

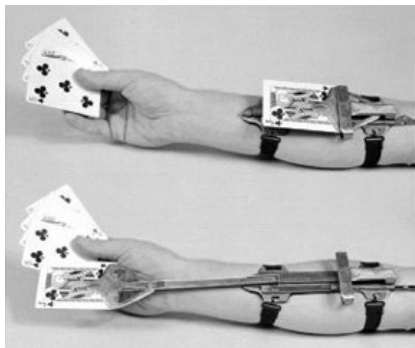
Matematyczne sztuczki i oszustwa w kasynie

Andrzej Grzesik

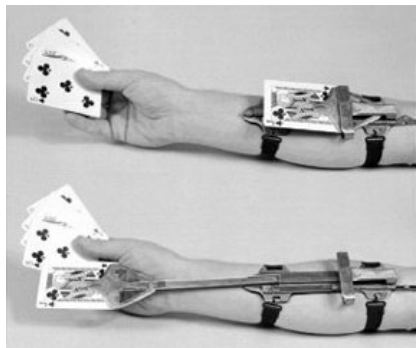
LX Szkoła Matematyki Poglądowej

Wola Ducka, 23 sierpnia 2019

Oszustwa w kasynie



Oszustwa w kasynie



At gambling, the deadly sin is to mistake bad play for bad luck.
Ian Fleming, *Casino Royal*

Jednoręki bandyta



Wyplata zależy od wylosowanej kombinacji na walcach.

Jednoręki bandyta



Wyplata zależy od wylosowanej kombinacji na walcach.

W wielu maszynach jeśli nie padnie główna wygrana (jackpot) to jej wysokość jest progresywnie zwiększana.

Jednoręki bandyta



Wyplata zależy od wylosowanej kombinacji na walcach.

W wielu maszynach jeśli nie padnie główna wygrana (jackpot) to jej wysokość jest progresywnie zwiększana.

Po wielu porażkach wartość oczekiwana wygranej przewyższy kwotę startową.

Jednoręki bandyta — progresywny jackpot

Standardowa maszyna ma 3 walce po 96 możliwych zatrzymań, co daje 884 736 możliwości, w tym 1 jackpot.

Jednoręki bandyta — progresywny jackpot

Standardowa maszyna ma 3 walce po 96 możliwych zatrzymań, co daje 884 736 możliwości, w tym 1 jackpot.

Liczba gier	Śr. liczba wygranych	Prawd. wygranej
884 736	1,000	63,2100%
1 mln	1,130	67,7057%
2 mln	2,261	89,5708%
3 mln	3,391	96,6320%
4 mln	4,521	98,9123%
5 mln	5,651	99,6487%
6 mln	6,782	99,8866%
7 mln	7,912	99,9634%
8 mln	9,042	99,9882%
9 mln	10,173	99,9962%
10 mln	11,303	99,9988%

Jednoręki bandyta — progresywny jackpot

Powiedzmy, że aby wartość oczekiwana wygranej przekroczyła stawkę, potrzeba 4 milionów gier bez głównej wygranej, co stanie się z prawdopodobieństwem ok. 1,1%.

Jednoręki bandyta — progresywny jackpot

Powiedzmy, że aby wartość oczekiwana wygranej przekroczyła stawkę, potrzeba 4 milionów gier bez głównej wygranej, co stanie się z prawdopodobieństwem ok. 1,1%.

Zakładając 400 gier na godzinę, 11 godzin dziennie oraz 350 dni w roku wychodzi ok. 2 miliony gier na rok, czyli potrzeba 2 lat bez głównej wygranej.

Jednoręki bandyta — progresywny jackpot

Powiedzmy, że aby wartość oczekiwana wygranej przekroczyła stawkę, potrzeba 4 milionów gier bez głównej wygranej, co stanie się z prawdopodobieństwem ok. 1,1%.

Zakładając 400 gier na godzinę, 11 godzin dziennie oraz 350 dni w roku wychodzi ok. 2 miliony gier na rok, czyli potrzeba 2 lat bez głównej wygranej.

Przy 100 maszynach w kasynie prawdopodobieństwo, że choć na jednej maszynie nie padnie główna wygrana w tym czasie to już ponad 66,5%.



Jednoręki bandyta — progresywny jackpot

Powiedzmy, że aby wartość oczekiwana wygranej przekroczyła stawkę, potrzeba 4 milionów gier bez głównej wygranej, co stanie się z prawdopodobieństwem ok. 1,1%.

Zakładając 400 gier na godzinę, 11 godzin dziennie oraz 350 dni w roku wychodzi ok. 2 miliony gier na rok, czyli potrzeba 2 lat bez głównej wygranej.

Przy 100 maszynach w kasynie prawdopodobieństwo, że choć na jednej maszynie nie padnie główna wygrana w tym czasie to już ponad 66,5%.



Problemem jest konieczność posiadania dużego budżetu.

Craps

Obstawianie (w specyficzny sposób) wyniku rzutu dwiema sześciennymi kośćmi.

Craps

Obstawianie (w specyficzny sposób) wyniku rzutu dwiema sześciennymi kośćmi.

