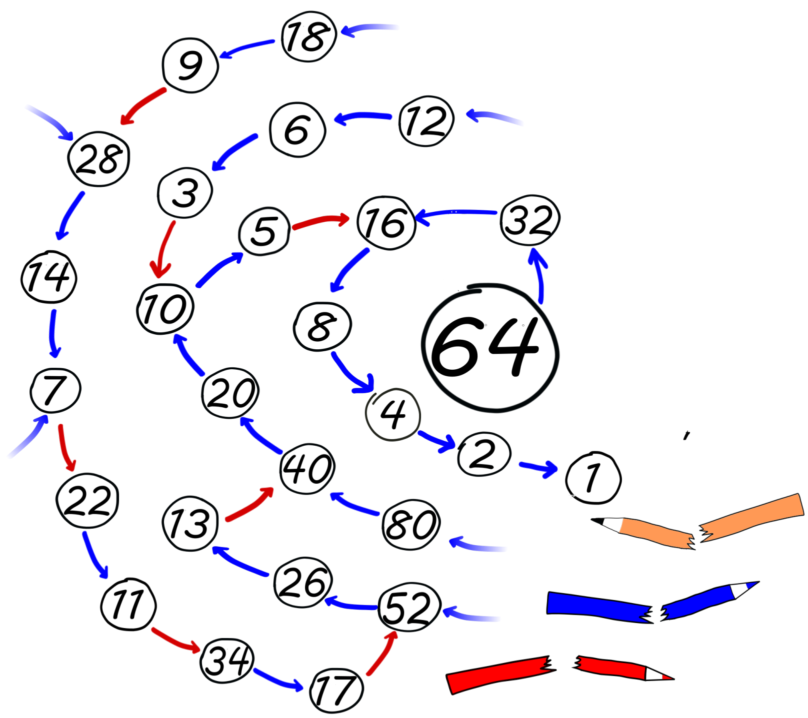
64. Szkoła Matematyki Poglądowej
Hipotezy i problemy otwarte

Ośrodek Kultury Matematycznej

OKM

18-20 lutego 2022, Internet



UNIWERSYTET
PRZYRODNICZO-HUMANISTYCZNY W SIEDLCACH

Wydział Matematyki
i Nauk Informacyjnych
POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Możliwość spotkania się na żywo w ramach tradycyjnej, stacjonarnej Szkoły Matematyki Poglądowej jest dla nas niestety nadal zamknięta. Na szczęście w matematyce nie wszystko jest zamknięte. To, co najbardziej pobudza matematyczną wyobraźnię, jest otwarte! Jak otwarte problemy i hipotezy, które są zawarte w temacie kolejnej Szkoły Matematyki Poglądowej.

Chyba każdy matematyk w głębi serca marzy, by rozwiązać jeden z wielkich problemów otwartych. Czy to będzie „najprostszy nierozwiązany problem otwarty matematyki”, czyli hipoteza Collatza, czy któryś z nierozwiązanych problemów millenijnych, z hipotezą Riemanna włącznie, czy któryś z mniej znanych. Nierozstrzygnięta hipoteza, na której wielu badaczy połamało zęby, jest wyzwaniem, które zawsze będzie nas motywować do odkrywania kolejnych tajemnic królowej nauk. Nawet jeśli takie zagadnienie samo w sobie okazuje się mniej kluczowe dla matematyki niż wydawało się w momencie formułowania, prawie zawsze próby jego rozwiązania rozwijają pokrewne działy matematyki. Tak było w przypadku Wielkiego Twierdzenia Fermata, które było motywacją rozwoju całych gałęzi geometrii algebraicznej. Podobnie, niektóre problemy postawione przez Davida Hilberta w jego słynnym wykładzie podsumowującym stan matematyki na przełomie XIX i XX wieku dzisiaj wydają się nam sformułowane zbyt ogólnie lub nie brzmią zbyt ekscytująco. Jednak bez nich, między innymi, współczesna teoria podstaw matematyki, czy rachunek prawdopodobieństwa byłyby zapewne uboższe. Niewielu matematyków dziś się fascynuje zagadnieniem długoterminowej stabilności Układu Słonecznego postawionym w słynnym konkursie Króla Szwecji, ale z pracy Henri Poincare’go, która powstała w odpowiedzi na ten problem rozkwitła współczesna topologia i teoria układów dynamicznych. Ostatnio refleksję wzbudza również zagadnienie nieco metamatematyczne: w dobie dowodów wspieranych komputerowo, często przekraczających ludzkie możliwości poznawcze, kiedy można uznać, że twierdzenie już przestało być hipotezą? Problemy takie jak niegdyś zagadnienie czterech barw, a dziś postulat Keplera, czy hipoteza ABC pokazują, że odpowiedź na to pytanie niekoniecznie musi być oczywista.

