mc
- 5 125 000 mc
- 4  70 000 mc
- 3  20 000 mc
- 2  10 000 mc
- 1  5 000 mc

Jaki jest tytuł tego slajdu?



Raymond Smullyan
(1919-2017) USA

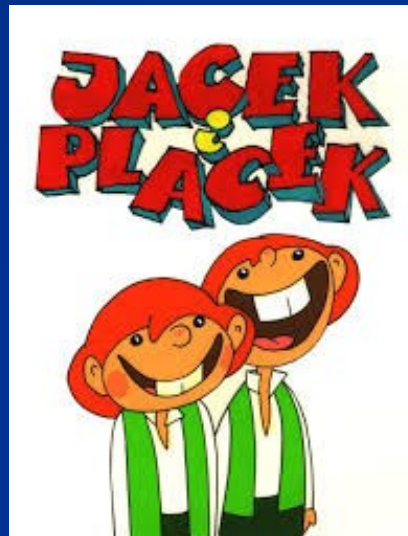
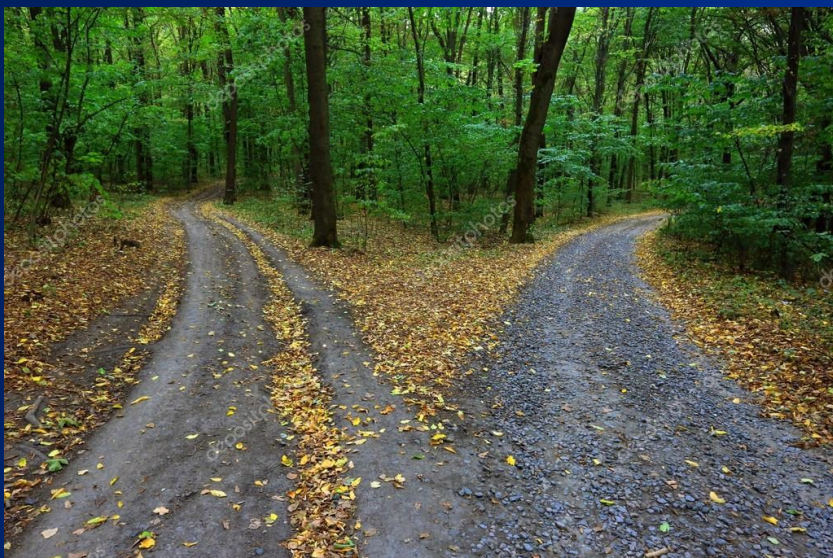




- 8 1 MILLION mc
- 7 500 000 mc
- 6 250 000 mc
- 5 125 000 mc
- 4  70 000 mc
- 3  20 000 mc
- 2  10 000 mc
- 1  5 000 mc

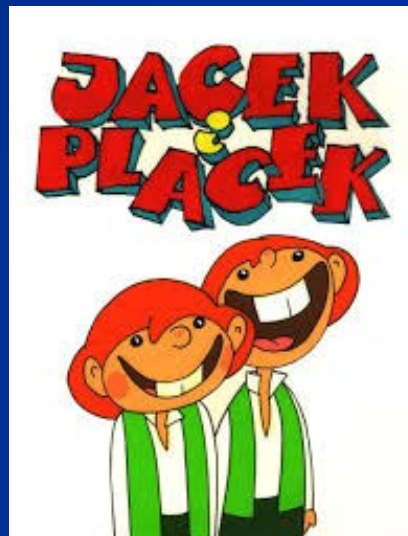
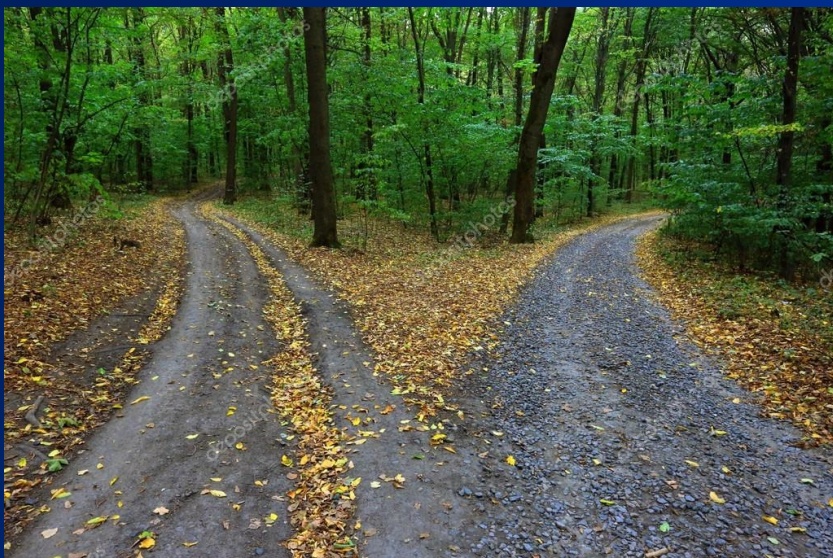


