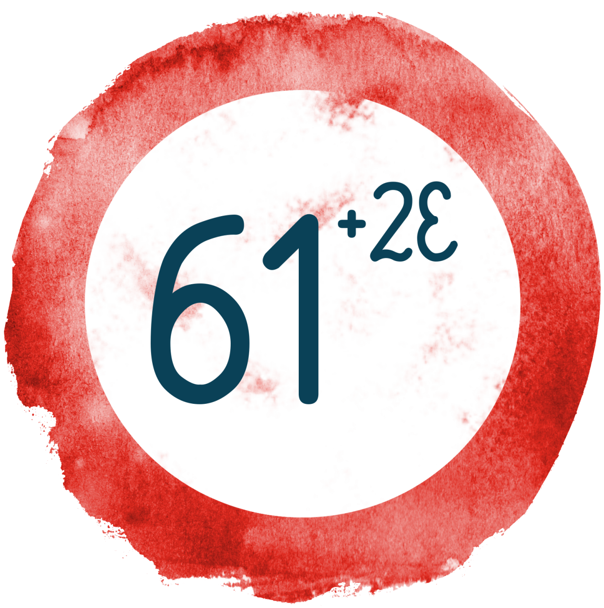
$61 + 2\varepsilon$ Szkoła Matematyki Poglądowej

Ograniczenia

Ośrodek Kultury Matematycznej

OKM

27-29 sierpnia 2021, Internet



Warsaw Center of Mathematics and Computer Science

UNIWERSYTET PRZYRODNICZO-HUMANISTYCZNY W SIEDLCACH

Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytet Warszawski

Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Tym razem zewnętrzne ograniczenia stały się dla nas niedogodnością, przez którą nie możemy się spotkać bezpośrednio. Lecz są przecież ograniczenia, które nie budzą w nas niechęci, a nawet uznajemy je za źródło piękna i zachwytu: ograniczenia, które narzuca nam matematyka.

W pewnym sensie możemy mówić, że matematyka jest nauką o ograniczeniach: już w szkole podstawowej dowiadywaliśmy się, że jej reguły zabraniają nam np. dzielić przez zero, obliczać pierwiastki kwadratowe z liczb ujemnych, czy konstruować trójkąty o sumie kątów innej niż 180 stopni. W dalszej edukacji dowiadywaliśmy się, że przynajmniej część z tych ograniczeń jest pozorna i można je zręcznie ominąć, lub też należy je odpowiednio doprecyzować, by wyznaczyć prawdziwy ich zakres. Jednak nawet jako „dojrzali" matematycy, w ramach naszej ulubionej teorii zawsze musimy poruszać się po terenie ograniczonym aksjomatami i regułami wnioskowania. By prawidłowo używać jakiegokolwiek twierdzenia, musimy znać zakres jego stosowalności, ograniczony jego założeniami. Ograniczenia matematyki jako całości, czyli brak pewności co do tego, co matematykom wolno robić, a czego matematyka „nie zniesie" był motywacją rozwoju takich działów nauki jak logika, czy teoria mnogości. Wreszcie konieczne jest zrozumienie ograniczeń matematycznych modeli, gdy chcemy je zastosować w „świecie realnym": w końcu nie zawsze to, co tak pięknie wychodziło na kartce i w symulacjach komputerowych wytrzymuje próbę eksperymentu. W takich sytuacjach, ogranicza nas sama rzeczywistość i to ona nakreśla nam wybór sensownych założeń naszego modelu.

Ale matematyczne ograniczenia znajdujemy też w mniejszej skali, zmagając się z konkretnymi problemami. Matematycy starożytnej Grecji, badając konstrukcje klasycznej geometrii narzucali sobie ograniczenia dotyczące narzędzi, których mogą używać. Przez wiele wieków wyzwaniem dla algebraików było zrozumienie matematycznych ograniczeń w możliwościach wyznaczania pierwiastków równań wielomianowych. Dowodząc nierówności tak naprawdę nakładamy ograniczenia na wartości pewnych wyrażeń algebraicznych. Nad ograniczonością możemy się zastanawiać badając własności zbiorów, ciągów i funkcji. Same krzywe, powierzchnie i inne struktury ograniczające zbiory (czyli brzegi zbiorów) są przedmiotem zainteresowania współczesnych topologów, geometrów i specjalistów od równań różniczkowych. Ograniczaniem błędów przybliżeń zajmują się specjaliści od metod numerycznych i teorii aproksymacji.

