Co się liczy w sporcie?

Elżbieta Ratajczyk

Politechnika Lubelska

LXVII Szkoła Matematyki Poglądowej


67 SZKOŁA MATEMATYKI POGLĄDOWEJ
NA POCZĄTKU BYŁO PYTANIE


67 SZKOŁA MATEMATYKI POGLĄDOWEJ
NA POCZĄTKU BYŁO 10 PYTAŃ

QUIZ (z nagrodami)

Dołącz na

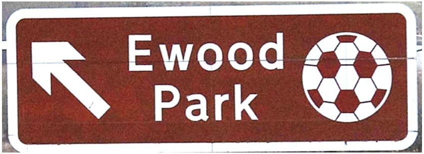
menti.com

wpisując kod

3473 5434

1.

Która z tych piłek nie może istnieć?

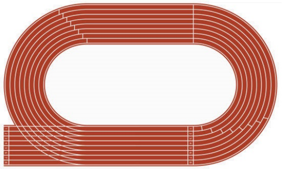
A) 

B) 

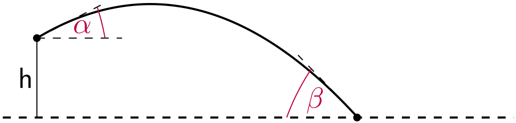
2. Lekkoatletyka

Przebiegając jedno okrążenie bieżni typowego stadionu lekkoatletycznego po czwartym torze pokonamy dystans:

- poniżej 410 m,
- 410 m – 415 m,
- 415 m – 420 m,
- 420 m – 425 m,
- 425 m – 430 m,
- powyżej 430 m.



3. Pchnięcie kulą



Zawodnik pcha kulą ze z góry ustaloną prędkością, optymalizując kąt wyrzutu α, tak aby kula wylądowała jak najdalej.

Ile wynosi $\alpha + \beta$ dla optymalnego pchnięcia?

- mniej niż 90°,
- dokł. 90°,
- więcej niż 90°.

4. Rzut młotem

Jaka jest szansa, że młociarz w trzech niezależnych próbach uzyska wyniki coraz lepsze z rzutu na rzut?

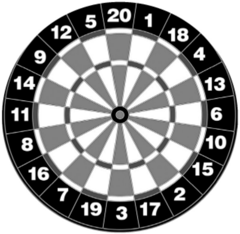
- mniejsze niż 5%
- 5% – 10%,
- 11% – 15%,
- 16% – 20%,
- większe niż 20%.

5.Tenis stołowy

Który system rozgrywania meczów jest najbardziej sprawiedliwy, tj. w którym szanse wygrania meczu przez lepszego zawodnika są największe?

- każdy set do 21 punktów,
  gra do 2 wygranych setów,
- każdy set do 19 punktów,
  gra do 3 wygranych setów,
- każdy set do 11 punktów,
  gra do 4 wygranych setów.

6. Dart



Przeprojektowujemy tarczę do darta tak, by była jak najtrudniejsza, czyli by suma różnic sąsiadujących liczb była maksymalna.
Ile wynosi największa taka suma?

Precyzyjnie:

Niech $A = (a_1, \ldots, a_{20})$ – permutacja zbioru $\{1, ..., 20\}$, $a_{21} := a_1$,

$$D(A) := \sum_{i=1}^{20} \left| a_i - a_{i+1} \right|.$$

Ile wynosi największe możliwe $D(A)$?

7. Dart

Dwaj zawodnicy rozgrywają mecz na następujących zasadach: gracze rozpoczynają kolejne legi na przemian, a wygrywa ten, kto pierwszy wygra dwa legi z rzędu. P-stwo wygrania lega, którego się rozpoczyna wynosi ok. 65%.

Kto ma większe szanse na zwycięstwo?

- zawodnik, który rozpoczyna pierwszego lega,
- zawodnik, który rozpoczyna drugiego lega,
- szanse są równe.

8. Tenis

Do turnieju tenisowego (rozgrywanego systemem pucharowym) przystąpiło 95 zawodniczek. Ile meczów trzeba rozegrać, aby wyłonić zwyciężczynię?

9. Tenis

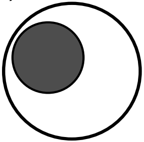
Jeżeli zawodnik zdobywa punkt po swoim serwisie z prawdopodobieństwem $\frac{2}{3}$, to szansa wygrania przez niego gema serwisowego wynosi:

- ok. 67%,
- ok. 75%,
- ok. 85%,
- ok. 95%.

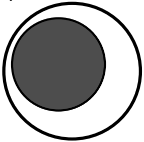
10. Koszykówka

Który z poniższych diagramów przedstawia piłkę do koszykówki przechodzącą przez zwykłą obręcz kosza?

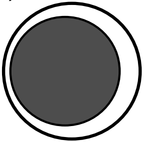
A)



B)



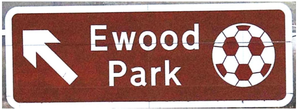
C)



Odpowiedzi

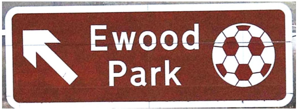
1.