- 8 1 MILLION mc
- 7 500 000 mc
- 6 250 000 mc
- 5  125 000 mc
- 4  70 000 mc
- 3  20 000 mc
- 2  10 000 mc
- 1  5 000 mc



Na rozstaju dróg, z których jedna prowadzi do miasta spotykasz dwóch braci. Jeden z nich zawsze kłamie, a drugi zawsze mówi prawdę. Jaka jest najmniejsza liczba pytań, które należy im zadać, aby mieć pewność, która z dróg prowadzi do miasta?

- 8 1 MILION mc
- 7 500 000 mc
- 6 250 000 mc
- 5  125 000 mc
- 4  70 000 mc
- 3  20 000 mc
- 2  10 000 mc
- 1  5 000 mc



Na rozstaju dróg, z których jedna prowadzi do miasta spotykasz dwóch braci. Jeden z nich zawsze kłamie, a drugi zawsze mówi prawdę. Jaka jest najmniejsza liczba pytań, które należy im zadać, aby mieć pewność, która z dróg prowadzi do miasta?

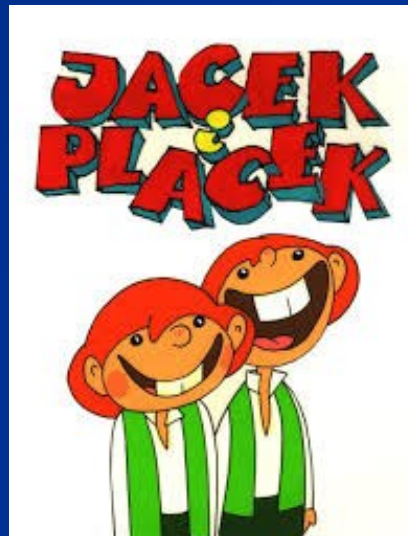
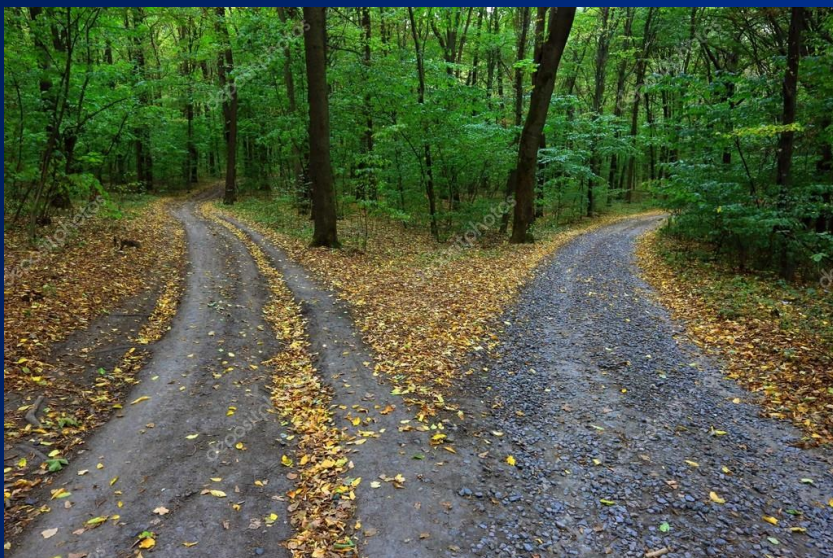
A: 1

B: 2

C: 3

D: nie będę mieć pewności

- 8 1 MILION mc
- 7 500 000 mc
- 6 250 000 mc
- 5  125 000 mc
- 4  70 000 mc
- 3  20 000 mc
- 2  10 000 mc
- 1  5 000 mc



Na rozstaju dróg, z których jedna prowadzi do miasta spotykasz dwóch braci. Jeden z nich zawsze kłamie, a drugi zawsze mówi prawdę. Jaka jest najmniejsza liczba pytań, które należy im zadać, aby mieć pewność, która z dróg prowadzi do miasta?