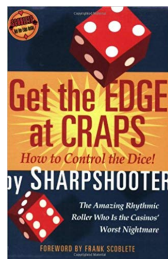
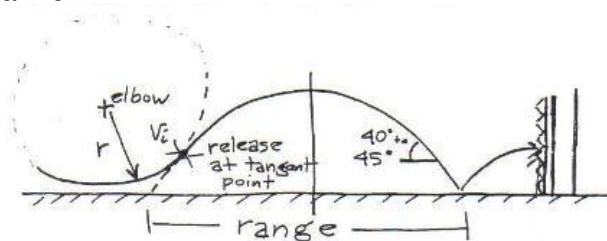
Posuwanie kości (nielegalne) oraz kontrolowanie kości (legalne).

Craps

Obstawianie (w specyficzny sposób) wyniku rzutu dwiema sześciennymi kośćmi.

Posuwanie kości (nielegalne) oraz kontrolowanie kości (legalne).

Metody kontroli rzutu kośćmi i obliczenia przy użyciu rachunku różniczkowego i teorii prawdopodobieństwa opisał Chris Pawlicki.



Craps — kontrolowanie kości

Horizontal Range (feet)	Apex Height (feet)	Release Velocity (feet per sec.)	Time of Flight (seconds)	Kinetic Energy (in-lbs)
4	1.00	11.34	0.50	1.03
5	1.25	12.68	0.56	1.29
6	1.50	13.90	0.61	1.55
7	1.75	15.01	0.66	1.81
8	2.00	16.05	0.70	2.07
9	2.25	17.02	0.75	2.32
10	2.50	17.94	0.79	2.58
11	2.75	18.81	0.83	2.84
12	3.00	19.66	0.86	3.10
14	3.50	21.23	0.93	3.61
16	4.00	22.70	1.00	4.13

Blackjack

Trzeba uzyskać jak najwięcej, ale nie więcej niż 21 punktów.

Blackjack

Trzeba uzyskać jak najwięcej, ale nie więcej niż 21 punktów.

Wartości kart:

- ▶ karty od 2 do 9 mają wartość równą swojej wartości,

Blackjack

Trzeba uzyskać jak najwięcej, ale nie więcej niż 21 punktów.

Wartości kart:

- ▶ karty od 2 do 9 mają wartość równą swojej wartości,
- ▶ 10, Walet, Dama i Król mają wartość równą 10 punktów,

Blackjack

Trzeba uzyskać jak najwięcej, ale nie więcej niż 21 punktów.

Wartości kart:

- ▶ karty od 2 do 9 mają wartość równą swojej wartości,
- ▶ 10, Walet, Dama i Król mają wartość równą 10 punktów,
- ▶ As ma wartość równą 1 lub 11, w zależności, co jest lepsze dla gracza.

Blackjack

Po postawieniu żetonów rozdawane są po dwie karty. Odkryta jest **jedna** karta krupiera oraz **dwie** karty gracza.

Blackjack

Po postawieniu żetonów rozdawane są po dwie karty. Odkryta jest **jedna** karta krupiera oraz **dwie** karty gracza.

Następnie gracz może:

- ▶ dobrać kartę (*hit*),

Blackjack

Po postawieniu żetonów rozdawane są po dwie karty. Odkryta jest **jedna** karta krupiera oraz **dwie** karty gracza.

Następnie gracz może:

- ▶ dobrać kartę (*hit*),
- ▶ nie dobierać kart (*stand*),

Blackjack

Po postawieniu żetonów rozdawane są po dwie karty. Odkryta jest **jedna** karta krupiera oraz **dwie** karty gracza.

Następnie gracz może:

- ▶ dobrać kartę (*hit*),
- ▶ nie dobierać kart (*stand*),
- ▶ podwoić stawkę (*double*) – tylko przy dwóch kartach; dostaje się 1 dodatkową kartę,

Blackjack

Po postawieniu żetonów rozdawane są po dwie karty. Odkryta jest **jedna** karta krupiera oraz **dwie** karty gracza.

Następnie gracz może:

- ▶ dobrać kartę (*hit*),
- ▶ nie dobierać kart (*stand*),
- ▶ podwoić stawkę (*double*) – tylko przy dwóch kartach; dostaje się 1 dodatkową kartę,
- ▶ rozdzielić (*split*) – tylko gdy obie karty są tej samej wartości; trzeba dołożyć drugą stawkę i można dobierać do obu,

Blackjack

Po postawieniu żetonów rozdawane są po dwie karty. Odkryta jest **jedna** karta krupiera oraz **dwie** karty gracza.

Następnie gracz może:

- ▶ dobrać kartę (*hit*),
- ▶ nie dobierać kart (*stand*),
- ▶ podwoić stawkę (*double*) – tylko przy dwóch kartach; dostaje się 1 dodatkową kartę,
- ▶ rozdzielić (*split*) – tylko gdy obie karty są tej samej wartości; trzeba dołożyć drugą stawkę i można dobierać do obu,
- ▶ ubezpieczyć (*insurance*) – tylko gdy kartą krupiera jest As; można postawić dodatkowo połowę stawki, że krupier ma Blackjaka (wygrana płacona 2 do 1).

Blackjack

Jeżeli gracz po dobraniu kart ma więcej niż 21 punktów, to przegrywa.

Blackjack

Jeżeli gracz po dobraniu kart ma więcej niż 21 punktów, to przegrywa.

