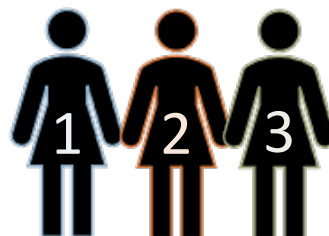


# 66. SZKOŁA MATEMATYKI POGLĄDOWEJ PODOBIENSTWA I RÓŻNICE

## Tajemnica z Talmudu

Oskar SKIBSKI

Uniwersytet Warszawski



Źródło zdjęć: wikipedia.org


# KETUBA

*Ketuba* to prawny kontrakt w judaizmie zawierany przed ślubem przez narzeczonych.

Na jego mocy mężczyzna zobowiązuje się dbać o przyszłą żonę (...), a w razie rozvodu lub śmierci wypłacić jej określoną w kontrakcie rekompensatę.



# Problem BANKRUCTWA

Wasz mąż  
zostawił  
200 x 



Chcę  
100!



Chcę  
200!



Chcę  
300!



# Problem BANKRUCTWA

Wasz mąż  
zostawił  
200 x 



Chcę  
100!



Chcę  
200!



Chcę  
300!




A

66

66

66

# Problem BANKRUCTWA

Wasz mąż  
zostawił  
200 x 



Chcę  
100!



Chcę  
200!



Chcę  
300!



A

66

66

66

B


50

75

75

A	66	66	66
B	50	75	75

# Problem BANKRUCTWA

Wasz mąż  
zostawił  
200 x 



Chcę  
100!



Chcę  
200!



Chcę  
300!



A

66

66

66

B

50

75

75

C

33

66

100

A	66	66	66
B	50	75	75
C	33	66	100

# Problem BANKRUCTWA

Wasz mąż  
zostawił  
spadek  
wysokości...



Chcę  
100!



Chcę  
200!



Chcę  
300!



# Problem BANKRUCTWA

Wasz mąż  
zostawił  
spadek  
wysokości...



Chcę  
100!



Chcę  
200!



Chcę  
300!



100 x



33

33

33



# Problem BANKRUCTWA

Wasz mąż  
zostawił  
spadek  
wysokości...



Chcę  
100!





Chcę  
200!



Chcę  
300!



100 x 	33	33	33
200 x 	50	75	75

# Problem BANKRUCTWA

Wasz mąż  
zostawił  
spadek  
wysokości...



Chcę  
100!






Chcę  
200!



Chcę  
300!



100 x 	33	33	33
200 x 	50	75	75
300 x 	50	100	150

„Game Theoretic Analysis of a Bankruptcy Problem from the Talmud” (1985)

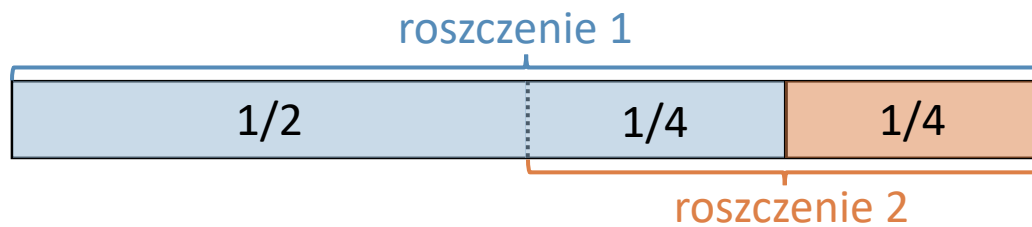
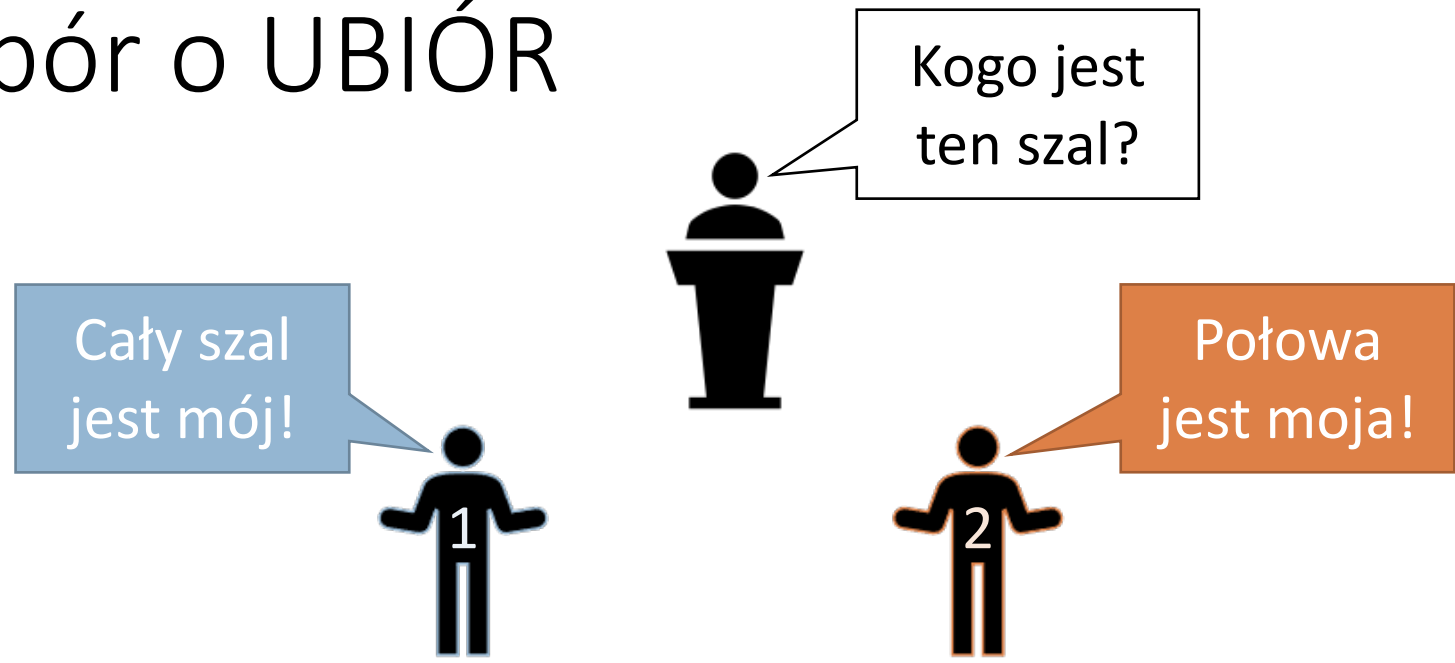