Właśnie te i inne matematyczne ograniczenia i sposoby ich przełamywania są tematem tej Szkoły Matematyki Poglądowej.

$61 + 2\varepsilon$ Szkoła Matematyki Poglądowej Ograniczenia

27-29 sierpnia 2021, `www.smp.uph.edu.pl`

	piątek, 27 sierpnia prowadzący: Grzegorz Kosiorowski
15:50–16:00	otwarcie Szkoły
16:00–16:45	Jakub Byszewski *Wykład Laureata Medalu Filca 61. SMP: Dynamiczne podejście do kongruencji*
17:00–17:45	Zbigniew Marciniak *Ograniczenia w topologii rozmaitości*
17:45–18:15	przerwa kawowa
18:15–19:00	Adam Bobrowski *Taniec (hopla!) na brzegu*
19:15–20:00	Michał Miśkiewicz *Dlaczego oszacowania a priori są dziwne i dlaczego mają sens*
20:30–∞	Renata Jurasińska *Wieczór z zagadkami*
	sobota, 28 sierpnia prowadzący: Łukasz Błaszczyk
15:00–15:50	Paulina Baczyńska i Małgorzata Mikołajczyk *Warsztaty „Geometria z kokardką”*
16:00–16:45	Andrzej Komisarski *Ograniczenia budżetowe, czyli jak przegrać fajny zbiór*
17:00–17:45	Andrzej Dąbrowski *Prawo niedostatecznej racji*
17:45–18:15	przerwa kawowa
18:15–19:00	Zdzisław Pogoda *Konstrukcje okołosteinerowskie*
19:15–20:00	Tomasz Bartnicki i Zofia Miechowicz *Dlaczego pokrywy studzienek kanalizacyjnych są okrągłe?*
	niedziela, 29 sierpnia prowadzący: Paulina Baczyńska
15:00–15:50	Paulina Baczyńska i Małgorzata Mikołajczyk *Warsztaty „Słomkowe wielościany”*
16:00–16:45	Joanna Jaszuńska *Ile jest dobrych kolejek do kina?*
17:00–17:45	Łukasz Rajkowski *Plotki, ploteczki, plotunie*
18:00–18:45	Szymon Charzyński *Oszukać przeznaczenie*
18:45–19:15	przerwa kawowa
19:15–20:30	Renata Jurasińska *Konkurs na Wzorowego Słuchacza i wyniki głosowania na laureata Nagrody (K)abela*
20:30–∞	zakończenie

Dynamiczne podejście do kongruencji

Jakub Byszewski

W swoim referacie opowiem o tym, w jaki sposób małe twierdzenie Fermata można zrozumieć z perspektywy układów dynamicznych, a także o tym, jak się to wiąże z ciągami Dolda, pojęciem o fascynującej historii, odkrywanym wciąż na nowo w różnych kontekstach przez licznych matematyków, z których każdy nadawał mu inną nazwę.

Ograniczenia w topologii rozmaitości

Zbigniew Marciniak

Tematem wykładu są ograniczenia związane z niemożnością zanurzenia rozmaitości w konkretne $\mathbb{R}^n$, a także niemożność klasyfikacji rozmaitości wymiaru co najmniej 4.

Taniec (hopla!) na brzegu

Adam Bobrowski

Będzie i o biologii, i o tańcu na skraju klifu, ale główną myśl można oddać tak: warunki brzegowe, gdy je umiejętnie przycisnąć w wąskiej warstwie, nie mają innego wyjścia jak tylko skoczyć... do podstawowego równania.

Dlaczego oszacowania a priori są dziwne i dlaczego mają sens

Michał Miśkiewicz

Nauczono nas, że przy dowodzeniu twierdzenia nie należy się powoływać na prawdziwość jego tezy. Metoda oszacowań a priori idzie pod prąd takiemu myśleniu. Służy ona do wykazania istnienia rozwiązań danego równania różniczkowego cząstkowego, a polega na założeniu tezy i skupieniu się na ograniczaniu owego rozwiązania. Czy to logiczne nadużycie może być pożyteczne?