Która z tych piłek nie może istnieć?

A) 

1.

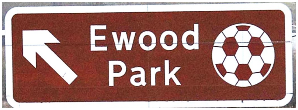
Która z tych piłek nie może istnieć?

A) 

N ścian + 2N wierzchołków - 3N krawędzi = 0

1.

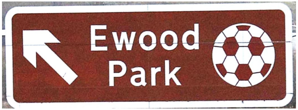
Która z tych piłek nie może istnieć?

A) 

N ścian + 2N wierzchołków - 3N krawędzi $= 0 \neq 2$

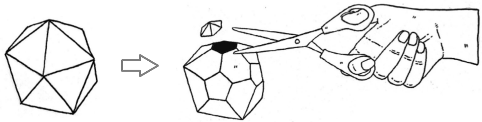
B) 

Która z tych piłek nie może istnieć?

A) 

N ścian + 2N wierzchołków - 3N krawędzi = 0 $\neq$ 2

B) 



2. Lekkoatletyka

Przebiegając jedno okrążenie typowego stadionu lekkoatletycznego po czwartym torze pokonamy dystans

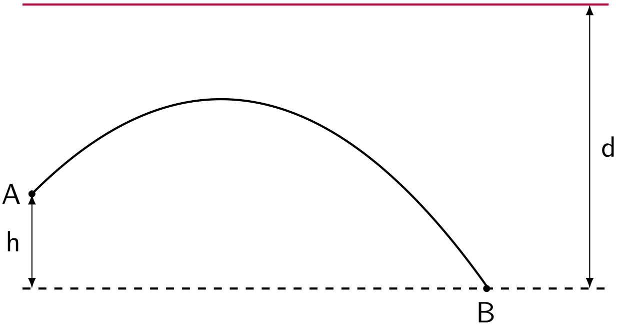
2. Lekkoatletyka

Przebiegając jedno okrążenie typowego stadionu lekkoatletycznego po czwartym torze pokonamy dystans ok. 423 metrów.

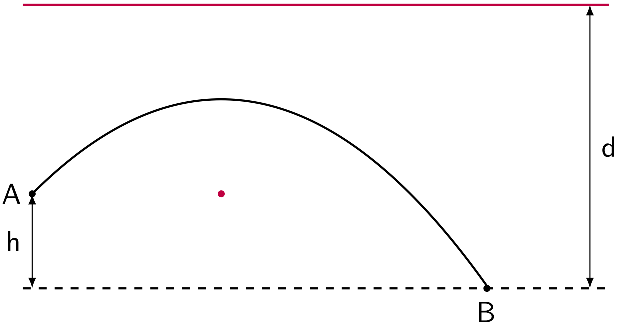
Każdy kolejny tor jest dłuższy od poprzedniego o

$$2\pi \cdot [\text{szerokość toru}] \approx 2\pi \cdot 1,2\text{m} \approx 7,5\text{m}.$$