Robert **AUMANN**

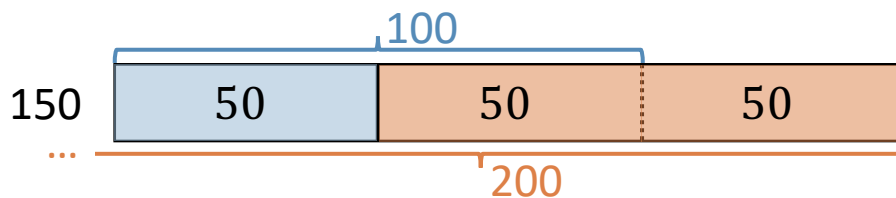
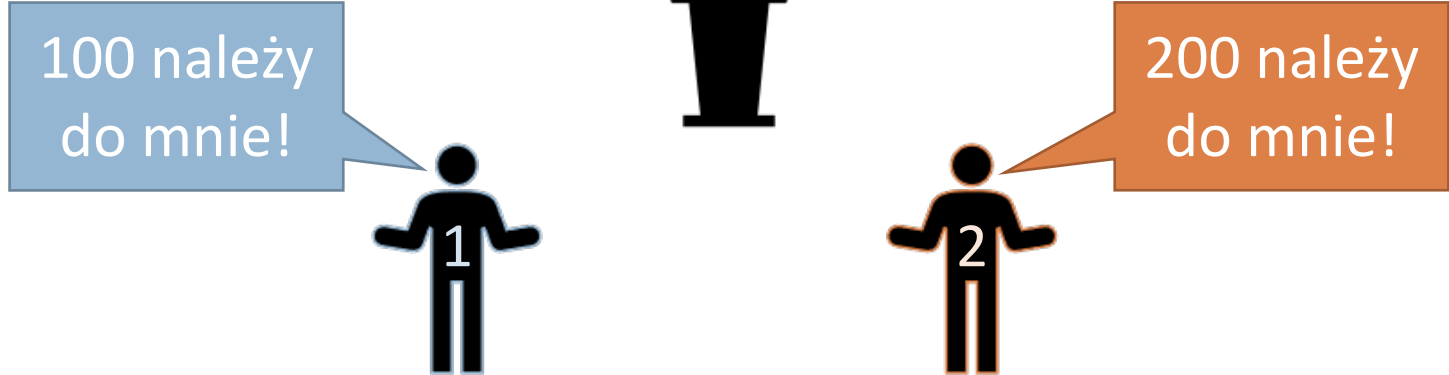


Michael **MASCHLER**

# Spór o UBIÓR



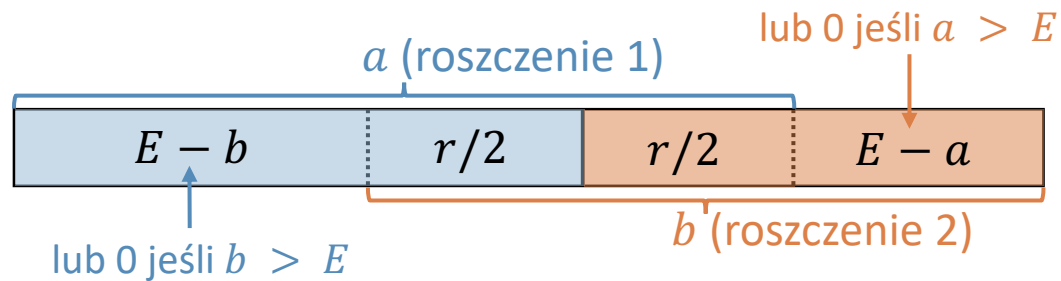
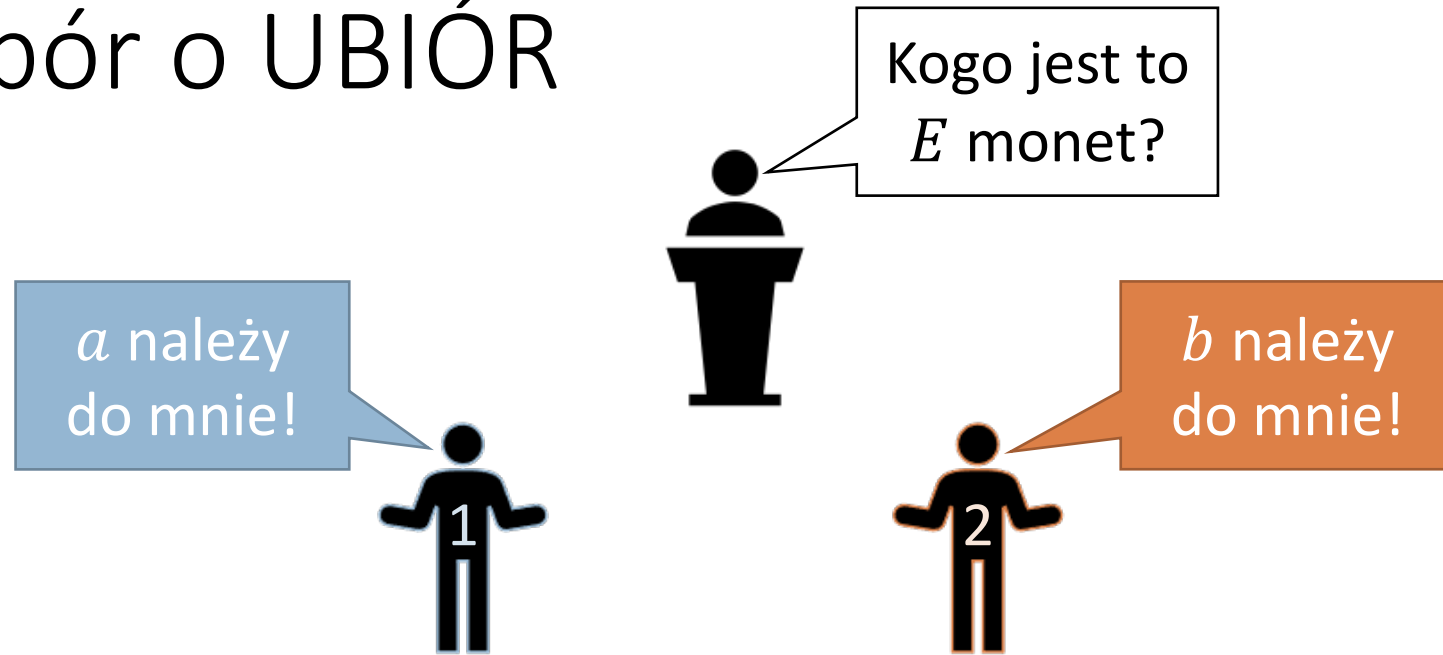
# Spór o UBIÓR



Wartość: 150 monet



# Spór o UBIÓR



Wartość:  $E$



# Spór o UBIÓR

$a$  należy do mnie!