Warsztaty
„Geometria z kokardką”

Paulina Baczyńska i Małgorzata Mikołajczyk

Według XVIII-wiecznego niemieckiego pedagoga Friedricha Fröbla składanie papieru pełni ważną rolę w procesie uczenia: nie tylko rozwija wyobraźnię i sprawność manualną, ale ma też wielki wpływ na rozwój i doskonalenie sprawności językowej, słuchania, czytania i pisania oraz znacząco wpływa na pamięć, koncentrację, koordynację wzrokowo-ruchową i przestrzenną. Zdecydowanie więc warto papier składać!
Podczas warsztatów w ok. 30 sekund nauczymy się wykonania najprostszego z możliwych do wyobrażenia sobie łączników. Nie ma, że nie potrafię, że nie mam zdolności manualnych. To potrafi każdy. A potem świat papierowej geometrii stoi przed nami otworem. Dzięki temu prostemu łącznikowi (pomysłu wspomnianego już Friedricha Fröbla zresztą) można wykonać przeróżne modele płaskie i przestrzenne: szlaczki, mozaiki, modele wielościanów, a nawet powierzchni gładkich (elipsoidy, wstęgi Möbiusa, torusa). Wystarczy puścić wodze fantazji. Do treningu trzeba przygotować trochę (dużo) prostokątnych karteczek (najlepiej o proporcjach boków 2:1) oraz trochę (dużo) dowolnych karteczek kwadratowych i prostokątnych.

Ograniczenia budżetowe, czyli jak przegrać fajny zbiór

Andrzej Komisarski

Gry hazardowe prędzej czy później prowadzą grającego do ruiny. Nie są to gry uczciwe. Wartość oczekiwana wygranej w pojedynczej rozgrywce jest ujemna. Okazuje się jednak, że nawet w grach uczciwych (w których wartość oczekiwana wygranej w pojedynczej rozgrywce wynosi 0) grający z prawdopodobieństwem 1 popadnie w ruinę. Dzieje się tak dlatego, że początkowy majątek (ograniczenie budżetowe) grającego jest skończony.
Pokażę, jak tę (jakże niekorzystną!) okoliczność wykorzystać do konstrukcji pewnego zbioru na płaszczyźnie, który ma dosyć nieoczekiwane geometryczne właściwości.

Prawo niedostatecznej racji

Andrzej Dąbrowski

Klasyczna definicja prawdopodobieństwa wynika z prawa niedostatecznej racji. Prawo to mówi, że gdy wiedza o doświadczeniu ze skończoną liczbą elementarnych wyników jest niewystarczająca, to należy przyjąć, że każdy z nich jest jednakowo prawdopodobny.

Sformułowanie tego prawa jest trudne do zastosowania już w przypadku doświadczeń o przeliczalnej liczbie wyników. W odczycie opowiem, jak można doprecyzować pojęcie niepełnej wiedzy, skąd się bierze rozkład Gaussa, nazywany rozkładem normalnym i czy istnieją inne „normalne” rozkłady.

Konstrukcje okołosteinerowskie

Zdzisław Pogoda

Dość dobrze znany jest fakt, że za pomocą linijki i narysowanego okręgu ze środkiem można wykonać każdą konstrukcję, którą da się zrobić za pomocą cyrkla i linijki. Takie konstrukcje nazywane są powszechnie konstrukcjami steinerowskimi, a odpowiednie twierdzenie twierdzeniem Ponceleta-Steinera. Wiadomo również, że, jeśli dany będzie okrąg bez środka, to twierdzenie przestaje być prawdziwe. Nasuwa się pytanie: co będzie gdy dane są dwa okręgi, oczywiście bez środków? Czy muszą się przecinać, czy mogą być rozłączne? A może trzeba dołożyć jeszcze jeden okrąg albo więcej? Wystąpienie będzie zawierało próby odpowiedzi na te pytania.

Dlaczego pokrywy studzienek kanalizacyjnych są okrągłe?