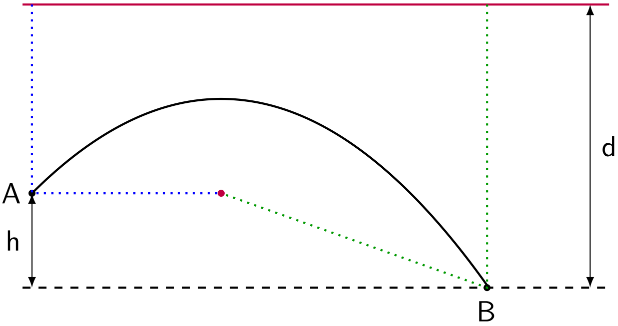
3. Pchnięcie kulą



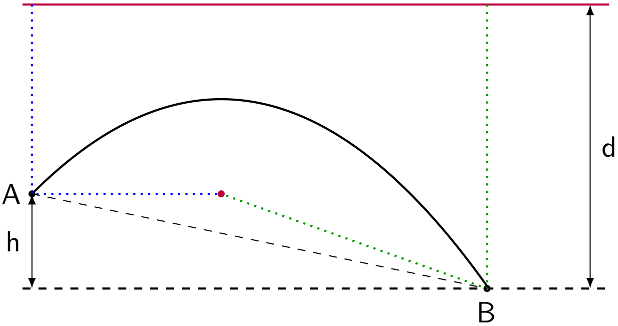
3. Pchnięcie kulą



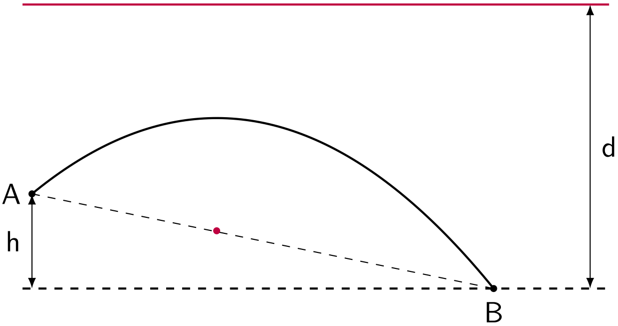
3. Pchnięcie kulą



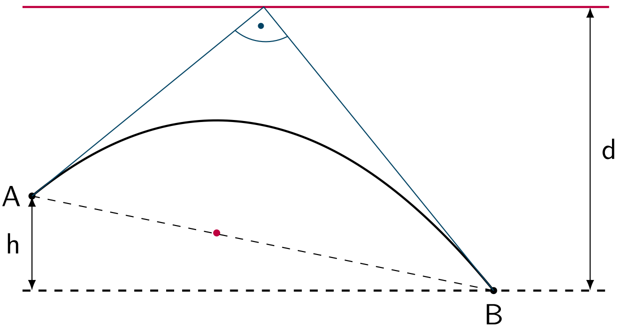
3. Pchnięcie kulą



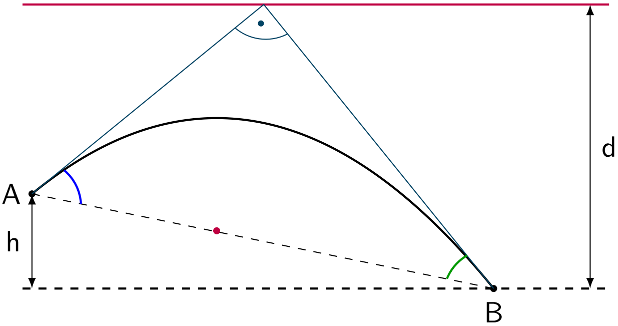
3. Pchnięcie kulą



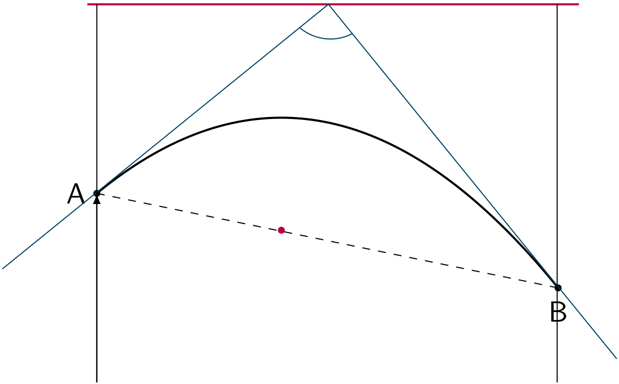
3. Pchnięcie kulą



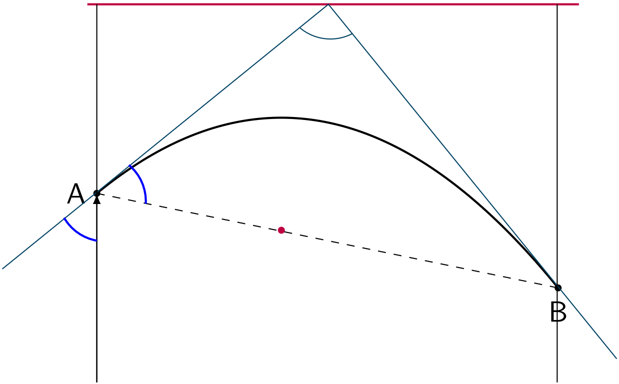
3. Pchnięcie kulą



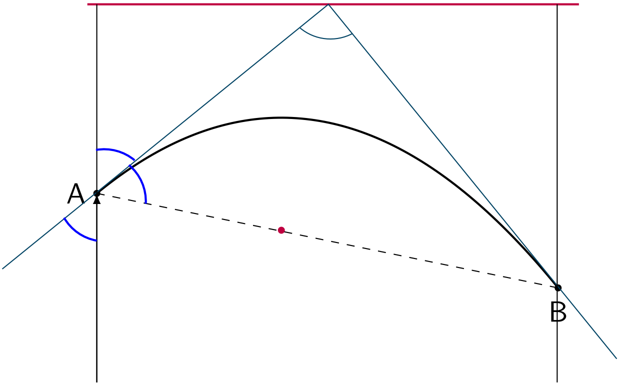
3. Pchnięcie kulą



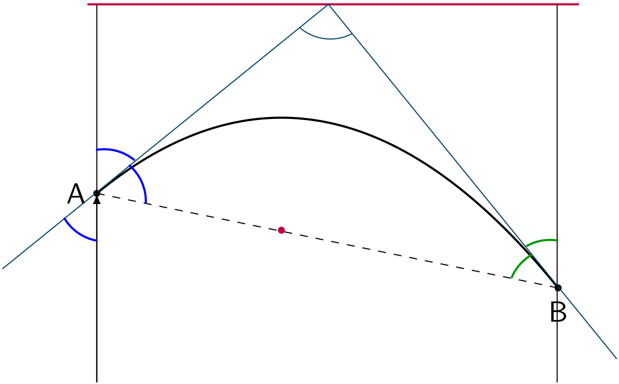
3. Pchnięcie kulą



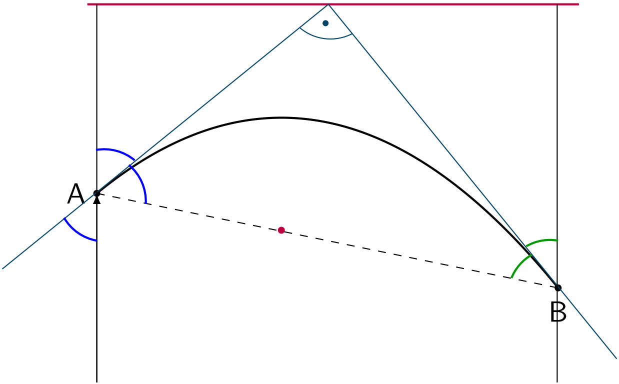
3. Pchnięcie kulą



3. Pchnięcie kulą



3. Pchnięcie kulą



4. Rzut młotem

Jaka jest szansa, że młociarz w trzech niezależnych próbach uzyska wyniki coraz lepsze z rzutu na rzut?

4. Rzut młotem

Jaka jest szansa, że młociarz w trzech niezależnych próbach uzyska wyniki coraz lepsze z rzutu na rzut?

$$P(x_1 < x_2 < x_3) = P(x_2 < x_1 < x_3) = P(x_1 < x_3 < x_2) = \ldots,$$

4. Rzut młotem

Jaka jest szansa, że młociarz w trzech niezależnych próbach uzyska wyniki coraz lepsze z rzutu na rzut?

$$P(x_1 < x_2 < x_3) = P(x_2 < x_1 < x_3) = P(x_1 < x_3 < x_2) = \ldots,$$

$$P(x_1 < x_2 < x_3) + P(x_2 < x_1 < x_3) + \ldots + P(x_3 < x_2 < x_1) = 1,$$

4. Rzut młotem

Jaka jest szansa, że młociarz w trzech niezależnych próbach uzyska wyniki coraz lepsze z rzutu na rzut?

$$P(x_1 < x_2 < x_3) = P(x_2 < x_1 < x_3) = P(x_1 < x_3 < x_2) = \ldots,$$

$$P(x_1 < x_2 < x_3) + P(x_2 < x_1 < x_3) + \ldots + P(x_3 < x_2 < x_1) = 1,$$

$$P(x_1 < x_2 < x_3) = \frac{1}{6} \approx 17\%.$$

5.

Który system rozgrywania meczów jest najbardziej sprawiedliwy?

5.