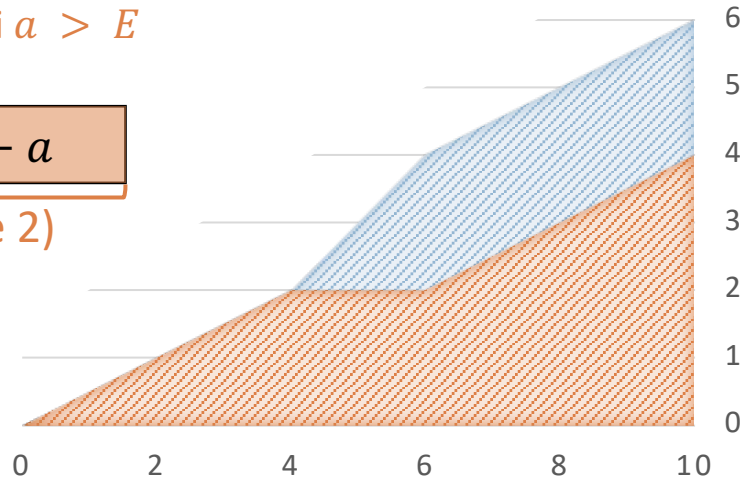
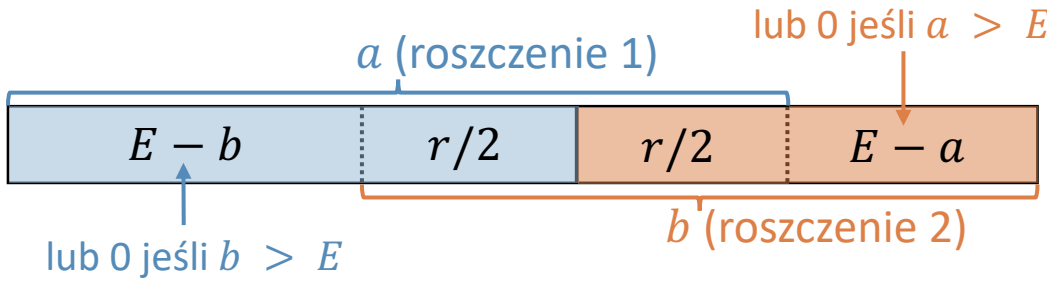


Kogo jest to  $E$  monet?

$b$  należy do mnie!




Wykres dla:  
 $a = 6, b = 4$



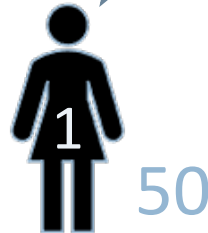
! Większy majątek daje większą wypłatę.

# Problem BANKRUCTWA

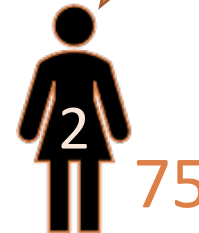
Wasz mąż  
zostawił  
200 x 



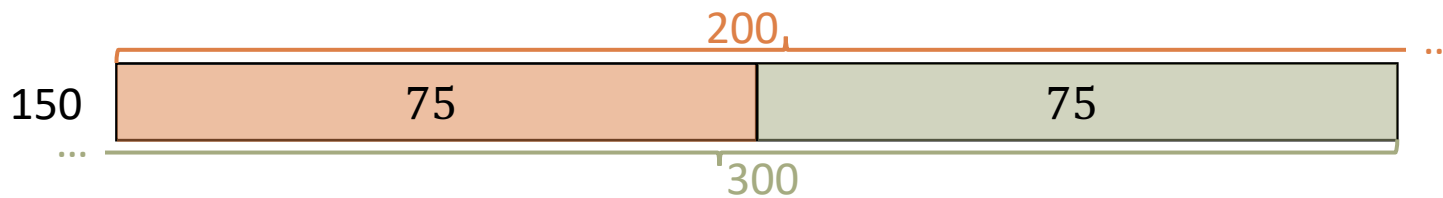
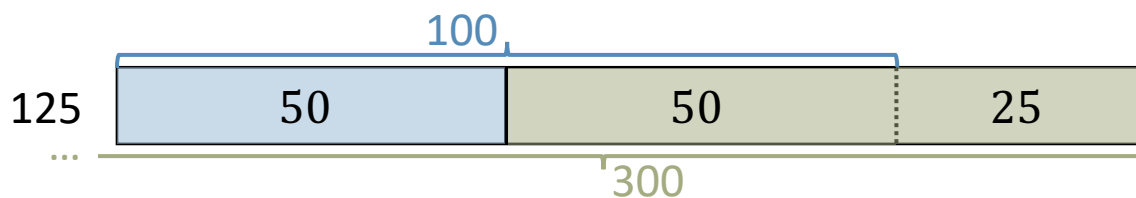
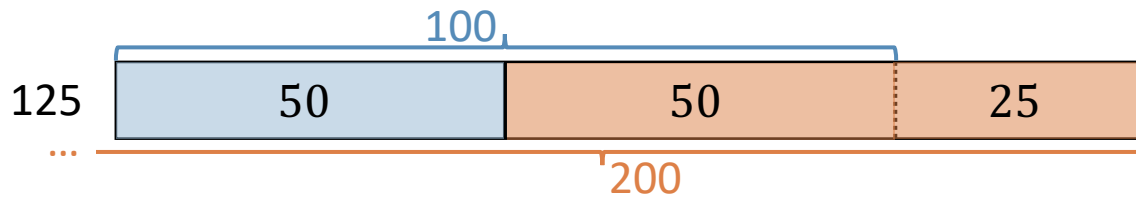
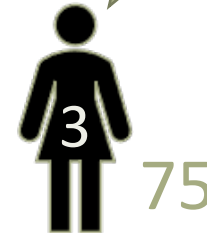
Chcę  
100!



Chcę  
200!




Chcę  
300!



To rozwiązanie  
jest „spójne” z  
rozwiązaniem  
sporu o ubiór!!

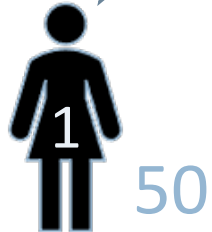


# Problem BANKRUCTWA

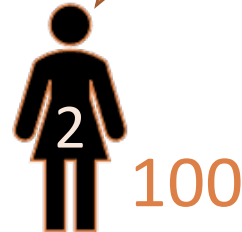
Wasz mąż  
zostawił  
300 x 



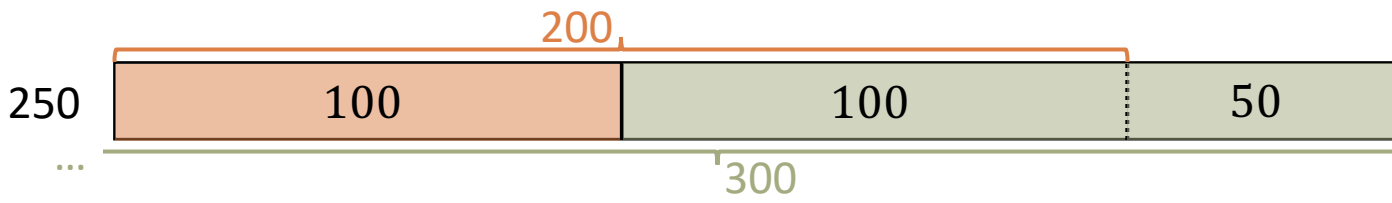
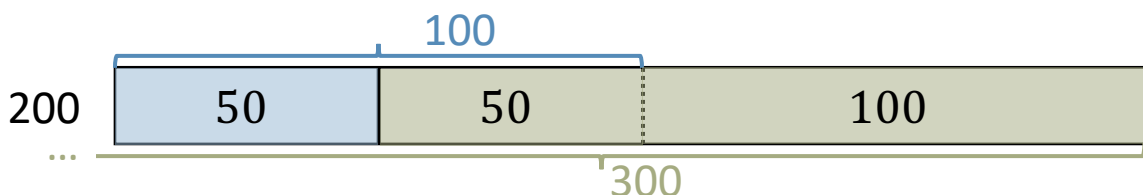
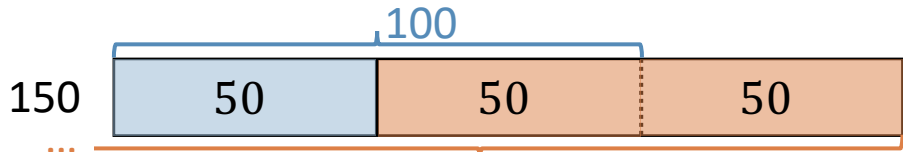
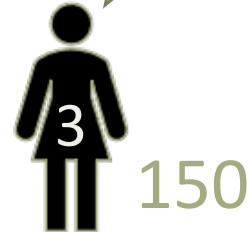
Chcę  
100!