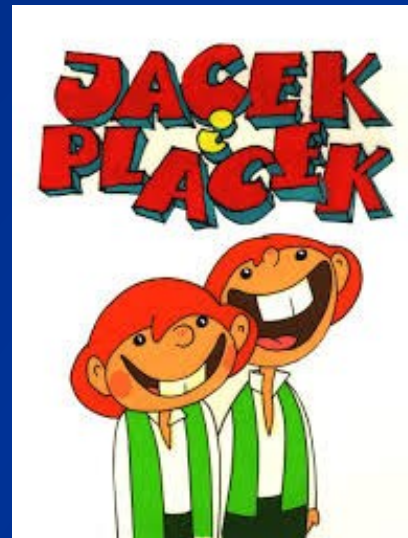
A: 1

B: 2

C: 3

D: nie będę mieć pewności

- 8 1 MILION mc
- 7 500 000 mc
- 6 250 000 mc
- 5  125 000 mc
- 4  70 000 mc
- 3  20 000 mc
- 2  10 000 mc
- 1  5 000 mc



Zapytaj jednego z braci, którą drogę do miasta wskazałby mi twój brat i...

...pójdź w przeciwnym kierunku.

Na rozstaju dróg, z których jedna prowadzi do miasta spotykasz dwóch braci. Jeden z nich zawsze kłamie, a drugi zawsze mówi prawdę. Jaka jest najmniejsza liczba pytań, które należy im zadać, aby mieć pewność, która z dróg prowadzi do miasta?

A: 1

B: 2

C: 3

D: nie będę mieć pewności

- 8 1 MILION mc
- 7 500 000 mc
- 6 250 000 mc
- 5  125 000 mc
- 4  70 000 mc
- 3  20 000 mc
- 2  10 000 mc
- 1  5 000 mc



- 8 1 MILLION mc
- 7 500 000 mc
- 6 250 000 mc
- 5  125 000 mc
- 4  70 000 mc
- 3  20 000 mc
- 2  10 000 mc
- 1  5 000 mc