Który system rozgrywania meczów jest najbardziej sprawiedliwy?

Niech $p = \frac{1}{2} + s$ — szansa wygrania pojedynczego punktu.

5.

Który system rozgrywania meczów jest najbardziej sprawiedliwy?

Niech $p = \frac{1}{2} + s$ — szansa wygrania pojedynczego punktu.

P-stwo wygrania seta granego do n wygranych pktów $\approx \frac{1}{2} + \frac{2s\sqrt{n}}{\sqrt{\pi}}$.

5.

Który system rozgrywania meczów jest najbardziej sprawiedliwy?

Niech $p = \frac{1}{2} + s$ — szansa wygrania pojedynczego punktu.

P-stwo wygrania seta granego do n wygranych pktów $\approx \frac{1}{2} + \frac{2s\sqrt{n}}{\sqrt{\pi}}$.

P-stwo wygrania meczu granego do m wygranych takich setów

$$\approx \frac{1}{2} + \frac{2\sqrt{m}}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{2s\sqrt{n}}{\sqrt{\pi}} = \frac{1}{2} + \frac{4s\sqrt{n \cdot m}}{\pi}.$$

5.

Który system rozgrywania meczów jest najbardziej sprawiedliwy?

Niech $p = \frac{1}{2} + s$ — szansa wygrania pojedynczego punktu.

P-stwo wygrania seta granego do n wygranych pktów $\approx \frac{1}{2} + \frac{2s\sqrt{n}}{\sqrt{\pi}}$.

P-stwo wygrania meczu granego do m wygranych takich setów

$$\approx \frac{1}{2} + \frac{2\sqrt{m}}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{2s\sqrt{n}}{\sqrt{\pi}} = \frac{1}{2} + \frac{4s\sqrt{n \cdot m}}{\pi}.$$

- sety do 21 p, gra do 2 setów,
- sety do 19 p, gra do 3 setów,
- sety do 11 p, gra do 4 setów.

5.

Który system rozgrywania meczów jest najbardziej sprawiedliwy?

Niech $p = \frac{1}{2} + s$ — szansa wygrania pojedynczego punktu.

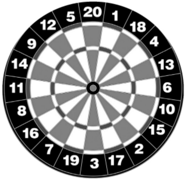
P-stwo wygrania seta granego do n wygranych pktów $\approx \frac{1}{2} + \frac{2s\sqrt{n}}{\sqrt{\pi}}$.