Chcę  
200!




Chcę  
300!



To też jest  
spójne!!

# Problem BANKRUCTWA

Wasz mąż  
zostawił  
200 x 



Chcę  
100!



Chcę  
200!



Chcę  
300!



Jest zawsze dokładnie jedno  
spójne rozwiązanie!



# Problem BANKRUCTWA

Wasz mąż  
zostawił  
200 x 



Chcę  
100!



Chcę  
200!



Chcę  
300!



$$\Sigma = 150$$



$$\Sigma = 160$$

50

40

75

60

75

100

A

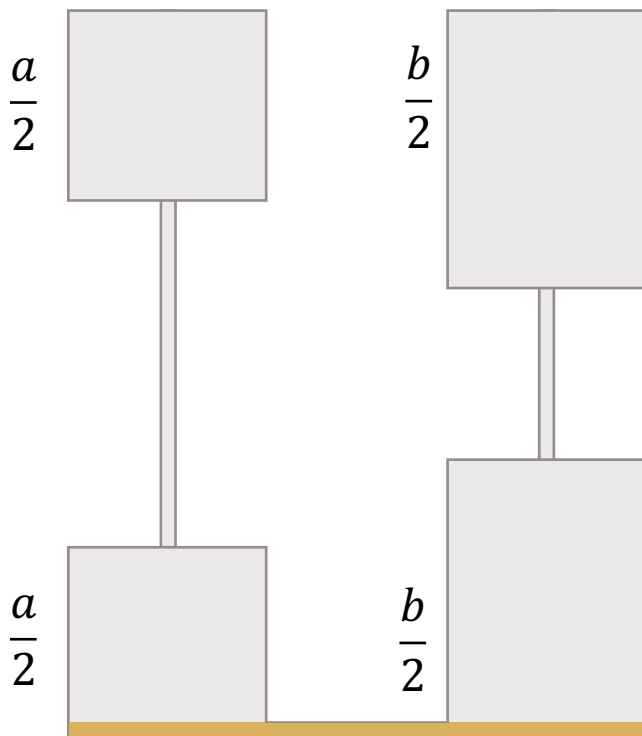
B



Jeżeli są dwa spójne rozwiązania to istnieje para, że ktoś dostaje mniej mimo, że para dzieli między siebie więcej. **SPRZECZNOŚĆ!**

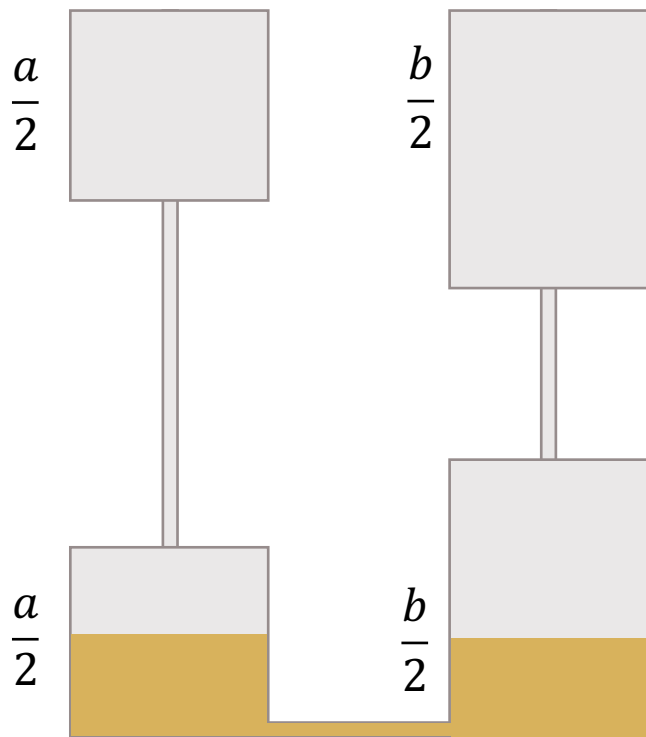
# ROZWIĄZANIE tajemnicy

Założmy, że  $a \leq b$

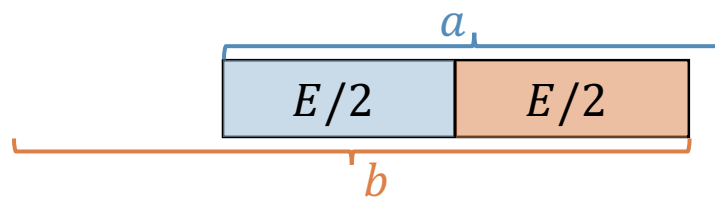


# ROZWIĄZANIE tajemnicy

Założmy, że  $a \leq b$

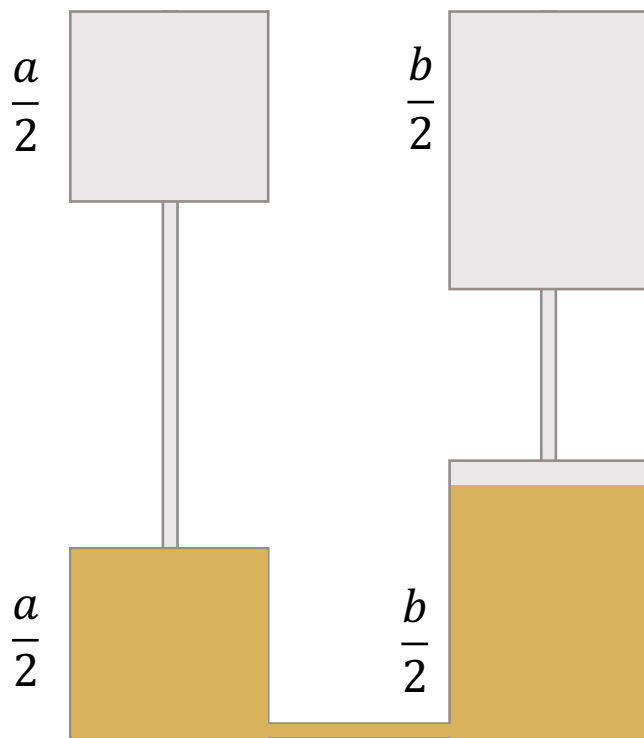


Jeżeli  $E < a \leq b$ :