8 1 MILLION mc

7 500 000 mc

6  250 000 mc

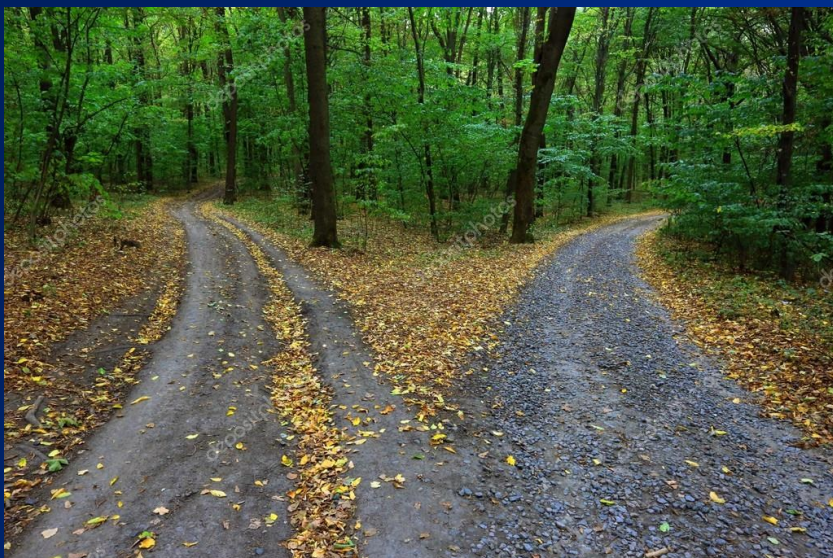
5  125 000 mc

4  70 000 mc

3  20 000 mc

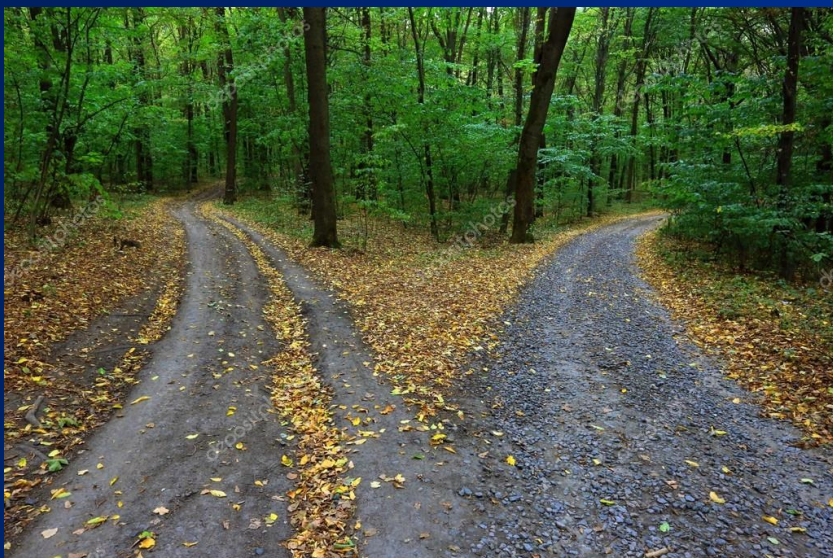
2  10 000 mc

1  5 000 mc



Na rozstaju dróg, z których jedna prowadzi do miasta spotykasz człowieka. Jest on kłamcą (zawsze kłamie), albo jest prawdomówny (zawsze mówi prawdę). Jaka jest najmniejsza liczba pytań, które należy mu zadać, aby mieć pewność, która z dróg prowadzi do miasta?

- 8 1 MILION mc
- 7 500 000 mc
- 6  250 000 mc
- 5  125 000 mc
- 4  70 000 mc
- 3  20 000 mc
- 2  10 000 mc
- 1  5 000 mc



Na rozstaju dróg, z których jedna prowadzi do miasta spotykasz człowieka. Jest on kłamcą (zawsze kłamie), albo jest prawdomówny (zawsze mówi prawdę). Jaka jest najmniejsza liczba pytań, które należy mu zadać, aby mieć pewność, która z dróg prowadzi do miasta?

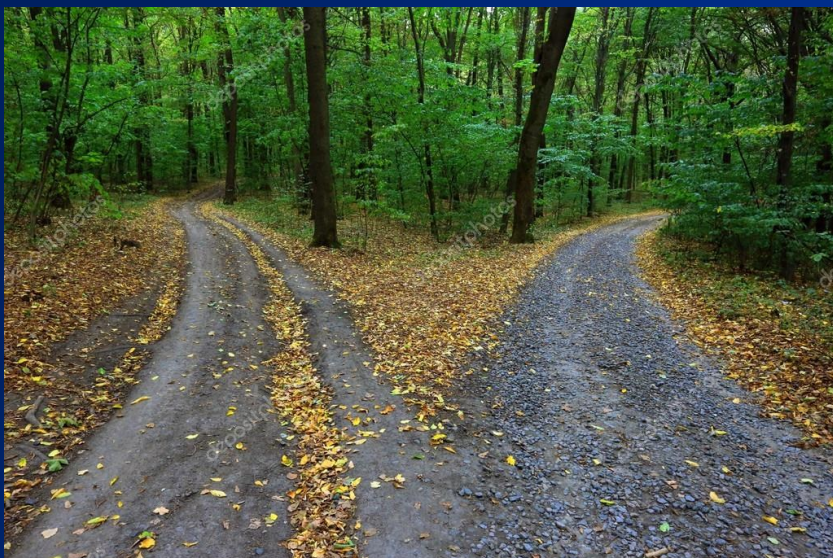
A: 1

B: 2

C: 3

D: nie będę mieć pewności

- 8 1 MILION mc
- 7 500 000 mc
- 6  250 000 mc
- 5  125 000 mc
- 4  70 000 mc
- 3  20 000 mc
- 2  10 000 mc
- 1  5 000 mc



Na rozstaju dróg, z których jedna prowadzi do miasta spotykasz człowieka. Jest on kłamcą (zawsze kłamie), albo jest prawdomówny (zawsze mówi prawdę). Jaka jest najmniejsza liczba pytań, które należy mu zadać, aby mieć pewność, która z dróg prowadzi do miasta?

