W. Żukrowski:

Lektura „Srebrnych orłów” jest podobna do wstępowania po spirali schodów w wieży. Z coraz innego okna oglądamy krajobrazy, ale dopiero z ostatnią kartą, ze szczytu, otworzy się przed nami rozległy horyzont. Co chwila wraz z Aaronem jesteśmy skłonni zawołać „już wiem, już rozumiem, dlaczego tak musiało się stać” — ażeby po chwili odkryć nowe prawa, inne moce, którym podporządkują się harmonijnie tamte zjawiska, uprzednio już przez nas dostrzeżone i rozpoznane.

Oryginałowie i oryginały

Adam Bobrowski

Politechnika Lubelska

Półgrupa operatorów

Półgrupa w przestrzeni Banacha $\mathbb{X}$ to rodzina operatorów ograniczonych (ciągłych) $\{T(t), t \geqslant 0\}$ spełniająca następujące warunki.

1. $T(t)T(s) = T(t+s),\ t, s \geqslant 0,$
2. $T(0) = I\ (Ix = x, x \in \mathbb{X}),$
3. $\lim_{t \to 0+} \|T(t)x - x\| = 0, x \in \mathbb{X}.$

Półgrupa operatorów

Półgrupa w przestrzeni Banacha $\mathbb{X}$ to rodzina operatorów ograniczonych (ciągłych) $\{T(t), t \geqslant 0\}$ spełniająca następujące warunki.

1. $T(t)T(s) = T(t+s), \; t, s \geqslant 0,$
2. $T(0) = I \; (Ix = x, x \in \mathbb{X}),$
3. $\lim_{t\to 0+} \|T(t)x - x\| = 0, x \in \mathbb{X}.$

- warunek półgrupowy,

Półgrupa operatorów

Półgrupa w przestrzeni Banacha $\mathbb{X}$ to rodzina operatorów ograniczonych (ciągłych) $\{T(t), t \geqslant 0\}$ spełniająca następujące warunki.

1. $T(t)T(s) = T(t+s),\ t, s \geqslant 0,$
2. $T(0) = I\ (Ix = x, x \in \mathbb{X}),$
3. $\lim_{t \to 0+} \| T(t)x - x\| = 0, x \in \mathbb{X}.$

- warunek półgrupowy,
- $t \mapsto T(t)x$ funkcja ciągła,

Półgrupa operatorów

Półgrupa w przestrzeni Banacha $\mathbb{X}$ to rodzina operatorów ograniczonych (ciągłych) $\{T(t), t \geqslant 0\}$ spełniająca następujące warunki.

1. $T(t)T(s) = T(t+s),\ t, s \geqslant 0$,
2. $T(0) = I$ $(Ix = x, x \in \mathbb{X})$,
3. $\lim_{t\to 0+} \|T(t)x - x\| = 0, x \in \mathbb{X}$.

- warunek półgrupowy,
- $t \mapsto T(t)x$ funkcja ciągła,
- istnieją takie M, ω, że

$$\|T(t)\| \leqslant M e^{\omega t}, \qquad t \geqslant 0.$$

Półgrupa operatorów

Półgrupa w przestrzeni Banacha $\mathbb{X}$ to rodzina operatorów ograniczonych (ciągłych) $\{T(t), t \geqslant 0\}$ spełniająca następujące warunki.

1. $T(t)T(s) = T(t+s)$, $t, s \geqslant 0$,
2. $T(0) = I$ $(Ix = x, x \in \mathbb{X})$,
3. $\lim_{t\to 0+} \|T(t)x - x\| = 0, x \in \mathbb{X}$.

- warunek półgrupowy,
- $t \mapsto T(t)x$ funkcja ciągła,
- istnieją takie M, ω, że

$$\|T(t)\| \leqslant M\mathrm{e}^{\omega t}, \qquad t \geqslant 0.$$

- $\mathbb{X} = L^1(0,\infty)$, $T(t)x(\tau) = x(\tau - t)1_{[t,\infty)}(\tau)$, $t, \tau \geqslant 0$.

Co półgrupa opisuje?

- t — czas,
- rozwiązania równań różniczkowych cząstkowych,
- procesy stochastyczne,
- dynamikę rozwoju populacji.