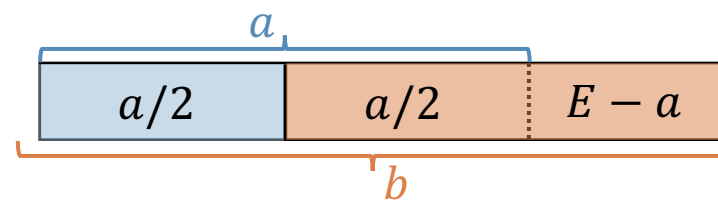


# ROZWIĄZANIE tajemnicy

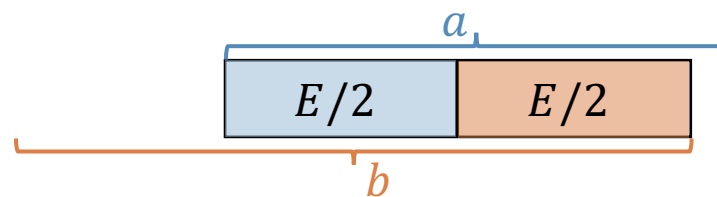
Założmy, że  $a \leq b$



Jeżeli  $a \leq E \leq b$ :

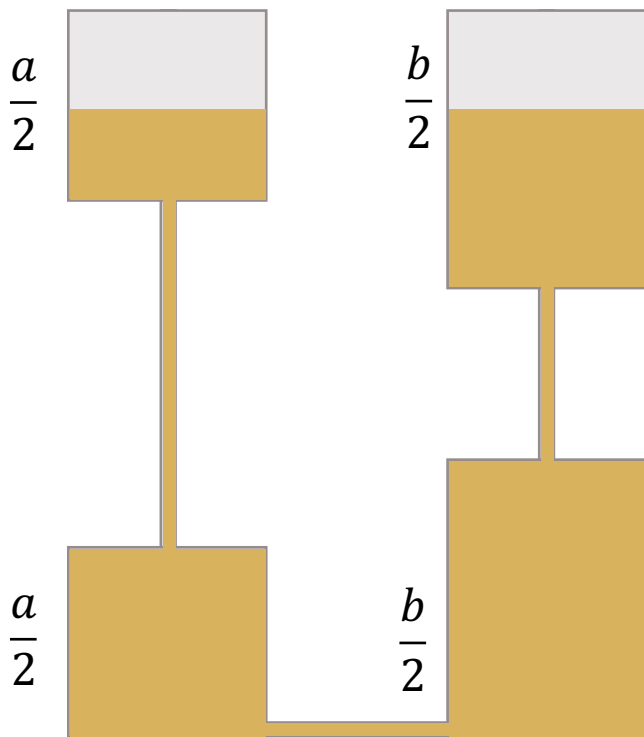


Jeżeli  $E < a \leq b$ :

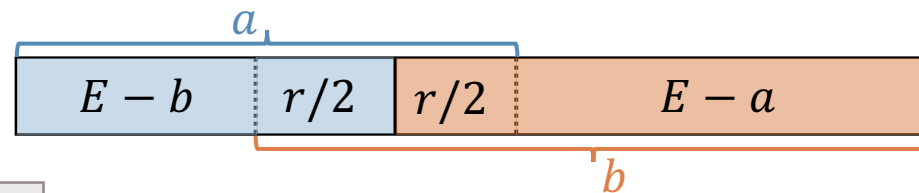


# ROZWIĄZANIE tajemnicy

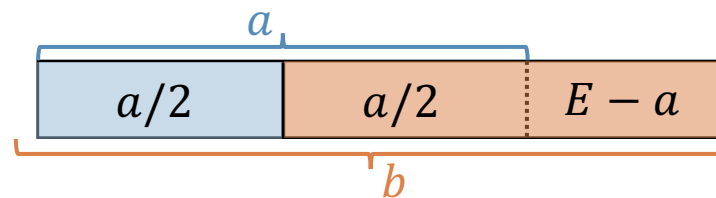
Założmy, że  $a \leq b$



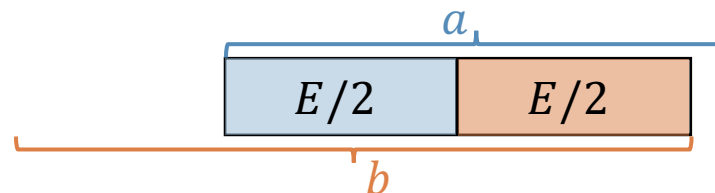
Jeżeli  $a \leq b < E$ :



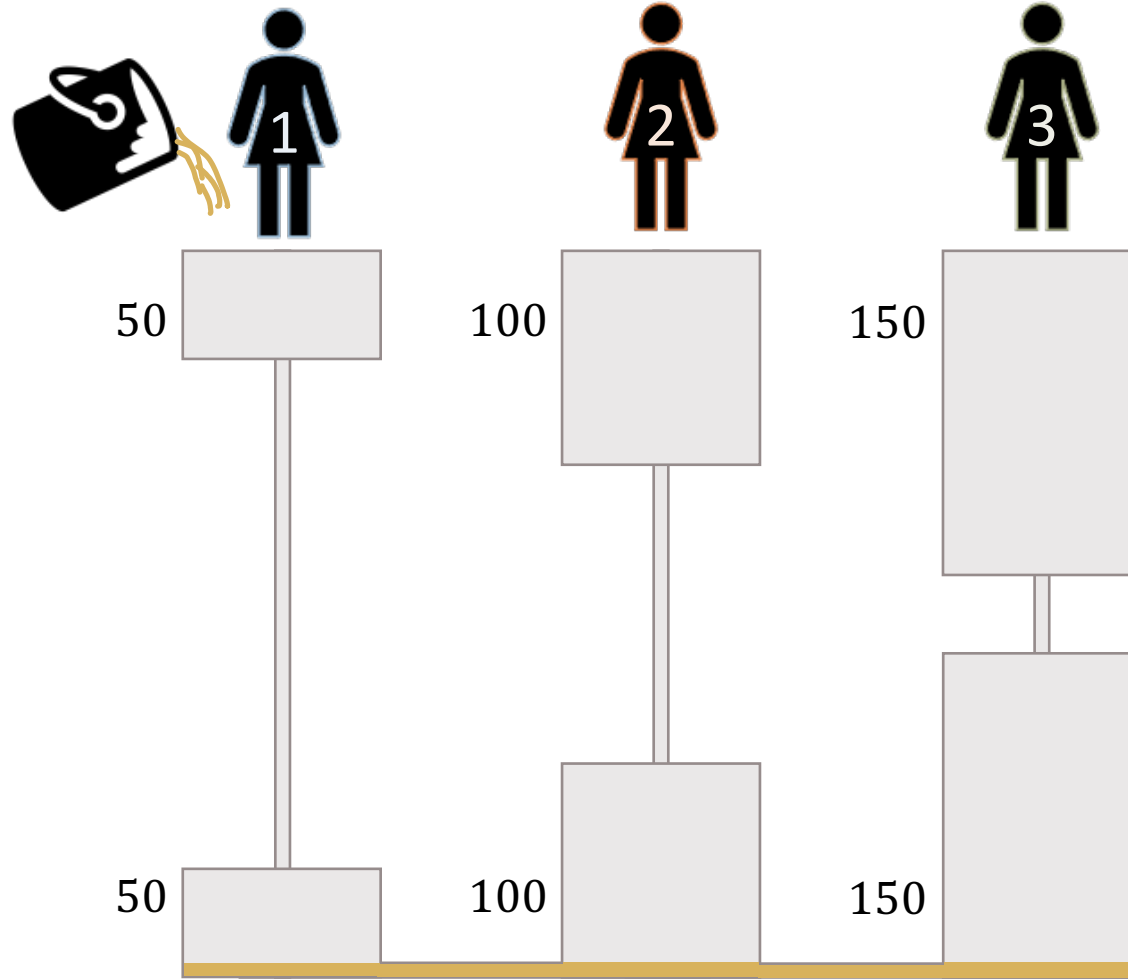
Jeżeli  $a \leq E \leq b$ :