Tomasz Bartnicki i Zofia Miechowicz

Musimy rozczarować wszystkich starających się o pracę w różnego typu korporacjach — nie będzie to referat o tym jak kształtować myślenie dywergencyjne, co z pewnością pomogłoby stawić czoła tego typu pytaniom podczas rozmowy kwalifikacyjnej. Mamy zamiar, zupełnie wprost, zastanowić się nad odpowiedzią na to konkretne pytanie z punktu widzenia matematycznego. Zadamy kłam niektórym, krążącym w internecie, absurdalnym odpowiedziom oraz zastanowimy się, czy aby na pewno koło jest optymalnym kształtem do tego rodzaju zastosowań.

Warsztaty
„Słomkowe wielościany”

Paulina Baczyńska i Małgorzata Mikołajczyk

Budowanie krawędziowych modeli brył z rurek do napojów jest zajęciem twórczym i kształcącym geometryczną wyobraźnię. Plastikowe rurki (koniecznie te łamane w pewnej części długości) są teraz wycofywane z użytku, więc można bardzo tanio nabyć ich duże zapasy w dowolnej tonacji kolorystycznej. A co z tymi zapasami potem zrobić? Przydadzą się na zajęcia z geometrii. Z rurek można wykonać dowolny wielościan. Na daną bryłę potrzeba dwa razy więcej słomek, niż ma ona krawędzi. Potrzebne będą też nożyczki i spory zapas taśmy klejącej (najlepiej w wygodnym dozowniku). Technika łączenia elementów jest bardzo łatwa, więc niemal od razu można przystąpić do projektowania swojego niepowtarzalnego i zaskakującego modelu. Na początek przyda się kilka uwag technicznych, które zostaną uczestnikom przedstawione.

Ile jest dobrych kolejek do kina?

Joanna Jaszuńska

W kombinatoryce często chcemy wiedzieć, ile czegoś jest lub na ile sposobów można coś zrobić. W wielu tego typu problemach wiążą się z tymi pytaniami pewne dodatkowe ograniczenia i interesują nas tylko obiekty spełniające dane warunki. Przedstawię szereg różnorodnych sytuacji z rozmaitego rodzaju ograniczeniami, w których odpowiedź na pytanie „ile?” okazuje się być zawsze taka sama. Będziemy triangulować wielokąty, ustawiać żołnierzy w dwuszeregu, zliczać głosy na wyborach, drzewa i łańcuchy górskie, demolować schody etc., a wszystko to zrobimy — mimo rozmaitych ograniczeń, a może właśnie dzięki nim — na tyle samo sposobów.

Plotki, ploteczki, plotunie

Łukasz Rajkowski

Wszędobylskie ograniczenia ostatnich kilkunastu miesięcy musiały negatywnie wpłynąć na możliwość realizacji jednej z fundamentalnych ludzkich potrzeb, jaką jest potrzeba plotkowania. Na szczęście w tych cyfrowych czasach wymiana informacji o tym kto?, gdzie?, z kim? i dlaczego? nie wymaga bezpośredniego kontaktu. Robienie tego „zdalnie” w efektywny sposób wymaga jednak pewnego zastanowienia. Czy matematyk plotkuje lepiej? Oczywiście, że tak - aby dowiedzieć się, w jakim sensie i dlaczego, zapraszam na wykład.

Oszukać przeznaczenie

Szymon Charzyński

Teoria względności przewiduje istnienie różnych ograniczeń. Kto nie słyszał, że „nic nie może poruszać się szybciej niż światło”, „nie da się cofnąć w czasie” albo „nic nie może uciec spod horyzontu zdarzeń czarnej dziury” itp. Większość tych ograniczeń jest konsekwencją jednego fundamentalnego ograniczenia, które ma charakter lokalny. Znane jest wiele rozwiązań równań Einsteina, czyli czasoprzestrzeni spełniających wszystkie lokalne ograniczenia, które mają zaskakujące globalne własności, pozwalające w pewnym sensie obejść pewne zakazy. Opowiem o kilku takich egzotycznych przykładach, pozwalających tlić się resztce nadziei na podróże w czasie i do innych galaktyk.