Jeżeli gracz ma 21 punktów lub mniej, to krupier odkrywa swoją kartę i dobiera, aż będzie miał co najmniej 17 punktów.

Blackjack

Jeżeli gracz po dobraniu kart ma więcej niż 21 punktów, to przegrywa.

Jeżeli gracz ma 21 punktów lub mniej, to krupier odkrywa swoją kartę i dobiera, aż będzie miał co najmniej 17 punktów.

Wygrywa ten, który ma sumę punktów bliższą lub równą 21.

Blackjack

Jeżeli gracz po dobraniu kart ma więcej niż 21 punktów, to przegrywa.

Jeżeli gracz ma 21 punktów lub mniej, to krupier odkrywa swoją kartę i dobiera, aż będzie miał co najmniej 17 punktów.

Wygrywa ten, który ma sumę punktów bliższą lub równą 21.

W przypadku remisu zwracane są stawki.

Blackjack

Jeżeli gracz po dobraniu kart ma więcej niż 21 punktów, to przegrywa.

Jeżeli gracz ma 21 punktów lub mniej, to krupier odkrywa swoją kartę i dobiera, aż będzie miał co najmniej 17 punktów.

Wygrywa ten, który ma sumę punktów bliższą lub równą 21.

W przypadku remisu zwracane są stawki.

Wygrana płacona jest w stosunku 1:1. Jeśli gracz wygra mając blackjacksa to otrzymuje wypłatę w stosunku 3:2.

Blackjack

Przewaga kasyna nad graczem zależy od strategii gracza oraz specyficznych ustaleń gry (liczby talii, hit soft 17, double after split, surrender, blackjack payout, . . .).

Blackjack

Przewaga kasyna nad graczem zależy od strategii gracza oraz specyficznych ustaleń gry (liczby talii, hit soft 17, double after split, surrender, blackjack payout, . . .).

Przy standardowych ustaleniach, jeśli gracz gra strategią krupiera, to przewaga kasyna wynosi ok. 5,5%.

Blackjack

Przewaga kasyna nad graczem zależy od strategii gracza oraz specyficznych ustaleń gry (liczby talii, hit soft 17, double after split, surrender, blackjack payout, . . .).

Przy standardowych ustaleniach, jeśli gracz gra strategią krupiera, to przewaga kasyna wynosi ok. 5,5%.

Jeśli gracz gra strategią *never bust*, czyli stopuje, gdy ma co najmniej 12, to przewaga kasyna wynosi ok. 3,9%.

Blackjack

Przewaga kasyna nad graczem zależy od strategii gracza oraz specyficznych ustaleń gry (liczby talii, hit soft 17, double after split, surrender, blackjack payout, . . .).

Przy standardowych ustaleniach, jeśli gracz gra strategią krupiera, to przewaga kasyna wynosi ok. 5,5%.

Jeśli gracz gra strategią *never bust*, czyli stopuje, gdy ma co najmniej 12, to przewaga kasyna wynosi ok. 3,9%.

Ale strategię można też opracować dokładniej. . .

Blackjack

Karty gracza	Karta krupiera										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A	
5,6,7,8	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	
9	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H	
10	D	D	D	D	D	D	D	D	H	H	
11	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H	
12	H	H	S	S	S	H	H	H	H	H	
13	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H	
14	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H	
15	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H	
16	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H	
17+	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	
A-2	H	H	H	D	D	H	H	H	H	H	
A-3	H	H	H	D	D	H	H	H	H	H	
A-4	H	H	D	D	D	H	H	H	H	H	
A-5	H	H	D	D	D	H	H	H	H	H	
A-6	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H	
A-7	S	D	D	D	D	S	H	H	H	H	
A-8	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	
A-9	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	
A-A	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	
2-2	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H	
3-3	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H	
4-4	H	H	H	P	P	H	H	H	H	H	
5-5	D	D	D	D	D	D	D	D	H	H	
6-6	P	P	P	P	P	H	H	H	H	H	
7-7	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H	
8-8	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	
9-9	P	P	P	P	P	S	P	P	S	S	
10-10	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	

H – hit, S – stand, D – double, P – split

Blackjack

Karty gracza	Karta krupiera									
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
5,6,7,8	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
9	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H
10	D	D	D	D	D	D	D	D	H	H
11	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
12	H	H	S	S	S	H	H	H	H	H
13	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
14	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
15	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
16	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
17+	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
A-2	H	H	H	D	D	H	H	H	H	H
A-3	H	H	H	D	D	H	H	H	H	H
A-4	H	H	D	D	D	H	H	H	H	H
A-5	H	H	D	D	D	H	H	H	H	H
A-6	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H
A-7	S	D	D	D	D	S	H	H	H	H
A-8	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
A-9	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
A-A	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
2-2	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H
3-3	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H
4-4	H	H	H	P	P	H	H	H	H	H
5-5	D	D	D	D	D	D	D	D	H	H
6-6	P	P	P	P	P	H	H	H	H	H
7-7	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H
8-8	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
9-9	P	P	P	P	P	S	P	P	S	S
10-10	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S

H – hit, S – stand, D – double, P – split

Stosując tą strategię jesteśmy w stanie zmniejszyć przewagę kasyna do ok. 0,5%.

Blackjack — Iśnienie

Znajomość ukrytej karty krupiera daje graczowi przewagę w wysokości ok. 10%.