P-stwo wygrania meczu granego do m wygranych takich setów

$$\approx \frac{1}{2} + \frac{2\sqrt{m}}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{2s\sqrt{n}}{\sqrt{\pi}} = \frac{1}{2} + \frac{4s\sqrt{n \cdot m}}{\pi}.$$

- sety do 21 p, gra do 2 setów, $n \cdot m = 42$,
- sety do 19 p, gra do 3 setów, $n \cdot m = 57$,
- sety do 11 p, gra do 4 setów, $n \cdot m = 44$,

6. Dart

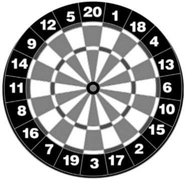


$A = (a_1, \ldots, a_{20})$ – permutacja zbioru $\{1, \ldots, 20\}$,

$$a_{21} := a_1,\ D(A) := \sum_{i=1}^{20} \left| a_i - a_{i+1} \right|.$$

Jakie jest maksymalne $D(A)$?

6. Dart



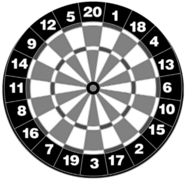
$A = (a_1, \ldots, a_{20})$ – permutacja zbioru $\{1, \ldots, 20\}$,

$$a_{21} := a_1,\ D(A) := \sum_{i=1}^{20} \left| a_i - a_{i+1} \right|.$$

Jakie jest maksymalne $D(A)$?

W-k konieczny:

6. Dart



$A = (a_1, \dots, a_{20})$ – permutacja zbioru $\{1, \dots, 20\}$,

$$a_{21} := a_1,\ D(A) := \sum_{i=1}^{20} |a_i - a_{i+1}|.$$

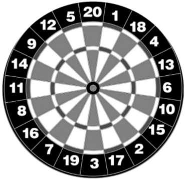
Jakie jest maksymalne $D(A)$?

W-k konieczny: $A = (m_1, d_1, \dots, m_{10}, d_{10})$,

$(m_1, \dots, m_{10})$ dow. permutacja zb. $\{1, \dots, 10\}$,

$(d_1, \dots, d_{10})$ dow. permutacja zb. $\{11, \dots, 20\}$.

6. Dart



$A = (a_1, \dots, a_{20})$ – permutacja zbioru $\{1, \dots, 20\}$,

$$a_{21} := a_1,\ D(A) := \sum_{i=1}^{20} \left| a_i - a_{i+1} \right|.$$

Jakie jest maksymalne $D(A)$?

W-k konieczny: $A = (m_1, d_1, \dots, m_{10}, d_{10})$,

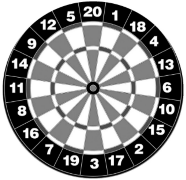
$(m_1, \dots, m_{10})$ dow. permutacja zb. $\{1, \dots, 10\}$,

$(d_1, \dots, d_{10})$ dow. permutacja zb. $\{11, \dots, 20\}$.

Dowód: Jeżeli $B = \dots, d_1, [d_2, \dots, m_1], m_2, \dots$

$$C = \dots, d_1, [m_1, \dots, d_2], m_2, \dots,$$

6. Dart



$A = (a_1, \ldots, a_{20})$ – permutacja zbioru $\{1, \ldots, 20\}$,

$$a_{21} := a_1, \; D(A) := \sum_{i=1}^{20} |a_i - a_{i+1}|.$$

Jakie jest maksymalne $D(A)$?

W-k konieczny: $A = (m_1, d_1, \ldots, m_{10}, d_{10})$,

$(m_1, \ldots, m_{10})$ dow. permutacja zb. $\{1, \ldots, 10\}$,

$(d_1, \ldots, d_{10})$ dow. permutacja zb. $\{11, \ldots, 20\}$.

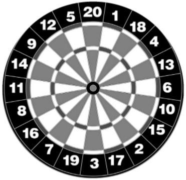
Dowód: Jeżeli $B = \ldots, d_1, [d_2, \ldots, m_1], m_2, \ldots$

$C = \ldots, d_1, [m_1, \ldots, d_2], m_2, \ldots,$

to

$$D(B) = \Delta + |d_1 - d_2| + |m_1 - m_2|,$$
$$D(C) = \Delta + |d_1 - m_1| + |d_2 - m_2|$$

6. Dart



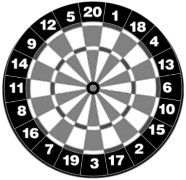
$A = (a_1, \ldots, a_{20})$ – permutacja zbioru $\{1, \ldots, 20\}$,

$$a_{21} := a_1,\ D(A) := \sum_{i=1}^{20} \left| a_i - a_{i+1} \right|.$$

Jakie jest maksymalne $D(A)$?

W-k wystarczający:

6. Dart



$A = (a_1, ..., a_{20})$ – permutacja zbioru $\{1, ..., 20\}$,

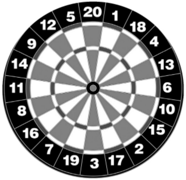
$$a_{21} := a_1,\ D(A) := \sum_{i=1}^{20} \left| a_i - a_{i+1} \right|.$$

Jakie jest maksymalne $D(A)$?