Dlatego na najbliższej, wirtualnej Szkole Matematyki Poglądowej, która odbędzie się w dniach 18-20 II 2022 za pośrednictwem Internetu, sednem kilkunastu wykładów wygłoszonych przez wspaniałych popularyzatorów będą opowieści o wciąż otwartych problemach i hipotezach, o próbach ataku na nie i o tym, jak rozwinęły nasze zrozumienie matematyki.

Patronaty:

Polskie Towarzystwo Matematyczne

Prezes Polskiej Akademii Nauk

Rektor Uniwersytetu Przyrodniczo-Humanistycznego w Siedlcach

Politechnika Warszawska

64. Szkoła Matematyki Poglądowej

Hipotezy i problemy otwarte

18-20 lutego 2022, `www.smp.uph.edu.pl`

	piątek, 18 lutego prowadzący: Paulina Baczyńska
16:00–16:15	otwarcie Szkoły
16:15–17:00	Joanna Jaszuńska *Wykład Laureata Medalu kAbela $61 + 2\varepsilon$ SMP: O kolorowaniu map*
17:15–18:00	Adam Gregosiewicz *Nie ma nieskończonych nieporządków!*
18:15–19:00	Filip Rupniewski *Co łączy studenta pierwszego roku, sieci neuronowe i kostkę rubika?*
19:30–20:30	Renata Jurasińska *Wieczór z zagadkami*

	sobota, 19 lutego prowadzący: Zdzisław Pogoda
10:00–10:45	Michał Szurek *Telefon komórkowy, XIX-wieczna gra w stylu kostki Rubika, trochę Sudoku i algebra abstrakcyjna*
11:00–11:45	Marcin Kulczycki *Liczba rozcinania grafu*
11:45–12:15	przerwa
12:15–13:00	Krzysztof Ciesielski *Kolorowe problemy, za których rozwiązanie co prawda nie dostalibyście Medalu Fieldsa, ale...*
13:15–14:00	Zdzisław Pogoda *Czterowymiarowe problemy*
14:00–16:00	przerwa
16:15–17:00	Anna Gierzkiewicz-Pieniążek *Ciemna materia złapana w pajęczynę*
17:15–18:00	Mariusz Skałba *H jak hipoteza*

	niedziela, 20 lutego prowadzący: Michał Skrzypczak
10:00–10:45	Sławomir Kolasiński *Czy błona bębenka musi być płaska? O polu powierzchni i jego odmianach*
11:00–11:45	Michał Skrzypczak *O tym jak Cantor hipotezy continuum dowodził (i ostatecznie zwariował)*
11:45–12:15	przerwa
12:15–13:00	Jarosław Grytczuk *Problem czterech liter*
13:15–14:00	Michał Jóźwikowski *O geodezyjnych sub-riemannowskich*
14:00–16:00	przerwa
16:15–17:00	Michał Wojciechowski *Otwarte problemy z okolic Przestrzeni Banacha*
17:00–17:15	przerwa i głosowanie na laureata Nagrody kAbela
17:15–17:30	Małgorzata Misztal *Konkurs na Wzorowego Słuchacza i wyniki głosowania na laureata Nagrody kAbela*
17:30–18:00	zakończenie Szkoły

O kolorowaniu map

Joanna Jaszuńska

Wykład mój tak elegancko streścił Krzysztof Ciesielski (patrz poniżej), że właściwie nic dodać, nic ująć :-)

Nie ma nieskończonych nieporządków!

