Trzeci wymiar, czwarty wymiar. . .

Marcin Kulczycki
Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytet Jagielloński

58 Szkoła Matematyki Poglądowej
Wola Duchacka, Polska
24 sierpnia 2018

Obrazki, jeśli nie jest to zaznaczone inaczej, są zamieszczone dzięki uprzejmości Wikipedii.

Analogia czy uogólnienie?

Przenoszenie intuicji

Flatlandia i płaszczaki.
Flatland, E. A. Abbot, 1884

Pointland, Lineland, Flatland, Spaceland, . . .

Przenoszenie intuicji

Flatlandia i płaszczaki.
Flatland, E. A. Abbot, 1884

Pointland, Lineland, Flatland, Spaceland, . . .

Przekroje

Wielokąty, wielościany, bryły czterowymiarowe.

Jak wyznaczyć wszystkie możliwe przekroje danego wielościanu?

Przekroje sympleksów

Przekroje

Wielokąty, wielościany, bryły czterowymiarowe.

Jak wyznaczyć wszystkie możliwe przekroje danego wielościanu?

Przekroje sympleksów.

Przekroje

Wielokąty, wielościany, bryły czterowymiarowe.

Jak wyznaczyć wszystkie możliwe przekroje danego wielościanu?

Przekroje sympleksów.

Charakterystyka Eulera

Dla spójnego grafu planarnego $V - E + F = 1$ (liczymy tylko ograniczone ściany).

Wielościany platońskie.

Dla spójnego wielościanu w przestrzeni trójwymiarowej $V - E + F - S = 1$ (ponownie liczymy tylko ograniczone obiekty).

Charakterystyka Eulera

Dla spójnego grafu planarnego $V - E + F = 1$ (liczymy tylko ograniczone ściany).

Wielościany platońskie.

Dla spójnego wielościanu w przestrzeni trójwymiarowej $V - E + F - S = 1$ (ponownie liczymy tylko ograniczone obiekty).

Regularne wypukłe 4-politopy

Charakterystyka Eulera

Dla spójnego grafu planarnego $V - E + F = 1$ (liczymy tylko ograniczone ściany).

Wielościany platońskie.

Dla spójnego wielościanu w przestrzeni trójwymiarowej $V - E + F - S = 1$ (ponownie liczymy tylko ograniczone obiekty).

Regularne wypukłe 4-politopy.

Charakterystyka Eulera

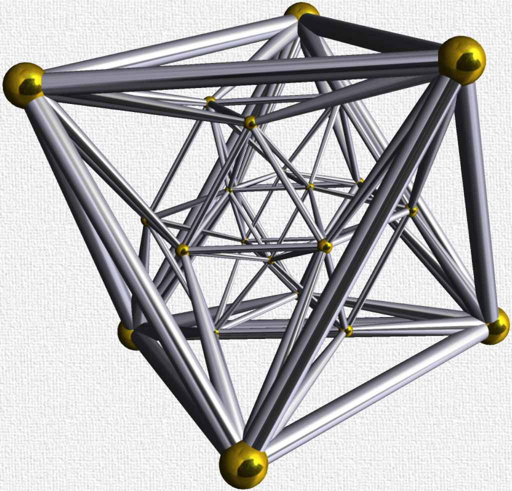
Dla spójnego grafu planarnego $V - E + F = 1$ (liczymy tylko ograniczone ściany).

Wielościany platońskie.

Dla spójnego wielościanu w przestrzeni trójwymiarowej $V - E + F - S = 1$ (ponownie liczymy tylko ograniczone obiekty).

Regularne wypukłe 4-politopy.

Komórka 24:



$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$$

Problem 4 barw

Na płaszczyźnie do pokolorowania dowolnej (spełniającej ustalone założenia) mapy wystarczą 4 barwy (K. Appel, W. Haken 1976).

A co dzieje się w trzecim wymiarze?

Problem 4 barw

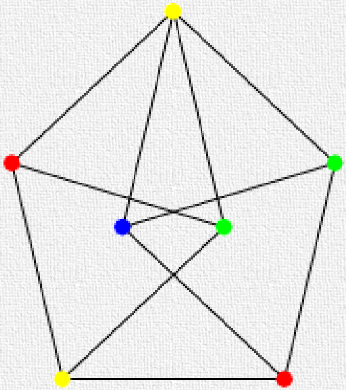
Na płaszczyźnie do pokolorowania dowolnej (spełniającej ustalone założenia) mapy wystarczą 4 barwy (K. Appel, W. Haken 1976).

A co dzieje się w trzecim wymiarze?

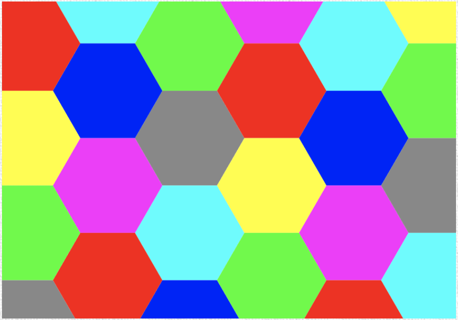
Liczba chromatyczna płaszczyzny

Ile kolorów wystarczy do pomalowania płaszczyzny tak, aby żadne dwa punkty odległe od siebie o 1 nie były pomalowane tym samym kolorem?

Trzy kolory nie wystarczą - ilustrują to wrzeciona Moserów:



Ale siedem już wystarczy:



Cztery kolory nie wystarczą

Liczba chromatyczna płaszczyzny wynosi co najmniej pięć - A. de Grey, 2018.

W przypadku przestrzeni trójwymiarowej wiadomo, że jej liczba chromatyczna zawarta jest pomiędzy 6 a 15.

Teoria homotopii $\rightarrow$ Teoria homologii

Koniec