Blackjack — Iśnienie

Znajomość ukrytej karty krupiera daje graczowi przewagę w wysokości ok. 10%.



Blackjack — śledzenie tasowania

Przy pojedynczym standardowym tasowaniu (*riffle shuffling*) ok. 65–80% grup kart składa się z 1 karty, a poniżej 1% z co najmniej 5 kart.

Blackjack — śledzenie tasowania

Przy pojedynczym standardowym tasowaniu (*riffle shuffling*) ok. 65–80% grup kart składa się z 1 karty, a poniżej 1% z co najmniej 5 kart.

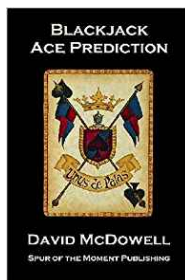
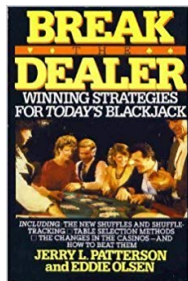
Przykładowo, po trzykrotnym przetasowaniu bardzo wiele kart, które były sąsiednie, ma dokładnie 5 kart pomiędzy.

Blackjack — śledzenie tasowania

Przy pojedynczym standardowym tasowaniu (*riffle shuffling*) ok. 65–80% grup kart składa się z 1 karty, a poniżej 1% z co najmniej 5 kart.

Przykładowo, po trzykrotnym przetasowaniu bardzo wiele kart, które były sąsiednie, ma dokładnie 5 kart pomiędzy.

Jeśli gracz wie, że dostanie asa to ma aż 31% szans na blackjaka oraz duże prawdopodobieństwo na wysoki wynik.

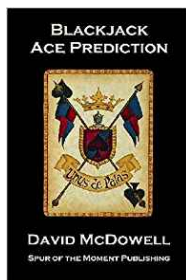


Blackjack — śledzenie tasowania

Przy pojedynczym standardowym tasowaniu (*riffle shuffling*) ok. 65–80% grup kart składa się z 1 karty, a poniżej 1% z co najmniej 5 kart.

Przykładowo, po trzykrotnym przetasowaniu bardzo wiele kart, które były sąsiednie, ma dokładnie 5 kart pomiędzy.

Jeśli gracz wie, że dostanie asa to ma aż 31% szans na blackjaka oraz duże prawdopodobieństwo na wysoki wynik.



Im mniej talii tym krupierowi łatwiej dobrze przetasować.

Blackjack — liczenie kart

W 1959 roku Edward Thorp przy użyciu komputera zauważył duże zmiany wartości oczekiwanej wygranej w zależności od relatywnie niewielkich zmian w talii.

Blackjack — liczenie kart

W 1959 roku Edward Thorp przy użyciu komputera zauważył duże zmiany wartości oczekiwanej wygranej w zależności od relatywnie niewielkich zmian w talii.

Następnie stworzył i przetestował wiele systemów liczenia kart.



Blackjack — liczenie kart

W 1959 roku Edward Thorp przy użyciu komputera zauważył duże zmiany wartości oczekiwanej wygranej w zależności od relatywnie niewielkich zmian w talii.

Następnie stworzył i przetestował wiele systemów liczenia kart.

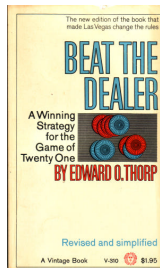


Wyniki opublikował w Proceedings of the National Academy of Sciences w 1961 roku dzięki pomocy Claude'a Shannona.

Blackjack — liczenie kart

W 1959 roku Edward Thorp przy użyciu komputera zauważył duże zmiany wartości oczekiwanej wygranej w zależności od relatywnie niewielkich zmian w talii.

Następnie stworzył i przetestował wiele systemów liczenia kart.



Wyniki opublikował w Proceedings of the National Academy of Sciences w 1961 roku dzięki pomocy Claude'a Shannona.

W 1963 roku jego książka weszła na pierwsze miejsce bestsellerów na liście New York Times.