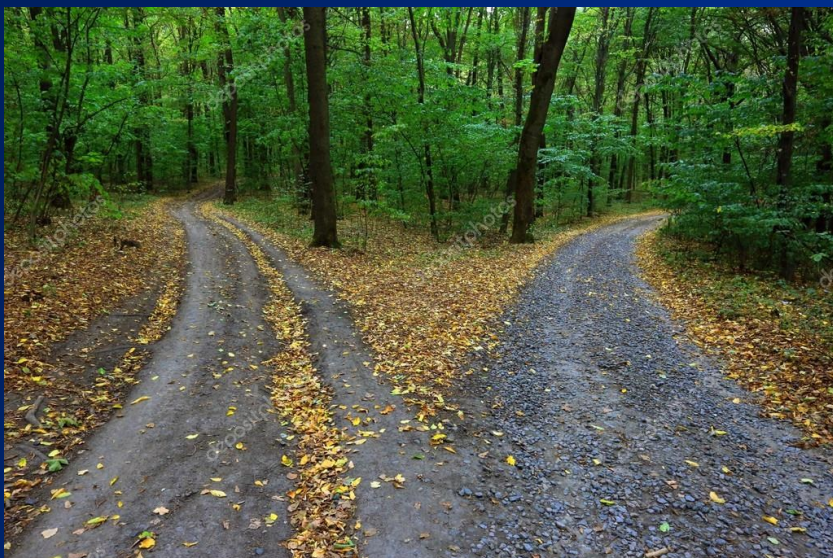
A: 1

B: 2

C: 3

D: nie będę mieć pewności

- 8 1 MILION mc
- 7 500 000 mc
- 6  250 000 mc
- 5  125 000 mc
- 4  70 000 mc
- 3  20 000 mc
- 2  10 000 mc
- 1  5 000 mc



Na rozstaju dróg, z których jedna prowadzi do miasta spotykasz człowieka. Jest on kłamcą (zawsze kłamie), albo jest prawdomówny (zawsze mówi prawdę). Jaka jest najmniejsza liczba pytań, które należy mu zadać, aby mieć pewność, która z dróg prowadzi do miasta?

A: 1

B: 2

C: 3

D: nie będę mieć pewności

- 8 1 MILION mc
- 7 500 000 mc
- 6  250 000 mc
- 5  125 000 mc
- 4  70 000 mc
- 3  20 000 mc
- 2  10 000 mc
- 1  5 000 mc

Człowiek Zagadka



Czy jesteś Prawdomówny $\Leftrightarrow$ droga A prowadzi do miasta

	Prawdomówny	Kłamca
A prowadzi do miasta	TAK	TAK
B prowadzi do miasta	NIE	NIE

WNIOSEK:

TAK ➡ *Droga A prowadzi do miasta*

NIE ➡ *Droga B prowadzi do miasta*



- 8 1 MILLION mc
- 7 500 000 mc
- 6  250 000 mc
- 5  125 000 mc
- 4  70 000 mc
- 3  20 000 mc
- 2  10 000 mc
- 1  5 000 mc



8 1 MILLION mc

7 500 000 mc

6 250 000 mc

5 125 000 mc

4 70 000 mc

3 20 000 mc

2 10 000 mc

1 5 000 mc



Która z podanych liczb jest liczbą złożoną?

8 1 MILION mc

7  500 000 mc

6  250 000 mc

5  125 000 mc

4  70 000 mc

3  20 000 mc

2  10 000 mc

1  5 000 mc



Która z podanych liczb jest liczbą złożoną?

A: 1801

B: 16183

C: 6700417

D: 4294967297

8 1 MILION mc

7  500 000 mc

6  250 000 mc

5  125 000 mc

4  70 000 mc

3  20 000 mc

2  10 000 mc

1  5 000 mc



Która z podanych liczb jest liczbą złożoną?

A: 1801

B: 16183

C: 6700417

D: 4294967297

8 1 MILION mc

7  500 000 mc

6  250 000 mc

5  125 000 mc

4  70 000 mc

3  20 000 mc

2  10 000 mc

1  5 000 mc



Która z podanych liczb jest liczbą złożoną?

C: 6700417

D: 4294967297

8 1 MILION mc

7  500 000 mc

6  250 000 mc

5  125 000 mc

4  70 000 mc

3  20 000 mc

2  10 000 mc

1  5 000 mc



Która z podanych liczb jest liczbą złożoną?

Czy 4294967297 jest liczbą złożoną?

C: 6700417

D: 4294967297

8 1 MILION mc

7  500 000 mc

6  250 000 mc

5  125 000 mc

4  70 000 mc

3  20 000 mc

2  10 000 mc

1  5 000 mc



Która z podanych liczb jest liczbą złożoną?

Czy 4294967297 jest liczbą złożoną?

C: 6700417

D: 4294967297

8 1 MILION mc

7  500 000 mc

6  250 000 mc

5  125 000 mc

4  70 000 mc

3  20 000 mc

2  10 000 mc

1  5 000 mc



Która z podanych liczb jest liczbą złożoną?

Czy 4294967297 jest liczbą złożoną?

C: 6700417

D: 4294967297

8 1 MILION mc

7  500 000 mc

6  250 000 mc

5  125 000 mc

4  70 000 mc

3  20 000 mc

2  10 000 mc

1  5 000 mc



Która z podanych liczb jest liczbą złożoną?

Czy 4294967297 jest liczbą pierwszą?