Półgrupę mało kto widział; generator ją objawił

Generator:

$$\boxed{Ax = \lim_{t \to 0+} t^{-1}(T(t)x - x),} \qquad x \in D(A),$$

zdefiniowany gdy granica istnieje, zwykle operator nieograniczony.

Półgrupę mało kto widział; generator ją objawił

Generator:

$$\boxed{Ax = \lim_{t\to 0+} t^{-1}(T(t)x - x),} \qquad x \in D(A),$$

zdefiniowany gdy granica istnieje, zwykle operator nieograniczony.

$$\text{Półgrupa} \iff \text{generator.}$$
$$T(t) = \mathrm{e}^{tA}.$$

Półgrupę mało kto widział; generator ją objawił

Generator:

$$\boxed{Ax = \lim_{t\to 0+} t^{-1}(T(t)x - x),} \qquad x \in D(A),$$

zdefiniowany gdy granica istnieje, zwykle operator nieograniczony.

$$\text{Półgrupa} \iff \text{generator.}$$
$$T(t) = \mathrm{e}^{tA}.$$

Przesuniecia w prawo $\mathrm{e}^{t(-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau})}$, ruch Browna $\mathrm{e}^{t\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}\tau^2}}$.

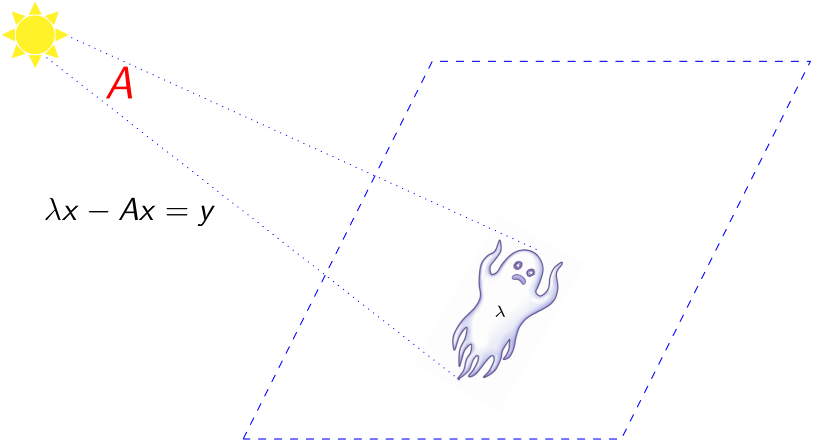
Jak scharakteryzować generatory (1948)?

Einar Hille („Biblia”)

Kosaku Yosida (podręcznik)

Ustanowili „standardowy” sposób myślenia o generatorach

Widmo i rezolwenta



Twierdzenie o generowaniu

Operator A jest generatorem półgrupy w przestrzeni Banacha $\mathbb{X}$ wtedy i tylko wtedy gdy

Twierdzenie o generowaniu

Operator A jest generatorem półgrupy w przestrzeni Banacha $\mathbb{X}$ wtedy i tylko wtedy gdy

1. jego dziedzina $D(A)$ jest zbiorem gęstym,

Twierdzenie o generowaniu

Operator A jest generatorem półgrupy w przestrzeni Banacha $\mathbb{X}$ wtedy i tylko wtedy gdy

1. jego dziedzina $D(A)$ jest zbiorem gęstym,
2. istnieje takie ω, że dla $\lambda > \omega$ i wszystkich $y \in \mathbb{X}$ równanie

$$\lambda x - Ax = y$$

ma dokładnie jedno rozwiązanie $x := (\lambda - A)^{-1} y$,

Twierdzenie o generowaniu

Operator A jest generatorem półgrupy w przestrzeni Banacha $\mathbb{X}$ wtedy i tylko wtedy gdy

1. jego dziedzina $D(A)$ jest zbiorem gęstym,
2. istnieje takie ω, że dla $\lambda > \omega$ i wszystkich $y \in \mathbb{X}$ równanie

$$\lambda x - Ax = y$$

   ma dokładnie jedno rozwiązanie $x := (\lambda - A)^{-1} y$,

3. funkcja $\omega < \lambda \mapsto (\lambda - A)^{-1}$ jest nieskończenie wiele razy różniczkowalna i istnieje stała M o tej własności, że

$$\left\| \frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}\lambda^n} (\lambda - A)^{-1} \right\| \leqslant \frac{Mn!}{(\lambda - \omega)^{n+1}}, \quad \lambda > 0, n \geqslant 0.$$

Uwagi

1. Przy założeniach twierdzenia $\|e^{tA}\| \leqslant M\mathrm{e}^{\omega t}$.

Uwagi

1. Przy założeniach twierdzenia $\|e^{tA}\| \leqslant M\mathrm{e}^{\omega t}$.
2. ω pozbywamy się zamieniając $T(t)$ na $\mathrm{e}^{-\omega t}T(t)$ lub A na $A - \omega I$.