Jeżeli  $E < a \leq b$ :

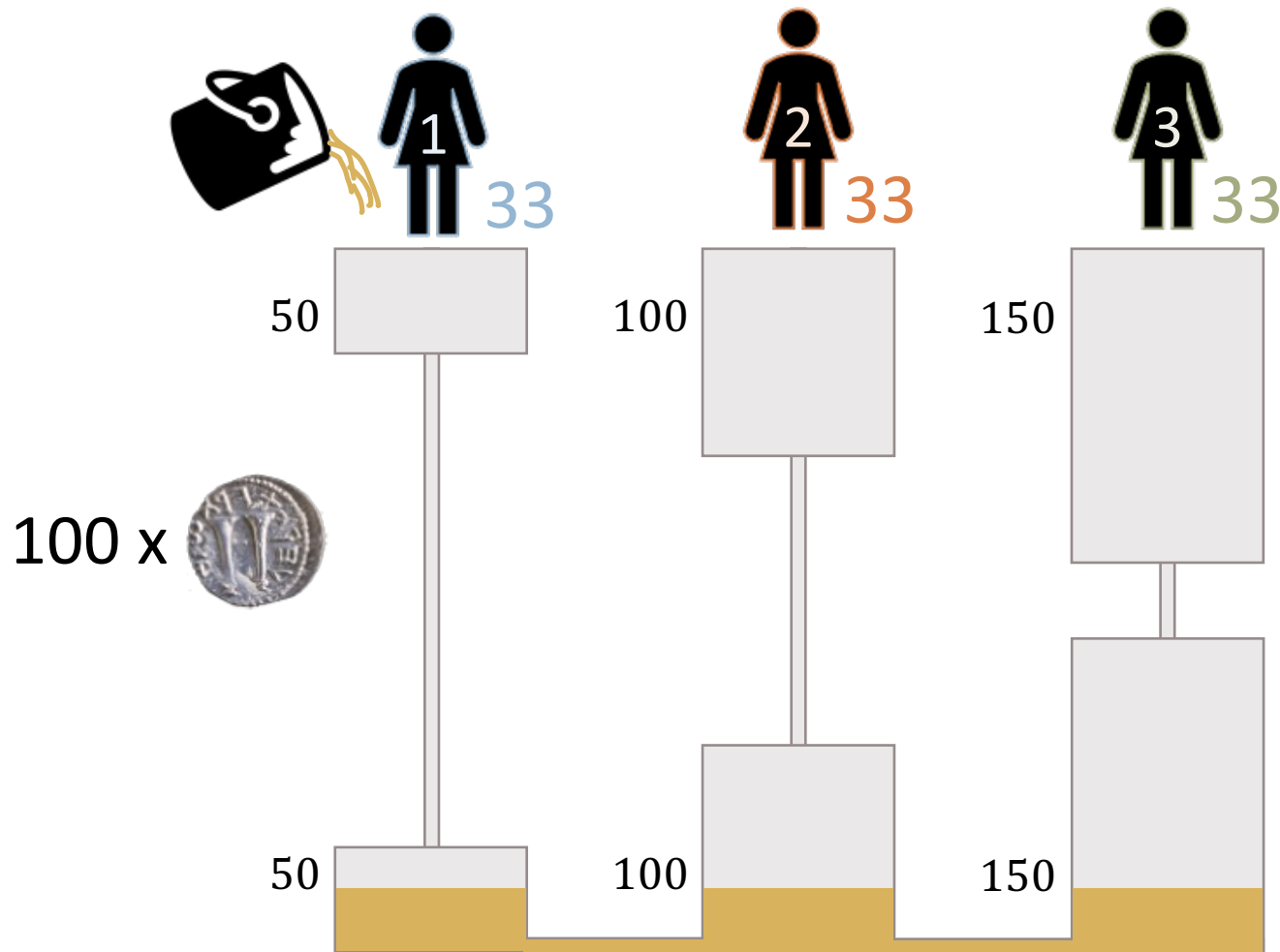


# ROZWIĄZANIE tajemnicy

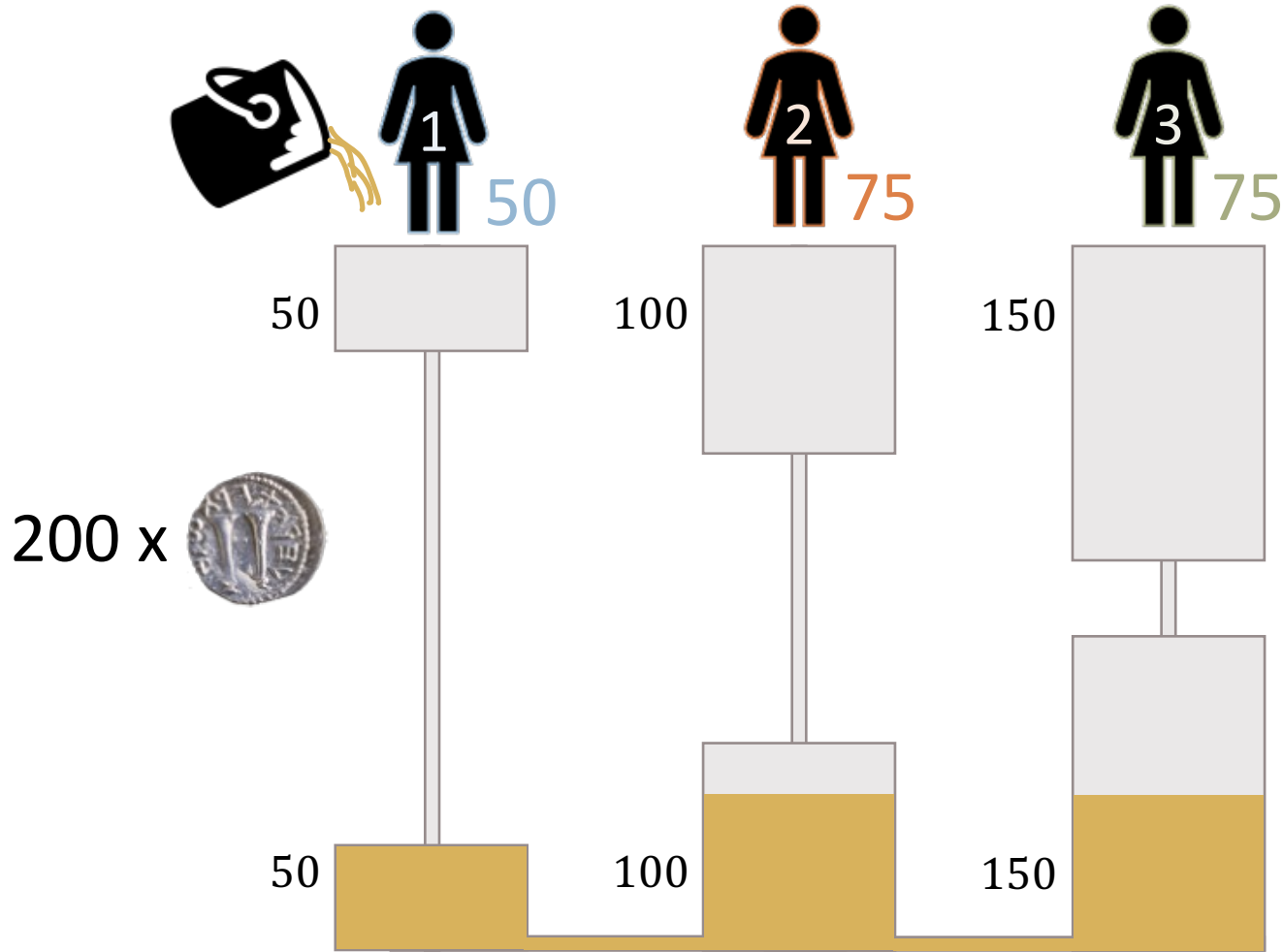




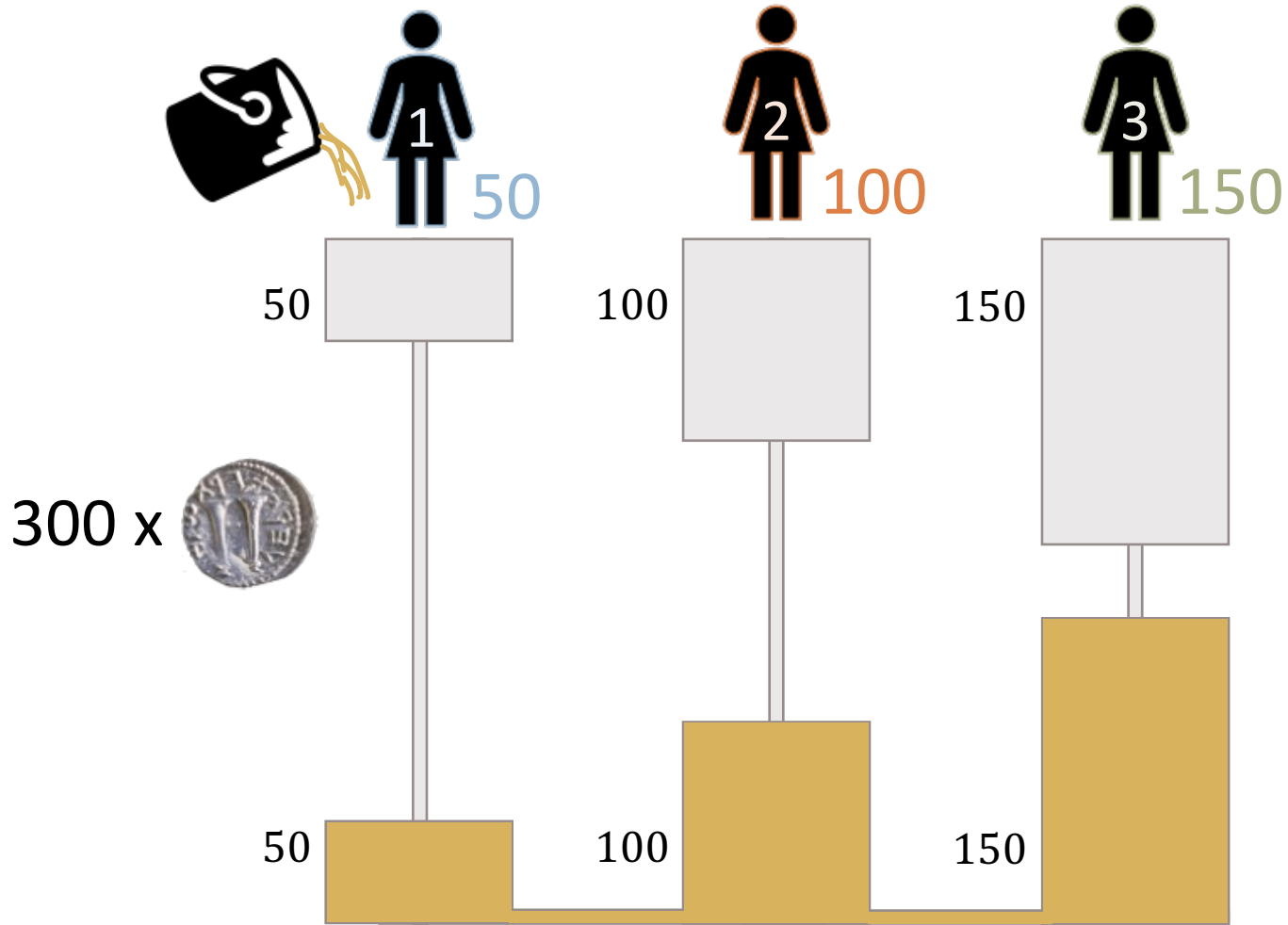
# ROZWIĄZANIE tajemnicy



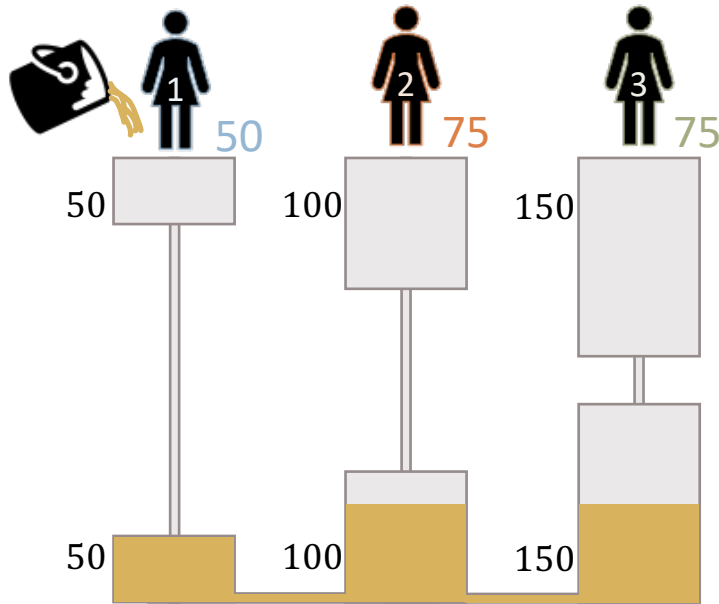
# ROZWIĄZANIE tajemnicy



# ROZWIĄZANIE tajemnicy



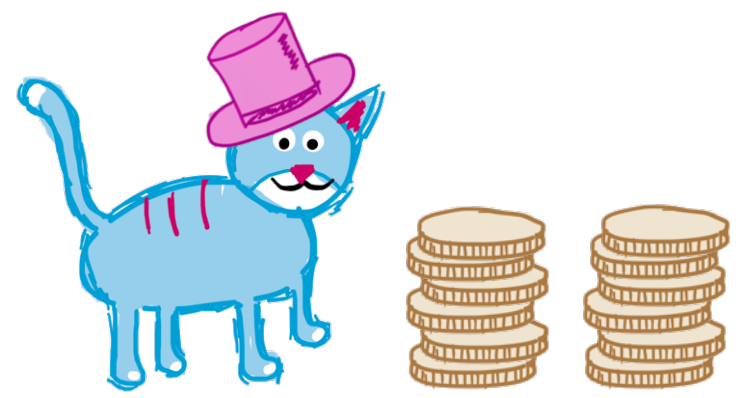
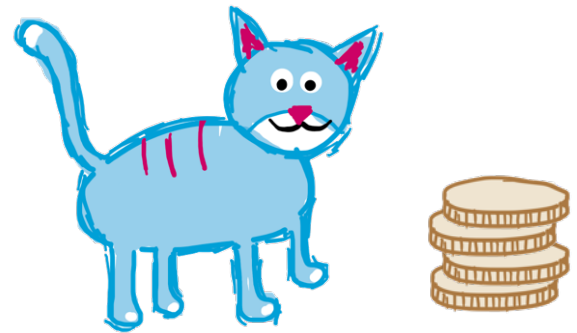
# ROZWIĄZANIE tajemnicy





Czemu to rozwiązanie jest fajne?

- Dzieli majątek w ten sam sposób co jego niedobór.
- Maksymalizuje liczbę osób, które dostaną co najmniej połowę.
- Może być scharakteryzowane jako sekwencyjny proces w którym gracze opuszczają „grę”.