C: 6700417

D: 4294967297

8 1 MILION mc

7  500 000 mc

6  250 000 mc

5  125 000 mc

4  70 000 mc

3  20 000 mc

2  10 000 mc

1  5 000 mc

Liczba Fermata

$$F_0 = 2^1 + 1 = 3$$

$$F_1 = 2^2 + 1 = 5$$

$$F_2 = 2^4 + 1 = 17$$

$$F_3 = 2^8 + 1 = 257$$

$$F_4 = 2^{16} + 1 = 65537$$

$$F_5 = 2^{32} + 1 = 4294967297 = 641 \cdot 6700417$$



Pierre de Fermat
(1601-1665)

● ● ● Francja



Która z podanych liczb jest liczbą złożoną?

C: 6700417

D: 4294967297

8 1 MILION mc

7  500 000 mc

6  250 000 mc

5  125 000 mc

4  70 000 mc

3  20 000 mc

2  10 000 mc

1  5 000 mc

Zrozumieć Wyrocznię

Znamy język Wyroczni, ale nie wiemy czy mówi prawdę

Czy jesteś Wyrocznią Prawdy $\Leftrightarrow p$

	Wyrocznia Prawdy	Wyrocznia Kłamstwa
$p=1$	TAK	TAK
$p=0$	NIE	NIE

WNIOSEK:

TAK $\rightarrow p$ jest zdaniem prawdziwym

NIE $\rightarrow p$ jest zdaniem fałszywym

DA		JA
TAK		NIE
NIE		TAK

Nie znamy języka Wyroczni, ale wiemy że mówi prawdę

Czy DA znaczy TAK $\Leftrightarrow p$

	DA=TAK	DA=NIE
$p=1$	DA	DA
$p=0$	JA	JA

WNIOSEK:

DA $\rightarrow p$ jest zdaniem prawdziwym

JA $\rightarrow p$ jest zdaniem fałszywym



Zrozumieć Wyrocznię

Nie znamy języka Wyroczni i nie wiemy czy mówi prawdę

Czy DA oznacza TAK?

	DA=TAK	DA=NIE
Wyrocznia Prawdy	DA	DA
Wyrocznia Kłamstwa	JA	JA

WNIOSEK:

DA → Wyrocznia mówi prawdę

JA → Wyrocznia kłamie

DA		JA
TAK		NIE
NIE		TAK

Czy jesteś Wyrocznią Prawdy?

	DA=TAK	DA=NIE
Wyrocznia Prawdy	DA	JA
Wyrocznia Kłamstwa	DA	JA

WNIOSEK:

DA → DA = TAK

JA → DA = NIE



Zrozumieć Wyrocznię

Nie znamy języka Wyroczni i nie wiemy czy mówi prawdę

Konstrukcja, która pomoże odkryć prawdę:

$$p_1 \Leftrightarrow p_2 \Leftrightarrow p_3 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow p_n$$

$\Leftrightarrow$ jest łączna i przemienna

Wielokrotna równoważność jest prawdziwa



zawiera parzystą liczbę zer

DA		JA
TAK		NIE
NIE		TAK



Zrozumieć wyrocznię

Nie znamy języka wyroczni i nie wiemy czy mówi prawdę

Czy DA znaczy TAK $\Leftrightarrow$ Jesteś Wyrocznią Prawdy $\Leftrightarrow p$

DA=TAK	Wyrocznia prawdy	p	$\Leftrightarrow$	$\Leftrightarrow \Leftrightarrow$	ODPOWIEDŹ
0	0	0	1		
0	1	0	0		
1	0	0	0		
1	1	0	1		
0	0	1	1		
0	1	1	0		
1	0	1	0		
1	1	1	1		

DA		JA
TAK		NIE
NIE		TAK



Zrozumieć wyrocznię

Nie znamy języka wyroczni i nie wiemy czy mówi prawdę

Czy DA znaczy TAK $\Leftrightarrow$ Jesteś Wyrocznią Prawdy $\Leftrightarrow p$

DA=TAK	Wyrocznia prawdy	p	$\Leftrightarrow$	$\Leftrightarrow \Leftrightarrow$	ODPOWIEDŹ
0	0	0	1	0	
0	1	0	0	1	
1	0	0	0	1	
1	1	0	1	0	
0	0	1	1	1	
0	1	1	0	0	
1	0	1	0	0	
1	1	1	1	1	

DA		JA
TAK		NIE
NIE		TAK



Zrozumieć wyrocznię

Nie znamy języka wyroczni i nie wiemy czy mówi prawdę

Czy DA znaczy TAK $\Leftrightarrow$ Jesteś Wyrocznią Prawdy $\Leftrightarrow p$

DA=TAK	Wyrocznia prawdy	p	$\Leftrightarrow$	$\Leftrightarrow \Leftrightarrow$	ODPOWIEDŹ
0	0	0	1	0	JA
0	1	0	0	1	JA
1	0	0	0	1	JA
1	1	0	1	0	JA
0	0	1	1	1	DA
0	1	1	0	0	DA
1	0	1	0	0	DA
1	1	1	1	1	DA