Adam Gregosiewicz

Ach, jakże pragniemy porządku! Szukamy go nieustannie w strukturach matematycznych. Znalezienie ukrytego schematu rządzącego rozważanymi obiektami często pozwala spojrzeć na nie z zupełnie nowej perspektywy. Czy jednak zawsze powinniśmy liczyć na istnienie takiego ukrytego porządku? Opowiem o twierdzeniach i hipotezach, które próbują na takie pytania odpowiadać. Punktem wyjścia będą dla mnie dwa klasyczne wyniki dotyczące kolorowania: twierdzenie Ramseya o podgrafach monochromatycznych oraz twierdzenie van der Waerdena o istnieniu ciągów arytmetycznych w zbiorach liczb całkowitych.

Co łączy studenta pierwszego roku, sieci neuronowe i kostkę rubika?

Filip Rupniewski

Pokażę, gdzie przydaje się znajomość szybkiego mnożenia macierzy i jakiego algorytmu używają komputery. Zaprezentuję, jak używając tensora (wielowymiarowej macierzy) opisać mnożenie i określić złożoność obliczeniową. Opowiem o hipotezach i problemach otwartych związanych z tym tematem.

Telefon komórkowy, XIX-wieczna gra w stylu kostki Rubika, trochę Sudoku i algebra abstrakcyjna

Michał Szurek

Wziąłem na serio nazwę szkoły: Matematyka poglądowa.

Otóż w jednym ze swoich pierwszych telefonów komórkowych (nie nazywanych wtedy jeszcze smartfonami) miałem pewną grę, „sudokupodobną” – polegała na manewrowaniu dziewięcioma liczbami ustawiony w kwadrat 3x3. Wykorzystałem ją do ilustracji podstawowych pojęć teorii grup, na zajęciach ze studentami informatyki. Następnym gadżetem była XIX-wieczna gra w „piętnastkę” – coś w rodzaju płaskiego odpowiednika kostki Rubika. I tam przydało się trochę teorii grup (ale to sprawa powszechnie znana). Wreszcie Sudoku. W praktycznej grze jestem mało wprawny, ale są w niej ciekawe problemy matematyczne. I tu przydają się wiadomości o orbitach punktów przy działaniu grup. Najciekawsze, że użyłem tej gry do wytłumaczenia studentom (uczelni, która kształci w zakresie informatyki stosowanej), o co chodzi w pojęciu bazy przestrzeni liniowej. Mieli z tym kłopoty, a dzięki Sudoku (chyba) wreszcie zrozumieli.

To właśnie o tym powiem.

Liczba rozcinania grafu

Marcin Kulczycki

Opowiem o pojęciu liczby rozcinania grafu, problemie ustalenia ilości grafów, które mają liczbę rozcinania równą n, oraz o wycieczce w kierunku informatyki, na którą to zagadnienie zaprasza. Po drodze pojawi się również pewna kwestia matematyczno-estetyczna.

Kolorowe problemy, za których rozwiązanie co prawda nie dostalibyście Medalu Fieldsa, ale...

Krzysztof Ciesielski

W zasadzie tytuł mówi sam za siebie – warto dodać, że będą też dygresje :-)

Czterowymiarowe problemy

Zdzisław Pogoda

„Czwarty wymiar" budził i budzi zaciekawienie oraz często jest symbolem abstrakcyjnego myślenia. Obiekty czterowymiarowe z jednej strony wydają się być jeszcze bliskie naszej intuicji, a z drugiej sprawiają wiele kłopotów i zaskakują zachowaniem. Wystąpienie będzie poświęcone nierozstrzygniętym problemom dotyczącym właśnie wybranych obiektów czterowymiarowych.

Ciemna materia złapana w pajęczynę

Anna Gierzkiewicz-Pieniążek

Niektóre fizyczne przesłanki istnienia ciemnej materii w kosmosie (problem, na razie, otwarty) dają się podważyć za pomocą dość prostych argumentów dynamicznych. Używając specjalnych rozwiązań Newtonowskiego problemu N ciał zwanych „pajęczynami", można pokazać, że niebezpiecznie jest patrzeć na galaktykę jako na gwiezdną zupę.