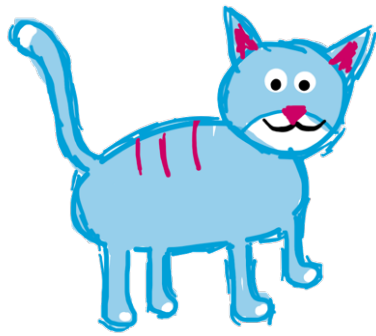
# Gry koalicyjne



	7
	5

Jak się podzielić wspólną wypłatą?

# Gry koalicyjne



(na pewno jego)



(na pewno jego)



$\frac{3}{4}$  szala



$\frac{1}{4}$  szala

Jak się podzielić tym szalem?

# Gry koalicyjne



$$E - b$$

(lub 0 jak  $E < b$ )



$$E - a$$

(lub 0 jak  $E < a$ )



$$E$$



$$(E - b) + r/2$$





$$(E - a) + r/2$$

Jak się podzielić tym spadkiem?



# Gry koalicyjne

 100     200     300



 0  
(na pewno jego)




0  
(na pewno jego)

0  
(na pewno jego)


 


 0  
(na pewno ich)


 




 0  
(na pewno ich)




 

 100  
(na pewno ich)



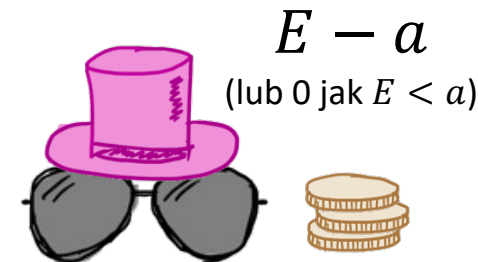
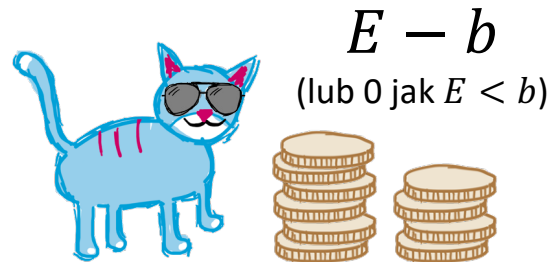
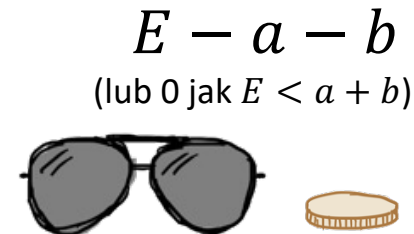
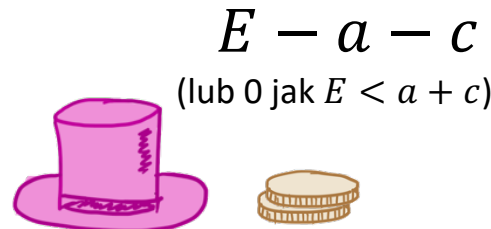
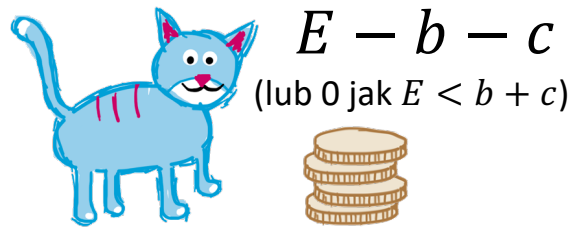
 200

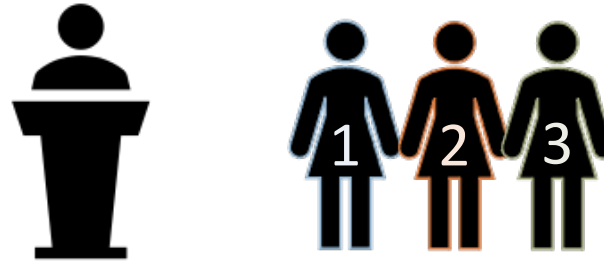
  

	50
	75
	75



# Gry koalicyjne





## Podsumowanie:

- Analizowaliśmy problem bankructwa opisany w Talmudzie.
- Przedstawiliśmy możliwe uzasadnienie przez podobieństwo do sporu o ubiór, który skupia się na różnicy pomiędzy roszczeniami obu graczy.
- Ale to wszystko nie byłoby możliwe gdyby nie gry koalicyjne...

Dziękuję za uwagę!