W-k wystarczający:

Dla dow. permutacji $A = (m_1, d_1, m_2, d_2, ..., m_{10}, d_{10})$,

6. Dart



$A = (a_1, \dots, a_{20})$ – permutacja zbioru $\{1, \dots, 20\}$,

$$a_{21} := a_1,\ D(A) := \sum_{i=1}^{20} \left| a_i - a_{i+1} \right|.$$

Jakie jest maksymalne $D(A)$?

W-k wystarczający:

Dla dow. permutacji $A = (m_1, d_1, m_2, d_2, \dots, m_{10}, d_{10})$,

$$\begin{aligned} D(A) &= (d_1 - m_1) + (d_1 - m_2) + (d_2 - m_2) + \dots + (d_{10} - m_1) \\ &= 2(d_1 + d_2 + \dots + d_{10}) - 2(m_1 + \dots + m_{10}) \\ &= 2(10 + \dots + 10) = 200. \end{aligned}$$

7. Dart

Gracze rozpoczynają kolejne legi na przemian, a wygrywa ten, kto pierwszy wygra dwa legi z rzędu. P-stwo wygrania lega, którego się rozpoczyna wynosi p, ($p > 0.5$, $q := 1 - p$).

7. Dart

Gracze rozpoczynają kolejne legi na przemian, a wygrywa ten, kto pierwszy wygra dwa legi z rzędu. P-stwo wygrania lega, którego się rozpoczyna wynosi p, ($p > 0.5$, $q := 1 - p$).
Jeżeli się zaczyna pierwszego lega, to ...

7. Dart

Gracze rozpoczynają kolejne legi na przemian, a wygrywa ten, kto pierwszy wygra dwa legi z rzędu. P-stwo wygrania lega, którego się rozpoczyna wynosi p, ($p > 0.5$, $q := 1 - p$).

Jeżeli się zaczyna pierwszego lega, to ...

$$\begin{array}{rlrlrll} \text{WW:} & pq, & \text{WPWW:} & p^2 \cdot pq & \text{WPWPWW:} & p^4 \cdot pq & \dots \\ \text{PWW:} & q \cdot qp, & \text{PWPWW:} & q^3 \cdot qp & \text{PWPWPWW:} & q^5 \cdot qp & \dots \end{array}$$

7. Dart

Gracze rozpoczynają kolejne legi na przemian, a wygrywa ten, kto pierwszy wygra dwa legi z rzędu. P-stwo wygrania lega, którego się rozpoczyna wynosi p, ($p > 0.5$, $q := 1 - p$).

Jeżeli się zaczyna pierwszego lega, to ...

... szansa wygranej wynosi $\dfrac{1 + pq^2}{(1+q)(1+p)}$.

7. Dart

Gracze rozpoczynają kolejne legi na przemian, a wygrywa ten, kto pierwszy wygra dwa legi z rzędu. P-stwo wygrania lega, którego się rozpoczyna wynosi p, ($p > 0.5$, $q := 1 - p$).

Jeżeli się zaczyna pierwszego lega, to ...

... szansa wygranej wynosi $\dfrac{1 + pq^2}{(1+q)(1+p)}$.

Jeżeli się zaczyna drugiego lega, to $\dfrac{1 + qp^2}{(1+p)(1+q)}$.

7. Dart

Gracze rozpoczynają kolejne legi na przemian, a wygrywa ten, kto pierwszy wygra dwa legi z rzędu. P-stwo wygrania lega, którego się rozpoczyna wynosi p, ($p > 0.5$, $q := 1 - p$).

Jeżeli się zaczyna pierwszego lega, to ...

... szansa wygranej wynosi $\dfrac{1 + pq^2}{(1+q)(1+p)}$.

Jeżeli się zaczyna drugiego lega, to $\dfrac{1 + qp^2}{(1+p)(1+q)}$.

7. Dart

Szansa wygranej w meczu, jeżeli

	zaczynamy pierwszego	zaczynamy drugiego lega
WW:	pq	qp
PWW:	$q \cdot qp$	$p \cdot pq$
WPWW:	$p^2 \cdot pq$	$q^2 \cdot qp$
PWPWW:	$q^3 \cdot qp$	$p^3 \cdot pq$
WPWPWW:	$p^4 \cdot pq$	$q^4 \cdot qp$
$\dots$		

7. Dart

Szansa wygranej w meczu, jeżeli

	zaczynamy pierwszego	zaczynamy drugiego lega
WW:	pq	qp
PWW:	$q \cdot qp$	$p \cdot pq$
WPWW:	$p^2 \cdot pq$	$q^2 \cdot qp$
PWPWW:	$q^3 \cdot qp$	$p^3 \cdot pq$
WPWPWW:	$p^4 \cdot pq$	$q^4 \cdot qp$
...		

$$q^n + p^{n+1} \leq p^n + q^{n+1}$$

Szansa wygranej w meczu, jeżeli

	zaczynamy pierwszego	zaczynamy drugiego lega
WW:	pq	qp
PWW:	$q \cdot qp$	$p \cdot pq$
WPWW:	$p^2 \cdot pq$	$q^2 \cdot qp$
PWPWW:	$q^3 \cdot qp$	$p^3 \cdot pq$
WPWPWW:	$p^4 \cdot pq$	$q^4 \cdot qp$
...		