WNIOSEK:

DA $\rightarrow$ p jest zdaniem prawdziwym

JA $\rightarrow$ p jest zdaniem fałszywym

DA		JA
TAK		NIE
NIE		TAK





8 1 MILLION mc

7  500 000 mc

6  250 000 mc

5  125 000 mc

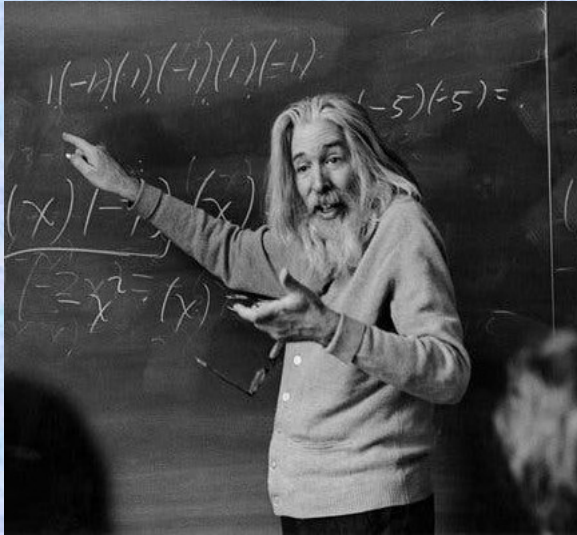
4  70 000 mc

3  20 000 mc

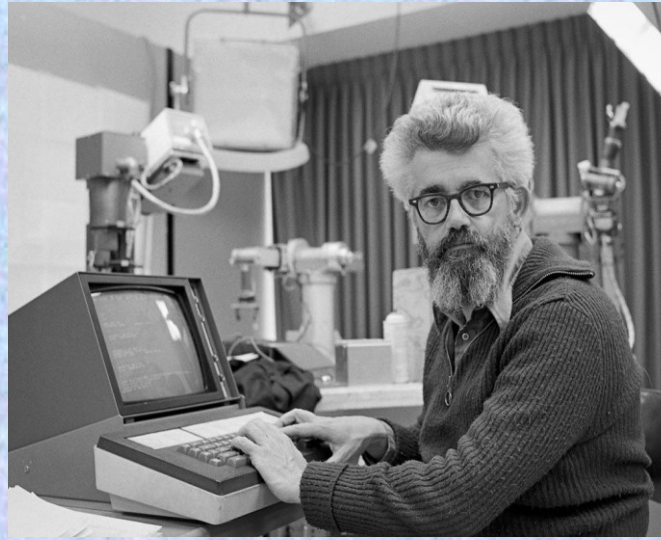
2  10 000 mc

1  5 000 mc

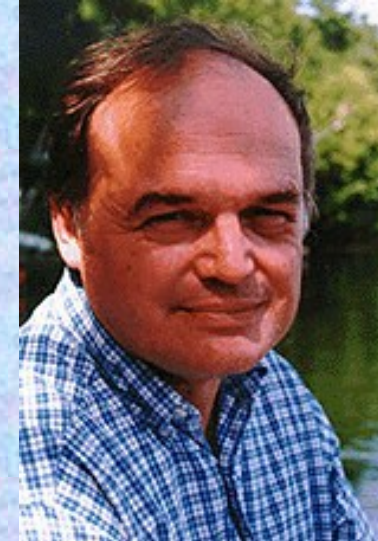
Najtrudniejsza zagadka na świecie



Raymond Smullyan
(1919-2017) USA



John McCarthy
(1927-2011) USA



George Boolos
(1940-1996) USA

THE HARVARD REVIEW OF
PHILOSOPHY

LOGIC

The Hardest Logic Puzzle Ever¹

By George Boolos

SOME YEARS AGO, THE LOGICIAN AND PUZZLE-MASTER Raymond Smullyan devised a logical puzzle that has no challengers I know of for the title of Hardest Logical Puzzle Ever. I'll set out the puzzle here, give the solution, and then briefly discuss one of its more interesting aspects.



8  1 MILION mc

7  500 000 mc

6  250 000 mc

5  125 000 mc

4  70 000 mc

3  20 000 mc

2  10 000 mc

1  5 000 mc



DA

TAK

NIE

JA

NIE

TAK

Bogini Prawdy

Bogini Kłamstwa

Bogini Losu



50:50



Spotykasz na swojej drodze trzy boginie.