Uwagi

1. Przy założeniach twierdzenia $\|e^{tA}\| \leqslant M\mathrm{e}^{\omega t}$.
2. ω pozbywamy się zamieniając $T(t)$ na $\mathrm{e}^{-\omega t}T(t)$ lub A na $A - \omega I$.
3. Przypadek $M = 1$ i $\omega = 0$ — Hille i Yosida; ogólny — Phillips–Feller–Miyadera.

Uwagi

1. Przy założeniach twierdzenia $\|e^{tA}\| \leqslant M\mathrm{e}^{\omega t}$.
2. ω pozbywamy się zamieniając $T(t)$ na $\mathrm{e}^{-\omega t}T(t)$ lub A na $A - \omega I$.
3. Przypadek $M = 1$ i $\omega = 0$ — Hille i Yosida; ogólny — Phillips–Feller–Miyadera.
4. M też się można pozbyć — przez sprytną zmianę normy.

Uwagi

1. Przy założeniach twierdzenia $\|e^{tA}\| \leqslant M\mathrm{e}^{\omega t}$.
2. ω pozbywamy się zamieniając $T(t)$ na $\mathrm{e}^{-\omega t}T(t)$ lub A na $A - \omega I$.
3. Przypadek $M = 1$ i $\omega = 0$ — Hille i Yosida; ogólny — Phillips–Feller–Miyadera.
4. M też się można pozbyć — przez sprytną zmianę normy.
5. Równanie Hilberta
$$(\lambda-\mu)(\lambda-A)^{-1}(\mu-A)^{-1} = (\mu-A)^{-1}-(\lambda-A)^{-1}, \lambda, \mu > \omega$$
powoduje że $\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}\lambda^n}(\lambda - A)^{-1} = (-1)^n(\lambda - A)^{-(n+1)}n!$, $n \geqslant 0$. Warunek trzeci więc równoważny
$$\|(\lambda - A)^{-n}\| \leqslant \frac{M}{(\lambda - \omega)^n}, \qquad \lambda > \omega, n \geqslant 1.$$

Odtąd dla prostoty

$$\boxed{\omega = 0}$$

Czterdzieści lat później (1987)

Wydano kilka znakomitych książek, teoria i jej zastosowania kwitły, a tu ...

Czterdzieści lat później (1987)

Wydano kilka znakomitych książek, teoria i jej zastosowania kwitły, a tu ...

G. Da Prato and E. Sinestrari

Są ważne operatory spełniające właściwe oszacowania, które nie mają gęstych dziedzin.

Potrzebna zmiana sposobu myślenia, powrotu do źródeł, przemyślenia podstaw.

Wolfgang Arendt

Teoria półgrup a transformacja Laplace'a

Kluczowa zależność

$$(\lambda - A)^{-1}x = \int_0^\infty \mathrm{e}^{-\lambda t}\mathrm{e}^{tA}x\,\mathrm{d}t, \qquad \lambda > 0. \, (\omega = 0)$$

Teoria półgrup a transformacja Laplace'a

Kluczowa zależność

$$(\lambda - A)^{-1}x = \int_0^\infty \mathrm{e}^{-\lambda t}\mathrm{e}^{tA}x\,\mathrm{d}t, \qquad \lambda > 0.\ (\omega = 0)$$

- transf. Laplace'a $\implies$ teoria półgrup,
- teoria półgrup $\implies$ transf. Laplace'a.