$$q^n + p^{n+1} \leq p^n + q^{n+1} \iff p^n(p-1) \leq q^n(q-1)$$

7. Dart

Szansa wygranej w meczu, jeżeli

	zaczynamy pierwszego	zaczynamy drugiego lega
WW:	pq	qp
PWW:	$q \cdot qp$	$p \cdot pq$
WPWW:	$p^2 \cdot pq$	$q^2 \cdot qp$
PWPWW:	$q^3 \cdot qp$	$p^3 \cdot pq$
WPWPWW:	$p^4 \cdot pq$	$q^4 \cdot qp$
...		

$$q^n + p^{n+1} \leq p^n + q^{n+1} \iff p^n(p-1) \leq q^n(q-1)$$

$$\iff p^n(-q) \leq q^n(-p)$$

7. Dart

Szansa wygranej w meczu, jeżeli

	zaczynamy pierwszego	zaczynamy drugiego lega
WW:	pq	qp
PWW:	$q \cdot qp$	$p \cdot pq$
WPWW:	$p^2 \cdot pq$	$q^2 \cdot qp$
PWPWW:	$q^3 \cdot qp$	$p^3 \cdot pq$
WPWPWW:	$p^4 \cdot pq$	$q^4 \cdot qp$
...	...	...

$$q^n + p^{n+1} \leq p^n + q^{n+1} \iff p^n(p-1) \leq q^n(q-1)$$

$$\iff p^n(-q) \leq q^n(-p) \iff p^{n-1} \geq q^{n-1} \iff p \geq q$$

8. Tenis

Do turnieju tenisowego (rozgrywanego systemem pucharowym) przystąpiło 95 zawodniczek. Ile meczów trzeba rozegrać, aby wyłonić zwyciężczynię?

8. Tenis

Do turnieju tenisowego (rozgrywanego systemem pucharowym) przystąpiło 95 zawodniczek. Ile meczów trzeba rozegrać, aby wyłonić zwyciężczynię?

94

9. Tenis

Jeżeli zawodnik zdobywa punkt po swoim serwisie z p-stwem $\frac{2}{3}$, to szansa wygrania przez niego gema serwisowego wynosi ...

9. Tenis

Jeżeli zawodnik zdobywa punkt po swoim serwisie z p-stwem $\frac{2}{3}$, to szansa wygrania przez niego gema serwisowego wynosi ...

Niech zawodnik zdobywa każdy punkt z p-stwem p, $(q := 1 - p)$.
Można wygrać gema ze stanu (przed ostatnim punktem):

9. Tenis

Jeżeli zawodnik zdobywa punkt po swoim serwisie z p-stwem $\frac{2}{3}$, to szansa wygrania przez niego gema serwisowego wynosi ...

Niech zawodnik zdobywa każdy punkt z p-stwem p, $(q := 1 - p)$.
Można wygrać gema ze stanu (przed ostatnim punktem):

40-0 z p-stwem p^4,

9. Tenis

Jeżeli zawodnik zdobywa punkt po swoim serwisie z p-stwem $\frac{2}{3}$, to szansa wygrania przez niego gema serwisowego wynosi ...

Niech zawodnik zdobywa każdy punkt z p-stwem p, $(q := 1 - p)$. Można wygrać gema ze stanu (przed ostatnim punktem):

40-0 z p-stwem p^4,

40-15 z p-stwem $\binom{4}{1} q p^4$,

9. Tenis

Jeżeli zawodnik zdobywa punkt po swoim serwisie z p-stwem $\frac{2}{3}$, to szansa wygrania przez niego gema serwisowego wynosi ...

Niech zawodnik zdobywa każdy punkt z p-stwem p, ($q := 1 - p$).
Można wygrać gema ze stanu (przed ostatnim punktem):

40-0 z p-stwem p^4,

40-15 z p-stwem $\binom{4}{1} qp^4$,

40-30 z p-stwem $\binom{5}{2} q^2 p^4$

9. Tenis

Jeżeli zawodnik zdobywa punkt po swoim serwisie z p-stwem $\frac{2}{3}$, to szansa wygrania przez niego gema serwisowego wynosi . . .

Niech zawodnik zdobywa każdy punkt z p-stwem p, $(q := 1 - p)$. Można wygrać gema ze stanu (przed ostatnim punktem):

40-0 z p-stwem p^4,

40-15 z p-stwem $\binom{4}{1} qp^4$,

40-30 z p-stwem $\binom{5}{2} q^2 p^4$

lub ze stanu równowagi z p-stwem

$$\binom{6}{3} q^3 p^3$$

9. Tenis

Jeżeli zawodnik zdobywa punkt po swoim serwisie z p-stwem $\frac{2}{3}$, to szansa wygrania przez niego gema serwisowego wynosi ...

