Liczby pierwsze jako niewiadome II

56 Szkoła Matematyki Poglądowej

Mariusz Skałba

Wydział Matematyki, Uniwersytet Warszawski

25 sierpnia 2017

Dwa podobne równania

Równanie

$$p^2 - 2q^2 = 1$$

ma tylko jedno rozwiązanie w liczbach pierwszych p, q;

Dwa podobne równania

Równanie

$$p^2 - 2q^2 = 1$$

ma tylko jedno rozwiązanie w liczbach pierwszych p, q;mianowicie $p = 3, q = 2$.

Dwa podobne równania

Równanie

$$p^2 - 2q^2 = 1$$

ma tylko jedno rozwiązanie w liczbach pierwszych p, q;mianowicie $p = 3, q = 2$. A teraz podobne równanie

$$p^2 - 2q^2 = -1.$$

Dwa podobne równania

Równanie

$$p^2 - 2q^2 = 1$$

ma tylko jedno rozwiązanie w liczbach pierwszych p, q;mianowicie $p = 3, q = 2$. A teraz podobne równanie

$$p^2 - 2q^2 = -1.$$

To równanie ma wiecej rozwiązań w liczbach pierwszych:

Dwa podobne równania

Równanie

$$p^2 - 2q^2 = 1$$

ma tylko jedno rozwiązanie w liczbach pierwszych p, q;mianowicie $p = 3, q = 2$. A teraz podobne równanie

$$p^2 - 2q^2 = -1.$$

To równanie ma wiecej rozwiązań w liczbach pierwszych:

$$p = 7, q = 5$$

Dwa podobne równania

Równanie

$$p^2 - 2q^2 = 1$$

ma tylko jedno rozwiązanie w liczbach pierwszych p, q;mianowicie $p = 3, q = 2$. A teraz podobne równanie

$$p^2 - 2q^2 = -1.$$

To równanie ma wiecej rozwiązań w liczbach pierwszych:

$$p = 7, q = 5 \text{ oraz } p = 41, q = 29.$$

Dwa podobne równania

Równanie

$$p^2 - 2q^2 = 1$$

ma tylko jedno rozwiązanie w liczbach pierwszych p, q;mianowicie $p = 3, q = 2$. A teraz podobne równanie

$$p^2 - 2q^2 = -1.$$

To równanie ma wiecej rozwiązań w liczbach pierwszych:

$$p = 7, q = 5 \text{ oraz } p = 41, q = 29.$$

Może jeszcze jakieś?

Równanie $a^2 - 2b^2 = -1$

Pary (a_n, b_n) określone wzorem

$$a_n + b_n\sqrt{2} := (1 + \sqrt{2})^n \text{ gdzie } n = 1, 3, 5, 7, \ldots$$

spełniają równanie tytułowe,

Równanie $a^2 - 2b^2 = -1$

Pary (a_n, b_n) określone wzorem

$$a_n + b_n\sqrt{2} := (1+\sqrt{2})^n \ \text{ gdzie } n = 1, 3, 5, 7, \ldots$$

spełniają równanie tytułowe, gdyż z wzoru dwumianowego Newtona wynika, że

$$(1-\sqrt{2})^n = a_n - b_n\sqrt{2}$$

Równanie $a^2 - 2b^2 = -1$

Pary (a_n, b_n) określone wzorem

$$a_n + b_n\sqrt{2} := (1 + \sqrt{2})^n \ \text{ gdzie } n = 1, 3, 5, 7, \ldots$$

spełniają równanie tytułowe, gdyż z wzoru dwumianowego Newtona wynika, że

$$(1 - \sqrt{2})^n = a_n - b_n\sqrt{2}$$

a zatem

$$a_n^2 - 2b_n^2 = (a_n + b_n\sqrt{2})(a_n - b_n\sqrt{2}) = (1+\sqrt{2})^n(1-\sqrt{2})^n = (-1)^n = -1,$$

gdyż n jest nieparzyste.

Równanie $a^2 - 2b^2 = -1$

Pary (a_n, b_n) określone wzorem

$$a_n + b_n\sqrt{2} := (1+\sqrt{2})^n \text{ gdzie } n = 1, 3, 5, 7, \dots$$

spełniają równanie tytułowe, gdyż z wzoru dwumianowego Newtona wynika, że

$$(1-\sqrt{2})^n = a_n - b_n\sqrt{2}$$

a zatem

$$a_n^2 - 2b_n^2 = (a_n + b_n\sqrt{2})(a_n - b_n\sqrt{2}) = (1+\sqrt{2})^n(1-\sqrt{2})^n = (-1)^n = -1,$$

gdyż n jest nieparzyste. Łatwo sprawdzić, że zgadnięte wcześniej rozwiązania w liczbach pierwszych to (a_3, b_3) oraz (a_5, b_5).