Blackjack — liczenie kart

Strategy	A	2	3	4	5	6	7	8	9	T	BC	PE	IC	Ease	Type
<u>Canfield Expert</u>	0	0	1	1	1	1	1	0	-1	-1	.87	.63	.76	6	B1
<u>Canfield Master</u>	0	1	1	2	2	2	1	0	-1	-2	.92	.67	.85	4	B2
<u>Hi-Lo</u>	-1	1	1	1	1	1	0	0	0	-1	.97	.51	.76	6	B1
<u>Hi-Opt I</u>	0	0	1	1	1	1	0	0	0	-1	.88	.61	.85	6.5	B1
<u>Hi-Opt II</u>	0	1	1	2	2	1	1	0	0	-2	.91	.67	.91	4	B2
<u>KISS 2</u>	0	0/1	1	1	1	1	0	0	0	-1	.90	.62	.87	7	US1
<u>KISS 3</u>	-1	0/1	1	1	1	1	1	0	0	-1	.98	.56	.78	7	US1
<u>K-O</u>	-1	1	1	1	1	1	1	0	0	-1	.98	.55	.78	7.5	UC1
<u>Mentor</u>	-1	1	2	2	2	2	1	0	-1	-2	.97	.62	.80	4	B2
<u>Omega II</u>	0	1	1	2	2	2	1	0	-1	-2	.92	.67	.85	4	B2
<u>Red Seven</u>	-1	1	1	1	1	1	0/1	0	0	-1	.98	.54	.78	7	USC1
<u>REKO</u>	-1	1	1	1	1	1	1	0	0	-1	.98	.55	.78	8	UC1
<u>Revere Adv. Plus Minus</u>	0	1	1	1	1	1	0	0	-1	-1	.89	.59	.76	6	B1
<u>Revere Point Count</u>	-2	1	2	2	2	2	1	0	0	-2	.99	.55	.78	4	B2
<u>Revere RAPC</u>	-4	2	3	3	4	3	2	0	-1	-3	1.0	.53	.71	1	B4
<u>Revere 14 Count</u>	0	2	2	3	4	2	1	0	-2	-3	.92	.65	.82	1	B4
<u>Silver Fox</u>	-1	1	1	1	1	1	1	0	-1	-1	.96	.53	.69	6	B1
<u>UBZ 2</u>	-1	1	2	2	2	2	1	0	0	-2	.97	.62	.84	6.5	U2
<u>Uston Adv. Plus Minus</u>	-1	0	1	1	1	1	1	0	0	-1	.95	.55	.76	6.5	B1
<u>Uston APC</u>	0	1	2	2	3	2	2	1	-1	-3	.91	.69	.90	2.5	B3
<u>Uston SS</u>	-2	2	2	2	3	2	1	0	-1	-2	.99	.54	.73	4.5	U3
<u>Wong Halves</u>	-1	.5	1	1	1.5	1	.5	0	-5	-1	.99	.56	.72	2.5	B3
<u>Zen Count</u>	-1	1	1	2	2	2	1	0	0	-2	.96	.63	.85	4	B2

Blackjack — metoda Hi-Lo

Wartość bieżąca: karty 2-6 mają wartość +1, karty 7-9 mają wartość 0, pozostałe karty mają wartość -1.

Blackjack — metoda Hi-Lo

Wartość bieżąca: karty 2-6 mają wartość +1, karty 7-9 mają wartość 0, pozostałe karty mają wartość -1.

Wartość prawdziwa – stosunek wartości bieżącej do liczby talii pozostałych do rozdania.

Blackjack — metoda Hi-Lo

Wartość bieżąca: karty 2-6 mają wartość +1, karty 7-9 mają wartość 0, pozostałe karty mają wartość -1.

Wartość prawdziwa – stosunek wartości bieżącej do liczby talii pozostałych do rozdania.

Wartość prawdziwa	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
Przewaga kasyna w %	3	2,5	2	1,5	1	0,5	0	-0,5	-1	-1,5	-2

Blackjack — metoda Hi-Lo

Wartość bieżąca: karty 2-6 mają wartość +1, karty 7-9 mają wartość 0, pozostałe karty mają wartość -1.

Wartość prawdziwa – stosunek wartości bieżącej do liczby talii pozostałych do rozdania.

Wartość prawdziwa	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
Przewaga kasyna w %	3	2,5	2	1,5	1	0,5	0	-0,5	-1	-1,5	-2

Stosując metodę Hi-Lo, zmodyfikowaną strategię podstawową oraz odpowiednie budżetowanie można osiągnąć przewagę nad kasynem rzędu 1%.

Blackjack — metoda Hi-Lo

Wartość bieżąca: karty 2-6 mają wartość +1, karty 7-9 mają wartość 0, pozostałe karty mają wartość -1.

Wartość prawdziwa – stosunek wartości bieżącej do liczby talii pozostałych do rozdania.

Wartość prawdziwa	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
Przewaga kasyna w %	3	2,5	2	1,5	1	0,5	0	-0,5	-1	-1,5	-2

Stosując metodę Hi-Lo, zmodyfikowaną strategię podstawową oraz odpowiednie budżetowanie można osiągnąć przewagę nad kasynem rzędu 1%.

Stosując techniki liczenia kart wyższego rzędu można osiągnąć nawet 2,5% przewagi nad kasynem.

Blackjack — maszyny liczące



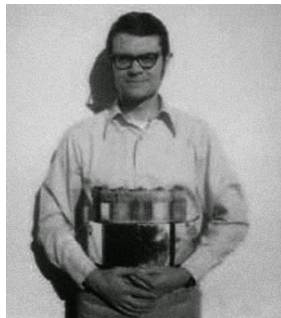
Robert Bamford w 1960 roku testował w kasynach maszynę liczącą Mark II, ale z uwagi na częste wygrane wszystkie kasyna zabroniły mu wstępu.

Blackjack — maszyny liczące



Robert Bamford w 1960 roku testował w kasynach maszynę liczącą Mark II, ale z uwagi na częste wygrane wszystkie kasyna zabroniły mu wstępu.

Keith Taft w 1972 roku wygrywał w kasynach dzięki ukrytej w pasie 7 kg maszynie liczącej George, ale dość szybko sam się ujawnił.



Blackjack — The Big Player

Al Francesco stworzył w latach 70-tych koncepcję zespołów 6 + 1, z 6 osobami grającymi na niskich stawkach i *wielkim graczem*, który gra maksymalnymi stawkami, ale tylko na stołach, gdzie ma przewagę nad kasynem.