Niech zawodnik zdobywa każdy punkt z p-stwem p, $(q := 1 - p)$. Można wygrać gema ze stanu (przed ostatnim punktem):

40-0 z p-stwem p^4,

40-15 z p-stwem $\binom{4}{1} qp^4$,

40-30 z p-stwem $\binom{5}{2} q^2 p^4$

lub ze stanu równowagi z p-stwem

$$\binom{6}{3} q^3 p^3 \cdot p^2 (1 + 2pq + (2pq)^2 + \ldots)$$

9. Tenis

Jeżeli zawodnik zdobywa punkt po swoim serwisie z p-stwem $\frac{2}{3}$, to szansa wygrania przez niego gema serwisowego wynosi ...

Niech zawodnik zdobywa każdy punkt z p-stwem p, $(q := 1 - p)$. Można wygrać gema ze stanu (przed ostatnim punktem):

40-0 z p-stwem p^4,

40-15 z p-stwem $\binom{4}{1} q p^4$,

40-30 z p-stwem $\binom{5}{2} q^2 p^4$

lub ze stanu równowagi z p-stwem

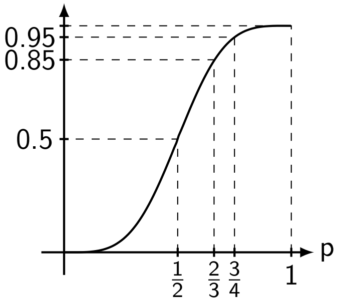
$$\binom{6}{3} q^3 p^3 \cdot p^2 (1 + 2pq + (2pq)^2 + \ldots) = \frac{20 p^5 q^3}{1 - 2pq}$$

9. Tenis

Ostatecznie, szansa wygrania gema wynosi $\dfrac{p^4 - 16p^4q^4}{p^4 - q^4}$.

9. Tenis

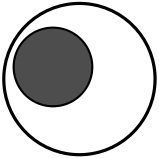
Ostatecznie, szansa wygrania gema wynosi $\dfrac{p^4 - 16p^4q^4}{p^4 - q^4}$.



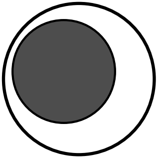
10. Koszykówka

Który z poniższych diagramów przedstawia piłkę do koszykówki przechodzącą przez obręcz kosza?

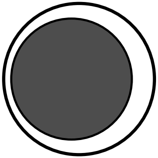
A)



B)

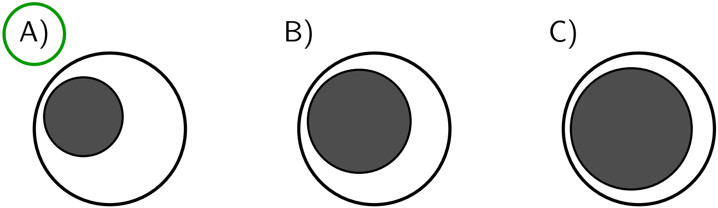


C)



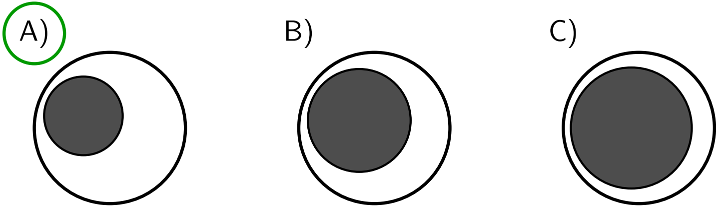
10. Koszykówka

Który z poniższych diagramów przedstawia piłkę do koszykówki przechodzącą przez obręcz kosza?



10. Koszykówka

Który z poniższych diagramów przedstawia piłkę do koszykówki przechodzącą przez obręcz kosza?



Wewnętrzna średnica obręczy ma 45 cm, a średnica piłki to 24 cm, a więc $\frac{24}{45} \approx 0,53$.

Bibliografia

Eastaway, R. and Haigh, J., The Hidden Mathematics of Sport, *Rizzoli*, 2021,

Leversha, G., Sammutt, P. and Woodruff, P., The Shot-Putter Problem. *Math. Gaz.*, 80(489), 1996, 592–95,

Cohen, G.L. and Tonkes, E., Dartboard arrangements, *Electron. J. Comb.*, 8(2), 2001,

Haigh, J., Uses and limitations of mathematics in sport, *IMA J. Manag. Math.*, 20(2), 2009, 97–108,

Parker, M., Humble Pi: A Comedy of Maths Errors, *Penguin UK*, 2019.

Ciąg Thuego-Morse'a:

Brams, S. J. and Ismail, M. S., Making the Rules of Sports Fairer, *SIAM Review*, 60(1), 2018, 181–202,

Allouche, JP., Shallit, J. (1999). The Ubiquitous Prouhet-Thue-Morse Sequence. In: Ding, C., Helleseth, T., Niederreiter, H. (eds) Sequences and their Applications. Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science. Springer, London

Palacios-Huerta, I.,Tournaments, fairness and the prouhet-thue-Morse sequence, *Econ. Inq.*, 50, 2012, 848–849.