Twierdzenie o odwracaniu przekształcenia Laplace'a

Twierdzenie Widdera (1946): $(0,\infty) \ni \lambda \mapsto r(\lambda)$ jest transformatą Laplace'a funkcji ograniczonej wtedy i tylko wtedy, gdy dla pewnej stałej M:

$$|r^{(n)}(\lambda)| \leqslant \frac{Mn!}{\lambda^{n+1}}, \qquad \lambda > 0, n \geqslant 1.$$

Twierdzenie o odwracaniu przekształcenia Laplace'a

Twierdzenie Widdera (1946): $(0,\infty) \ni \lambda \mapsto r(\lambda)$ jest transformatą Laplace'a funkcji ograniczonej wtedy i tylko wtedy, gdy dla pewnej stałej M:

$$|r^{(n)}(\lambda)| \leqslant \frac{Mn!}{\lambda^{n+1}}, \qquad \lambda > 0, n \geqslant 1.$$

Jeśli $r(\lambda) = \int_0^\infty \mathrm{e}^{-\lambda t} f(t)\,\mathrm{d}t$ przy czym $|f(t)| \leqslant M$ to

$$|r^{(n)}(\lambda)| = \left|\int_0^\infty \mathrm{e}^{-\lambda t} f(t)(-t)^n\,\mathrm{d}t\right| \leqslant M \int_0^\infty \mathrm{e}^{-\lambda t} t^n\,\mathrm{d}t = \frac{Mn!}{\lambda^{n+1}}.$$

Twierdzenie Widdera nieprawdziwe w przestrzeniach Banacha

- W każdej przestrzeni Banacha oszacowania powyższe są warunkiem koniecznym.
- Są warunkiem wystarczającym w przestrzeniach refleksywnych.
- Są warunkiem wystarczającym w przestrzeniach z własnością Radona–Nikodyma.
- Ogólnie nie są warunkiem wystarczającym.

Kontrprzykład w $L^1(0,\infty)$

$L^1(0,\infty)$ — algebra splotowa. $(\phi * \psi)(t) = \int_0^t \phi(t-s)\psi(s)\,\mathrm{d}s$.

$$\begin{aligned} r(\lambda) &= e_\lambda, \qquad && \lambda > 0, \\ e_\lambda(\tau) &= \mathrm{e}^{-\lambda\tau}, \qquad && \tau, \lambda > 0 \end{aligned}$$

Kontrprzykład w $L^1(0,\infty)$

$L^1(0,\infty)$ — algebra splotowa. $(\phi * \psi)(t) = \int_0^t \phi(t-s)\psi(s)\,\mathrm{d}s$.

$$
\begin{aligned}
r(\lambda) &= e_\lambda, && \lambda > 0,\\
e_\lambda(\tau) &= \mathrm{e}^{-\lambda\tau}, && \tau, \lambda > 0\\
(\lambda-\mu)e_\lambda * e_\mu &= e_\mu - e_\lambda, && \lambda, \mu > 0,
\end{aligned}
$$

Kontrprzykład w $L^1(0,\infty)$

$L^1(0,\infty)$ — algebra splotowa. $(\phi * \psi)(t) = \int_0^t \phi(t-s)\psi(s)\,\mathrm{d}s$.

$$
\begin{aligned}
r(\lambda) &= e_\lambda, && \lambda > 0,\\
e_\lambda(\tau) &= \mathrm{e}^{-\lambda\tau}, && \tau, \lambda > 0\\
(\lambda-\mu) e_\lambda * e_\mu &= e_\mu - e_\lambda, && \lambda, \mu > 0,\\
\frac{d^n}{\mathrm{d}\lambda^n} e_\lambda &= (-1)^n n! e_\lambda^{*(n+1)}, && \lambda > 0, n \geqslant 1,
\end{aligned}
$$

Kontrprzykład w $L^1(0,\infty)$

$L^1(0,\infty)$ — algebra splotowa. $(\phi * \psi)(t) = \int_0^t \phi(t-s)\psi(s)\,\mathrm{d}s$.

$$
\begin{aligned}
r(\lambda) &= e_\lambda, && \lambda > 0,\\
e_\lambda(\tau) &= \mathrm{e}^{-\lambda\tau}, && \tau, \lambda > 0\\
(\lambda-\mu)e_\lambda * e_\mu &= e_\mu - e_\lambda, && \lambda, \mu > 0,\\
\frac{d^n}{\mathrm{d}\lambda^n} e_\lambda &= (-1)^n n! e_\lambda^{*(n+1)}, && \lambda > 0, n \geqslant 1,\\
\left\| \frac{d^n}{\mathrm{d}\lambda^n} e_\lambda \right\| &= \int_0^\infty \mathrm{e}^{-\lambda t} t^n \,\mathrm{d}t = \frac{n!}{\lambda^{n+1}}, && \lambda > 0,
\end{aligned}
$$