Blackjack — The Big Player

Al Francesco stworzył w latach 70-tych koncepcję zespołów 6 + 1, z 6 osobami grającymi na niskich stawkach i *wielkim graczem*, który gra maksymalnymi stawkami, ale tylko na stołach, gdzie ma przewagę nad kasynem.

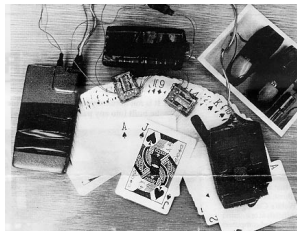
Najbardziej znanym wielkim graczem był Ken Uston.

Blackjack — The Big Player

Al Francesco stworzył w latach 70-tych koncepcję zespołów 6 + 1, z 6 osobami grającymi na niskich stawkach i *wielkim graczem*, który gra maksymalnymi stawkami, ale tylko na stołach, gdzie ma przewagę nad kasynem.

Najbardziej znanym wielkim graczem był Ken Uston.

Uston spotkał się z Taftem i wspólnie stworzyli maszynę David.



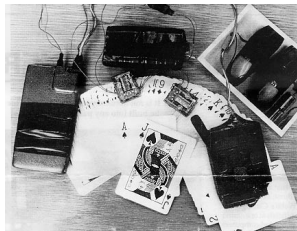
Blackjack — The Big Player

Al Francesco stworzył w latach 70-tych koncepcję zespołów 6 + 1, z 6 osobami grającymi na niskich stawkach i *wielkim graczem*, który gra maksymalnymi stawkami, ale tylko na stołach, gdzie ma przewagę nad kasynem.

Najbardziej znanym wielkim graczem był Ken Uston.

Uston spotkał się z Taftem i wspólnie stworzyli maszynę David.

W latach 80-tych Taft skonstruował dużo różnych miniaturowych maszyn (Thor, Narnia, Belly Telly) i grywał wraz z rodziną.



Blackjack — The Big Player

Al Francesco stworzył w latach 70-tych koncepcję zespołów 6 + 1, z 6 osobami grającymi na niskich stawkach i *wielkim graczem*, który gra maksymalnymi stawkami, ale tylko na stołach, gdzie ma przewagę nad kasynem.

Najbardziej znanym wielkim graczem był Ken Uston.

Uston spotkał się z Taftem i wspólnie stworzyli maszynę David.

W latach 80-tych Taft skonstruował dużo różnych miniaturowych maszyn (Thor, Narnia, Belly Telly) i grywał wraz z rodziną.



Od 1985 roku używanie urządzeń w kasynach jest zakazane.

Blackjack — The Big Player

Al Francesco stworzył w latach 70-tych koncepcję zespołów 6 + 1, z 6 osobami grającymi na niskich stawkach i *wielkim graczem*, który gra maksymalnymi stawkami, ale tylko na stołach, gdzie ma przewagę nad kasynem.

Najbardziej znanym wielkim graczem był Ken Uston.

Uston spotkał się z Taftem i wspólnie stworzyli maszynę David.

W latach 80-tych Taft skonstruował dużo różnych miniaturowych maszyn (Thor, Narnia, Belly Telly) i grywał wraz z rodziną.



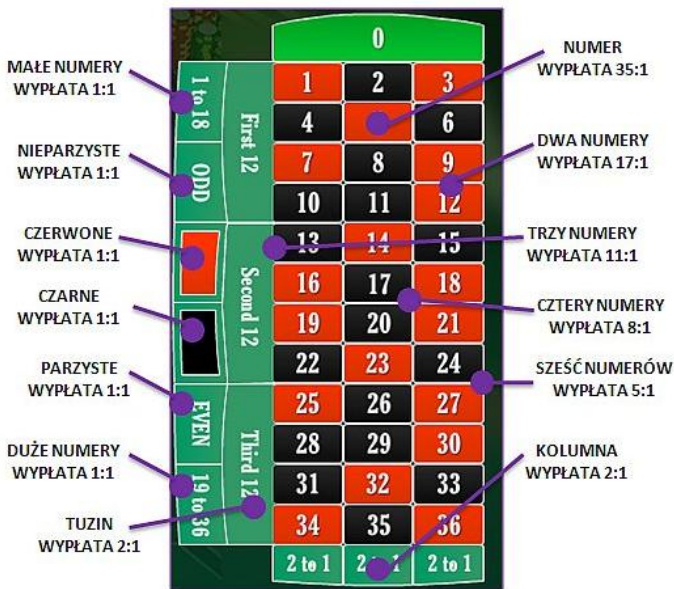
Od 1985 roku używanie urządzeń w kasynach jest zakazane.

Rodzina Tafta została złapana i spędziła 60 dni w więzieniu.

Ruleтка



Ruletka



Ruletka

Dla zakładu obejmującego k liczb wypłata wynosi

$$\frac{36}{k} - 1 : 1.$$

Ruletka

Dla zakładu obejmującego k liczb wypłata wynosi

$$\frac{36}{k} - 1 : 1.$$

Zatem wartość oczekiwana dowolnej gry wynosi w ruletce amerykańskiej $\frac{36}{38}$, a w europejskiej $\frac{36}{37}$ razy stawka.