H jak hipoteza

Mariusz Skałba

Po co formułować wiele hipotez jak można jedną? Tematem mojego odczytu będzie hipoteza Schinzla, zwana krótko hipotezą H. Ta elegancka hipoteza ma potężne konsekwencje w teorii liczb pierwszych. Niektóre z nich zostały wyprowadzone w znanej pracy Schinzla i Sierpińskiego w Acta Arithmetica w 1958 roku, i o niektórych opowiem w swoim odczycie. Wspomnę również o postępie w badaniu hipotezy H.

Czy błona bębenka musi być płaska? O polu powierzchni i jego odmianach

Sławomir Kolasiński

Na okręgu rozpinamy elastyczną błonę i pozostawiamy w spoczynku. Siły elastyczne wewnątrz błony powodują kurczenie się i ostatecznie przyjmie ona kształt o najmniejszym możliwym polu powierzchni. Oczekujemy, że będzie płaska ale nie zawsze tak jest. Dużo zależy od pojęcia pola powierzchni. Wychodząc od normy, czyli sposobu mierzenia długości wektorów, można w naturalny sposób (nawet na kilka różnych sposobów) zdefiniować miarę pola. Do tej pory nie wiadomo jednak, czy tak zdefiniowane pole jest minimalizowane przez płaską błonę.

O tym jak Cantor hipotezy continuum dowodził (i ostatecznie zwariował)

Michał Skrzypczak

Pod koniec XIX wieku Georg Cantor stworzył podwaliny współczesnej teorii mnogości. Stopniowo teoria ta (sformułowana jako aksjomatyka Zermela-Fraenkla) stała się podstawą całej współczesnej matematyki. Jednakże już na samym początku badań Cantor natrafił na problem – sformułował hipotezę której nie umiał wykazać. Hipoteza ta (nazywana hipotezą continuum, czy CH) mówi, że nie istnieją zbiory o „pośredniej" liczbie elementów. Była ona szczególnie frustrująca dla samego Cantora – nie umiał jej udowodnić, ale też nie był w stanie wskazać kontrprzykładu.

Obecnie wiemy już, że hipotezy tej nie da się ani udowodnić, ani obalić. Wiemy też (m.in. za sprawą Cantora), że jest ona prawdziwa dla dużej klasy zbiorów „definiowalnych" czy „konstruktywnych". W ramach mojej prezentacji, sformułuję CH i pokażę jak można ją dowodzić dla zbiorów pewnych szczególnych postaci.

Problem czterech liter

Jarosław Grytczuk

Przedstawię kilka zagadnień, w których pojawiają się – czasem nieoczekiwanie – słowa zbudowane z czterech liter. Sztandarowym przykładem jest tu słynny problem kolorowania mapy, który można wyrazić na wiele sposobów w języku kombinatoryki na słowach. Będzie więc mowa o słowach kartezjańskich i szyfrach Richelieu, o słowach spokojnych i rosochatych, o anagramach, repetycjach i skośnych bliźniakach, a może i czymś jeszcze...

O geodezyjnych sub-riemannowskich

Michał Jóźwikowski

Rozważmy problem znalezienia najkrótszej krzywej łączącej dwa punkty na rozmaitości riemannowskiej. Jego rozwiązaniami są krzywe geodezyjne, których własności bardzo dobrze znamy. W szczególności wiemy, że muszą być one nieskończenie gładkie i że spełniają pewne równanie różniczkowe. Sytuacja mocno się jednak komplikuje gdy rozważymy problem znalezienia najkrótszej krzywej w klasie krzywych spełniających pewne liniowe ograniczenia na prędkości (mówimy wówczas o geodezyjnych sub-riemannowskich). Wszystko przez możliwość pojawienia się tak zwanych rozwiązań abnormalnych. Problem ich pełnej klasyfikacji i regularności jest otwarty od ponad 30 lat.

Otwarte problemy z okolic Przestrzeni Banacha

Michał Wojciechowski

Zaprezentuję kilka problemów otwartych z Geometrii Przestrzeni Banacha – niektóre z nich pochodzące jeszcze od samego Banacha. Postaram się zrobić to w sposób zrozumiały dla niespecjalisty (jakkolwiek matematyka/czki...). Uwaga – pojawią się szkice dowodów pewnych częściowych odpowiedzi Odczyt nie będzie przesadnie ścisły, ale dołożę starań by był możliwie poglądowy...