- ☐ Masz trzy pytania, żeby je rozróżnić (odpowiedzi: tak lub nie).
- ☐ Każde pytanie tylko do jednej bogini.
- ☐ Możesz zadać pytanie tej samej bogini więcej niż raz.
- ☐ Kolejne pytanie może zależeć od odpowiedzi na poprzednie.
- ☐ Boginie rozumieją twój język, ale ty nie znasz ich języka.

8  1 MILION mc

7  500 000 mc

6  250 000 mc

5  125 000 mc

4  70 000 mc

3  20 000 mc

2  10 000 mc

1  5 000 mc



**Bogini
niełosowa**

Jak znaleźć niełosową Boginię?

DA=TAK	Wyrocznia prawdy	p	$\Leftrightarrow$	$\Leftrightarrow\Leftrightarrow$	ODPOWIEDŹ
0	0	0	1	0	JA
0	1	0	0	1	JA
1	0	0	0	1	JA
1	1	0	1	0	JA
0	0	1	1	1	DA
0	1	1	0	0	DA
1	0	1	0	0	DA
1	1	1	1	1	DA

Pytanie 1. (do Bogini A)

Czy DA znaczy TAK $\Leftrightarrow$ Jesteś Boginią Prawdy $\Leftrightarrow$ B jest Boginią losu

Odpowiedź: JA $\longrightarrow$ zdanie fałszywe!

Jeżeli A jest Boginią Losu... to nie obchodzi nas jej odpowiedź!



**Bogini
niełosowa**

Pytanie 2. (do Bogini B)

Czy DA znaczy TAK?

Odpowiedź: DA → B jest Boginią Prawdy

**Jak zidentyfikować wybraną
Boginię?**

	DA=TAK	DA=NIE
Bogini Prawdy	DA	DA
Bogini Kłamstwa	JA	JA



**Bogini
Losu**



**Bogini
Prawdy**



**Bogini
Kłamstwa**

**Jak rozpoznać pozostałe
Boginie?**

	DA=TAK	DA=NIE
p=1	DA	DA
p=0	JA	JA

Pytanie 3. (do Bogini B)

Czy DA znaczy TAK $\Leftrightarrow$ A jest Boginią Losu

Odpowiedź: DA $\longrightarrow$ A jest Boginią Losu



**Bogini
Losu**



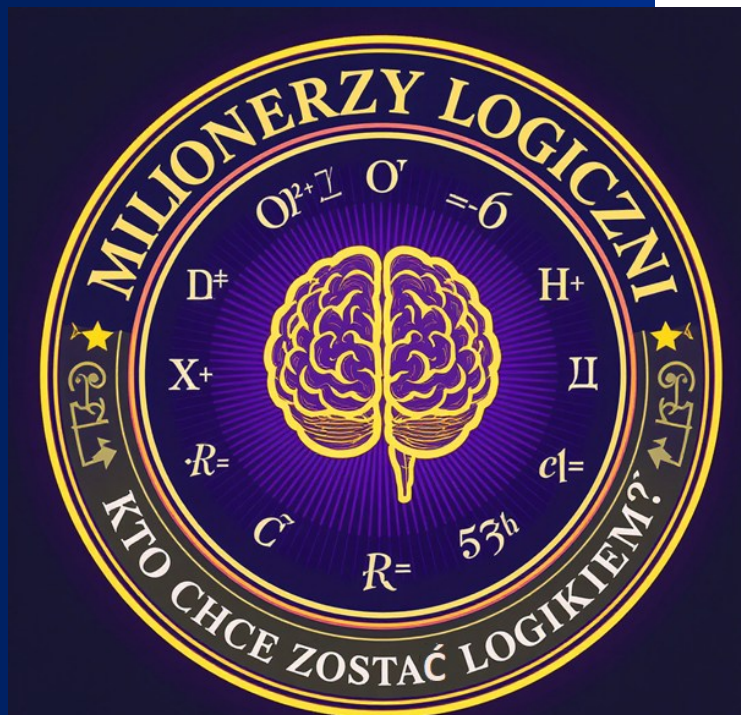
**Bogini
Prawdy**



**Bogini
Kłamstwa**

ZAGADKA ROZWIĄZANA!!!

1 000 000 mathcoins



8  1 MILION mc

7  500 000 mc

 250 000 mc

 125 000 mc

 70 000 mc

 20 000 mc

 10 000 mc

 5 000 mc



DZIĘKUJEMY!