Ruletka

Dla zakładu obejmującego k liczb wypłata wynosi

$$\frac{36}{k} - 1 : 1.$$

Zatem wartość oczekiwana dowolnej gry wynosi w ruletce amerykańskiej $\frac{36}{38}$, a w europejskiej $\frac{36}{37}$ razy stawka.

Oznacza to, że w ruletce amerykańskiej przewaga kasyna wynosi średnio **5,3%**, a w europejskiej **2,7%** stawki.

Ruletka

Dla zakładu obejmującego k liczb wypłata wynosi

$$\frac{36}{k} - 1 : 1.$$

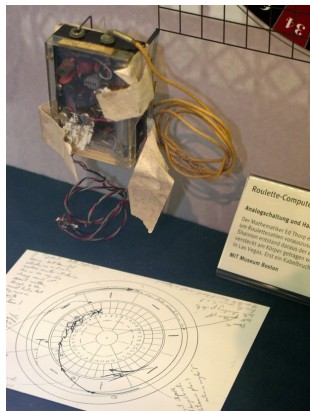
Zatem wartość oczekiwana dowolnej gry wynosi w ruletce amerykańskiej $\frac{36}{38}$, a w europejskiej $\frac{36}{37}$ razy stawka.

Oznacza to, że w ruletce amerykańskiej przewaga kasyna wynosi średnio **5,3%**, a w europejskiej **2,7%** stawki.

„Nie wygrasz w ruletkę dopóki nie zaczniesz kraść żetonów ze stołu.” (Albert Einstein)

Ruletka — maszyny liczące

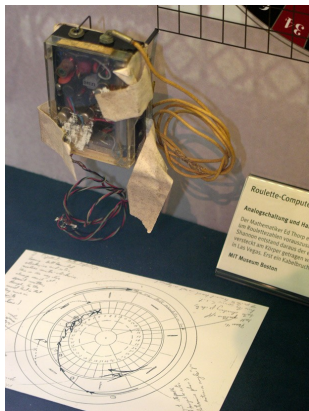
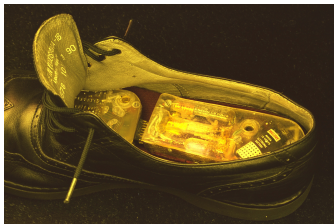
Shannon i Thorp w 1961 roku zbudowali maszynę obliczającą sektor, w którym z relatywnie dużym prawdopodobieństwem zatrzyma się kulka.



Ruletka — maszyny liczące

Shannon i Thorp w 1961 roku zbudowali maszynę obliczającą sektor, w którym z relatywnie dużym prawdopodobieństwem zatrzyma się kulka.

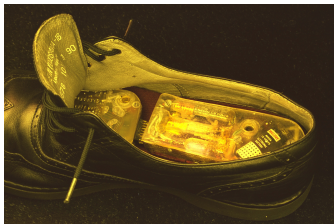
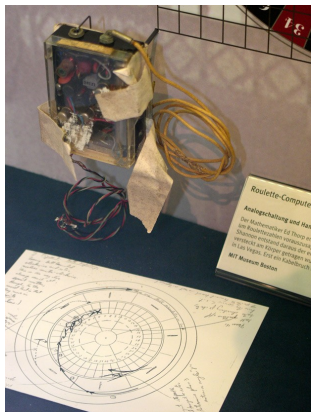
Użytkownik palcami stóp dawał maszynie informację o prędkości kulki, a w słuchawce słyszał dźwięk z oktawy oznaczający sektor.



Ruletka — maszyny liczące

Shannon i Thorp w 1961 roku zbudowali maszynę obliczającą sektor, w którym z relatywnie dużym prawdopodobieństwem zatrzyma się kulka.

Użytkownik palcami stóp dawał maszynie informację o prędkości kulki, a w słuchawce słyszał dźwięk z oktawy oznaczający sektor.



Dzięki jej użyciu Shannon i Thorp mieli **44%** przewagę nad kasynem, ale postanowili nie zarabiać za dużo.

Jak grać?

Jak grać mając 100 zł i możliwość grania w grę, w której podwajamy swój zakład z prawdopodobieństwem 60%?

Jak grać?

Jak grać mając 100 zł i możliwość grania w grę, w której podwajamy swój zakład z prawdopodobieństwem 60%?

John Kelly w 1956 roku udowodnił, że najlepsza długoterminowa strategia to obstawiać

$$f = \frac{p(b + 1) - 1}{b},$$

gdzie p to prawdopodobieństwo sukcesu, b to zysk netto, a f to część budżetu, którą należy obstawić.

Jak grać?

Jak grać mając 100 zł i możliwość grania w grę, w której podwajamy swój zakład z prawdopodobieństwem 60%?

John Kelly w 1956 roku udowodnił, że najlepsza długoterminowa strategia to obstawiać

$$f = \frac{p(b+1) - 1}{b},$$

gdzie p to prawdopodobieństwo sukcesu, b to zysk netto, a f to część budżetu, którą należy obstawić.

Szkic dowodu:

Wartość oczekiwana logarytmu zysku to

$$p \log(1 + bf) + (1 - p) \log(1 - f).$$

Różniczkując po f i przyrównując do 0 dostajemy szukany wzór.

Historii ciąg dalszy...

Thorp używał kryterium Kelly'ego i je rozpowszechnił w swojej książce o blackjacku.