Kontrprzykład w $L^1(0,\infty)$

$L^1(0,\infty)$ — algebra splotowa. $(\phi * \psi)(t) = \int_0^t \phi(t-s)\psi(s)\,\mathrm{d}s$.

$$
\begin{aligned}
r(\lambda) &= e_\lambda, && \lambda > 0,\\
e_\lambda(\tau) &= \mathrm{e}^{-\lambda\tau}, && \tau, \lambda > 0\\
(\lambda-\mu)e_\lambda * e_\mu &= e_\mu - e_\lambda, && \lambda, \mu > 0,\\
\frac{d^n}{\mathrm{d}\lambda^n} e_\lambda &= (-1)^n n! e_\lambda^{*(n+1)}, && \lambda > 0, n \geqslant 1,\\
\left\| \frac{d^n}{\mathrm{d}\lambda^n} e_\lambda \right\| &= \int_0^\infty \mathrm{e}^{-\lambda t} t^n \,\mathrm{d}t = \frac{n!}{\lambda^{n+1}}, && \lambda > 0,\\
u(t) &= 1_{(0,t)} \in L^1(0,\infty), && t > 0,
\end{aligned}
$$

Kontrprzykład w $L^1(0,\infty)$

$L^1(0,\infty)$ — algebra splotowa. $(\phi * \psi)(t) = \int_0^t \phi(t-s)\psi(s)\,\mathrm{d}s$.

$$
\begin{aligned}
r(\lambda) &= e_\lambda, && \lambda > 0,\\
e_\lambda(\tau) &= \mathrm{e}^{-\lambda\tau}, && \tau, \lambda > 0\\
(\lambda-\mu)e_\lambda * e_\mu &= e_\mu - e_\lambda, && \lambda, \mu > 0,\\
\frac{d^n}{\mathrm{d}\lambda^n} e_\lambda &= (-1)^n n! e_\lambda^{*(n+1)}, && \lambda > 0, n \geqslant 1,\\
\left\| \frac{d^n}{\mathrm{d}\lambda^n} e_\lambda \right\| &= \int_0^\infty \mathrm{e}^{-\lambda t} t^n \,\mathrm{d}t = \frac{n!}{\lambda^{n+1}}, && \lambda > 0,\\
u(t) &= 1_{(0,t)} \in L^1(0,\infty), && t > 0,\\
\lambda \int_0^\infty \mathrm{e}^{-\lambda t} u(t)\,\mathrm{d}t &= e_\lambda, && \lambda > 0.
\end{aligned}
$$

Gdyby oryginał dla e_λ istniał, to u byłaby różniczkowalna (jako całka z oryginału) — a nie jest.

Oryginalność Arendta

Arendt (1987):

W przestrzeni Banacha istnienie takiego M, że

$$\|r^{(n)}(\lambda)\| \leqslant \frac{M}{\lambda^{n+1}}, \qquad \lambda > 0,$$

jest warunkiem koniecznym i dostatecznym istnienia funkcji lipschitzowskiej u czyniącej zadość warunkowi

$$r(\lambda) = \lambda \int_0^\infty \mathrm{e}^{-\lambda t} u(t) \, \mathrm{d}t, \qquad \lambda > 0.$$

Oryginalność Arendta

Arendt (1987):

W przestrzeni Banacha istnienie takiego M, że

$$\|r^{(n)}(\lambda)\| \leqslant \frac{M}{\lambda^{n+1}}, \qquad \lambda > 0,$$

jest warunkiem koniecznym i dostatecznym istnienia funkcji lipschitzowskiej u czyniącej zadość warunkowi

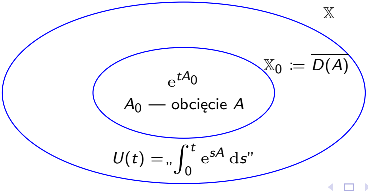
$$r(\lambda) = \lambda \int_0^\infty \mathrm{e}^{-\lambda t} u(t)\,\mathrm{d}t, \qquad \lambda > 0.$$

Sam oryginał nie istnieje, ale istnieje z niego całka!

Półgrupy scałkowane

Jeśli dla pewnego M mamy $\|(\lambda - A)^{-n}\| \leqslant \frac{M}{\lambda^n}, \lambda > 0$ to

- w $\mathbb{X}$ istnieje taka lipschitzowsko ciągła rodzina operatorów $\{U(t), t \geqslant 0\}$, że
$$(\lambda - A)^{-1}x = \lambda \int_0^\infty \mathrm{e}^{-\lambda t} U(t)x \,\mathrm{d}t, \qquad \lambda > 0, x \in \mathbb{X},$$
- w $\mathbb{X}_0 := \overline{D(A)}$ istnieje taka półgrupa $\{T(t), t \geqslant 0\}$, że
$$(\lambda - A)^{-1}x = \int_0^\infty \mathrm{e}^{-\lambda t} T(t)x \,\mathrm{d}t, \qquad \lambda > 0, x \in \mathbb{X}_0.$$



Cytat z „Madame”

Antoni Libera

Przed sobą miałem krajobraz — rozmaitość kolorów, kształtów, świateł i cieni. Czy jednak znaczyło to, że rozumiem, co widzę? Albo: czy to, co widzę, jest wiedzą ostateczną? Przecież to, co się widzi, to tylko pewien wygląd, jedna z wielu postaci lub masek rzeczywistości, pod którą kryją się dalsze — być może w nieskończoność. Błękit nieba, toń wody, masyw gór, zieleń lasu — to wszystko jest czymś innym, gdy bierze się to pod lupę, i innym — pod mikroskopem, i jeszcze, jeszcze innym — w świetle fizyki cząsteczek. Gdzie kończy się spojrzenie? Czy jest granica poznania?

Uogólnienia i „uogólnienia”

- Setki prac o *n*-krotnie scałkowanych półgrupach.
- O α-krotnie scałkowanych półgrupach (α liczba rzeczywista)
- O α-krotnie scałkowanych funkcjach kosinusowych.
- O ileś razy scałkowanych i jeszcze zregularyzowanych półgrupach/funkcjach kosinusowych.
- Horrendum!

Kolejny oryginał: Jan Kisyński

Matematyka jest odkrywana czy tworzona?

Twierdzenie o homomorfizmie

Kisyński (≈2000):

Dla operatora A w przestrzeni Banacha $\mathbb{X}$ istnienie takiego M, że

$$\|(\lambda - A)^{-n}\| \leqslant \frac{M}{\lambda^n}, \qquad \lambda > 0,$$

jest warunkiem koniecznym i dostatecznym istnienia homomorfizmu $\boxed{H : L^1(0,\infty) \to \mathcal{L}(\mathbb{X})}$ o tej własności, że

$$H(e_\lambda) = (\lambda - A)^{-1}, \qquad \lambda > 0.$$

Twierdzenie o homomorfizmie

Kisyński (≈2000):

Dla operatora A w przestrzeni Banacha $\mathbb{X}$ istnienie takiego M, że

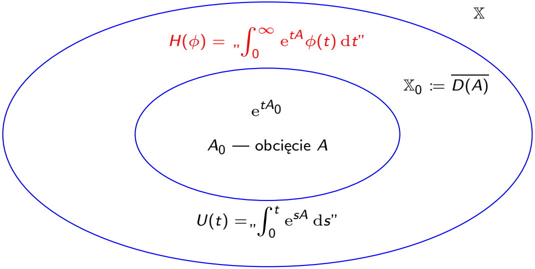
$$\|(\lambda - A)^{-n}\| \leqslant \frac{M}{\lambda^n}, \qquad \lambda > 0,$$

jest warunkiem koniecznym i dostatecznym istnienia homomorfizmu $\boxed{H : L^1(0,\infty) \to \mathcal{L}(\mathbb{X})}$ o tej własności, że

$$H(e_\lambda) = (\lambda - A)^{-1}, \qquad \lambda > 0.$$

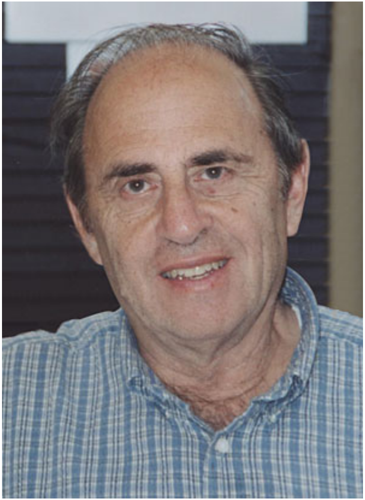
$$H(\phi) = \text{„}\textstyle\int_0^\infty \mathrm{e}^{tA}\phi(t)\,\mathrm{d}t\text{”}$$

Twierdzenie o homomorfizmie (c.d.)