Historii ciąg dalszy...

Thorp używał kryterium Kelly'ego i je rozpowszechnił w swojej książce o blackjacku.

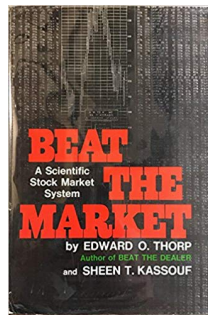
Kelly z powodzeniem grał w kasynach z Thorpem i Shannonem.

Historii ciąg dalszy...

Thorp używał kryterium Kelly'ego i je rozpowszechnił w swojej książce o blackjacku.

Kelly z powodzeniem grał w kasynach z Thorpem i Shannonem.

Po sukcesie w kasynie Thorp zaczął używać kryterium Kelly'ego do inwestowania na giełdzie, gdzie również odnosił spore sukcesy. W 1966 roku wydał książkę, a w 1969 roku otworzył fundusz inwestycyjny.



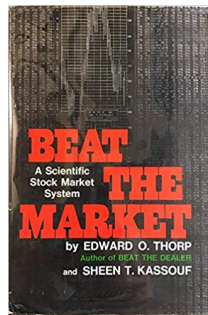
Historii ciąg dalszy...

Thorp używał kryterium Kelly'ego i je rozpowszechnił w swojej książce o blackjacku.

Kelly z powodzeniem grał w kasynach z Thorpem i Shannonem.

Po sukcesie w kasynie Thorp zaczął używać kryterium Kelly'ego do inwestowania na giełdzie, gdzie również odnosił spore sukcesy. W 1966 roku wydał książkę, a w 1969 roku otworzył fundusz inwestycyjny.

Kryterium Kelly'ego stało się podstawowym narzędziem inwestycyjnym.



Model Blacka-Scholesa

W 1973 Fischer Black i Myron Scholes bazując na książce Thorpa opracowali modelu rynku i wzór na wycenę instrumentów finansowych.

Model Blacka-Scholesa

W 1973 Fischer Black i Myron Scholes bazując na książce Thorpa opracowali modelu rynku i wzór na wycenę instrumentów finansowych.

Przesłali wzór Thorpowi, który wtedy przyznał, że już od kilku lat używał go przy decydowaniu o inwestycjach.

Model Blacka-Scholesa

W 1973 Fischer Black i Myron Scholes bazując na książce Thorpa opracowali modelu rynku i wzór na wycenę instrumentów finansowych.

Przesłali wzór Thorpowi, który wtedy przyznał, że już od kilku lat używał go przy decydowaniu o inwestycjach.

Black, Scholes oraz Robert Merton rozwijali model, za co w 1997 roku Merton i Scholes dostali nagrodę Nobla.

Model Blacka-Scholesa

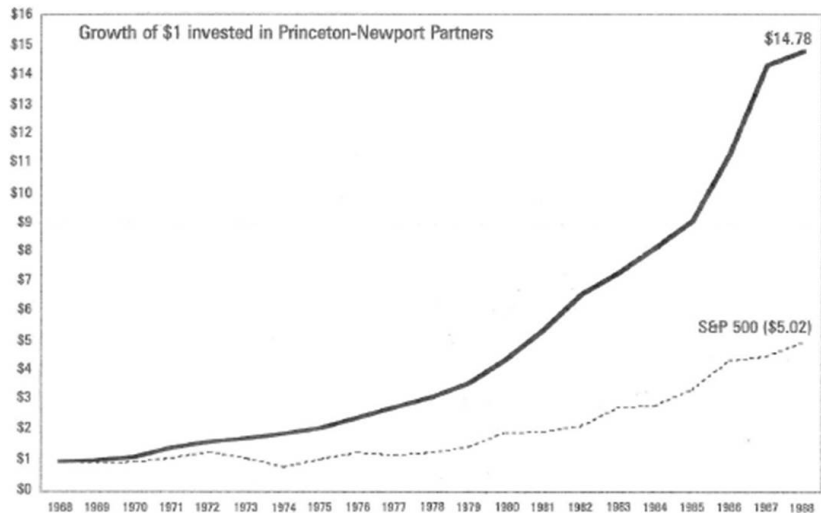
W 1973 Fischer Black i Myron Scholes bazując na książce Thorpa opracowali modelu rynku i wzór na wycenę instrumentów finansowych.

Przesłali wzór Thorpowi, który wtedy przyznał, że już od kilku lat używał go przy decydowaniu o inwestycjach.

Black, Scholes oraz Robert Merton rozwijali model, za co w 1997 roku Merton i Scholes dostali nagrodę Nobla.

Merton i Scholes otworzyli fundusz inwestycyjny, ale w 1998 roku stracili 4.6 mld dolarów w niecałe 4 miesiące.

Fundusz Thorpa



Ostatnie rozdanie

Chęć wygrania z kasynem doprowadziła do powstania pierwszych przenośnych komputerów, teorii inwestycyjnych i innych ciekawych odkryć naukowych.

Ostatnie rozdanie

Chęć wygrania z kasynem doprowadziła do powstania pierwszych przenośnych komputerów, teorii inwestycyjnych i innych ciekawych odkryć naukowych.

Te odkrycia są ważniejsze niż wygrane w kasynach i takich odkryć naukowych wszystkim życzę.

Dziękuję.