- $U(t) = H(1_{(0,t)})$.
- $H(\phi * \psi) = H(\phi)H(\psi)$.
- Związek z abstrakcyjną analizą harmoniczną.
- Twierdzenie Cohena.

Paul Cohen

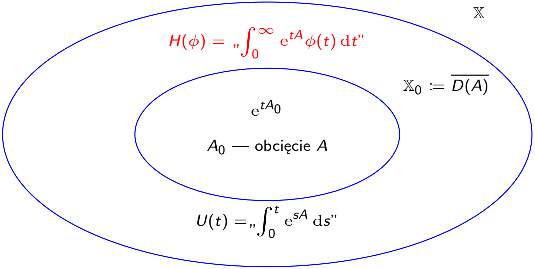


Medal Fieldsa z logiki (1966)

Twierdzenie Cohena

- $L^1(0,\infty)$ ma ograniczoną aproksymatywną jedynkę: $\lim_{\lambda\to\infty} \lambda e_\lambda * \phi = \phi, \phi \in L^1(0,\infty)$.
- Stąd dla dowolnego homomorfizmu $H : L^1(0,\infty) \to \mathcal{L}(\mathbb{X})$
  Obraz $H :=$
  $$\{y \in \mathbb{X}; y = H(\phi)x \text{ dla pewnych } x \in \mathbb{X}, \phi \in L^1(0,\infty)\}$$
  jest podprzestrzenią domkniętą $\mathbb{X}$.

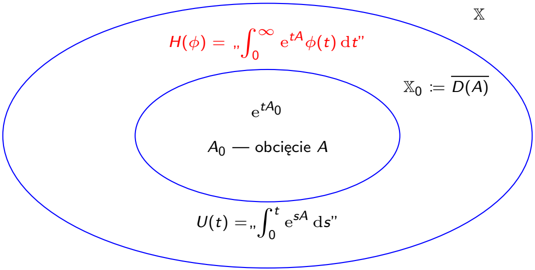
Wersja algebraiczna



Kisyński:

- $\mathbb{X}_0 =$ Obraz H.
- $\mathrm{e}^{tA_0}[H(\phi)x] = H(\phi_t)x$.

Wersja algebraiczna



Kisyński:

- $\mathbb{X}_0 =$ Obraz H.
- $\mathrm{e}^{tA_0}[H(\phi)x] = H(\phi_t)x$.

$\boxed{\text{Czy to już pełny obraz?}}$

Brigitta Hennig and Frank Neubrander

Hennig–Neubrander (1993):

W przestrzeni Banacha istnienie takiego M, że

$$\|r^{(n)}(\lambda)\| \leqslant \frac{M}{\lambda^{n+1}}, \qquad \lambda > 0$$

jest warunkiem koniecznym i dostatecznym istnienia ograniczonego operatora $H : L^1(0, \infty) \to \mathbb{X}$, o tej własności, że

$$r(\lambda) = H(e_\lambda), \qquad \lambda > 0.$$

Brigitta Hennig and Frank Neubrander

Hennig–Neubrander (1993):

W przestrzeni Banacha istnienie takiego M, że

$$\|r^{(n)}(\lambda)\| \leqslant \frac{M}{\lambda^{n+1}}, \qquad \lambda > 0$$

jest warunkiem koniecznym i dostatecznym istnienia ograniczonego operatora $H : L^1(0, \infty) \to \mathbb{X}$, o tej własności, że

$$r(\lambda) = H(e_\lambda), \qquad \lambda > 0.$$

- Twierdzenie „ogólniejsze”, ale
- brak powiązania
  - ze strukturą splotową,
  - z teorią półgrup,
  - tw. Cohena.

Pamięci Macieja Kalenkiewicza (1906-1944)

Narodowe Archiwum Cyfrowe, sygn. 37-993-2