Oto piękna tabelka

Oto piękna tabelka

Oto piękna i obiecująca tabelka.

n	a_n	b_n
1	1	1
3	7	5
5	41	29

Oto piękna tabelka

Oto piękna i obiecująca tabelka.

n	a_n	b_n
1	1	1
3	7	5
5	41	29
29	63018038201	44560482149

Oto piękna tabelka

Oto piękna i obiecująca tabelka.

n	a_n	b_n
1	1	1
3	7	5
5	41	29
29	63018038201	44560482149
59	19175002942688032928599	13558774610046711780701

Oto piękna tabelka

Oto piękna i obiecująca tabelka.

n	a_n	b_n
1	1	1
3	7	5
5	41	29
29	63018038201	44560482149
59	19175002942688032928599	13558774610046711780701
?	?	?

Oto piękna tabelka

Oto piękna i obiecująca tabelka.

n	a_n	b_n
1	1	1
3	7	5
5	41	29
29	63018038201	44560482149
59	19175002942688032928599	13558774610046711780701
?	?	?

I co dalej?

Koniec artykułu w Delcie

Rzeczony artykulik w Delcie 6 (2017) kończy się tak:

Koniec artykułu w Delcie

Rzeczony artykulik w Delcie 6 (2017) kończy się tak:
Z pomocą komputera sprawdziliśmy rozwiązania (a_n, b_n) *dla wszystkich* $n \leqslant 60$*: tylko dla* $n = 3, 5, 29, 59$ *otrzymujemy obie liczby pierwsze. Ale możemy zaryzykować hipotezę, że równanie* $p^2 - 2q^2 = -1$ *ma nieskończenie wiele rozwiązań w liczbach pierwszych* p, q*.*

Koniec artykułu w Delcie

Rzeczony artykulik w Delcie 6 (2017) kończy się tak:
Z pomocą komputera sprawdziliśmy rozwiązania (a_n, b_n) *dla wszystkich* $n \leqslant 60$*: tylko dla* $n = 3, 5, 29, 59$ *otrzymujemy obie liczby pierwsze. Ale możemy zaryzykować hipotezę, że równanie* $p^2 - 2q^2 = -1$ *ma nieskończenie wiele rozwiązań w liczbach pierwszych* p, q*.*
Raczej nie zachęcamy Cię Czytelniku, abyś się nią zajmował, ale do studiowania matematyki teoretycznej jak najbardziej:)

Dzisiaj będzie inaczej

Dzisiaj dla odmiany przedstawimy heurystyki przemawiające za tym, że

Dzisiaj będzie inaczej

Dzisiaj dla odmiany przedstawimy heurystyki przemawiające za tym, że równanie $p^2 - 2q^2 = -1$ ma tylko skończenie wiele rozwiązań w liczbach pierwszych p, q.

Dzisiaj dla odmiany przedstawimy heurystyki przemawiające za tym, że równanie $p^2 - 2q^2 = -1$ ma tylko skończenie wiele rozwiązań w liczbach pierwszych p, q.

Heurystyka podstawowa

Dzisiaj będzie inaczej

Dzisiaj dla odmiany przedstawimy heurystyki przemawiające za tym, że równanie $p^2 - 2q^2 = -1$ ma tylko skończenie wiele rozwiązań w liczbach pierwszych p, q.

Heurystyka podstawowa

Niech (x_n) będzie ciągiem liczb naturalnych, takim, że nie ma ewidentnych przeszkód na to, aby liczba x_n była pierwsza.

Dzisiaj będzie inaczej

Dzisiaj dla odmiany przedstawimy heurystyki przemawiające za tym, że równanie $p^2 - 2q^2 = -1$ ma tylko skończenie wiele rozwiązań w liczbach pierwszych p, q.

Heurystyka podstawowa

Niech (x_n) będzie ciągiem liczb naturalnych, takim, że nie ma ewidentnych przeszkód na to, aby liczba x_n była pierwsza. Wówczas:

1. Jeżeli $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log x_n} = +\infty$ to w ciągu (x_n) występuje nieskończenie wiele liczb pierwszych;

Dzisiaj dla odmiany przedstawimy heurystyki przemawiające za tym, że równanie $p^2 - 2q^2 = -1$ ma tylko skończenie wiele rozwiązań w liczbach pierwszych p, q.

Heurystyka podstawowa

Niech (x_n) będzie ciągiem liczb naturalnych, takim, że nie ma ewidentnych przeszkód na to, aby liczba x_n była pierwsza. Wówczas:

1. Jeżeli $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log x_n} = +\infty$ to w ciągu (x_n) występuje nieskończenie wiele liczb pierwszych;
2. Jeśli natomiast $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log x_n} < +\infty$ to w ciągu (x_n) występuje co najwyżej skończenie wiele liczb pierwszych.

Niech A_n oznacza zdarzenie, że x_n jest liczbą pierwszą.

Uzasadnienie heurystyki

Niech A_n oznacza zdarzenie, że x_n jest liczbą pierwszą.Mamy

$$\Pr(A_n) = \frac{\pi(x_n)}{x_n} \approx \frac{1}{\log x_n}$$

Uzasadnienie heurystyki

Niech A_n oznacza zdarzenie, że x_n jest liczbą pierwszą.Mamy

$$\Pr(A_n) = \frac{\pi(x_n)}{x_n} \approx \frac{1}{\log x_n} \text{ z twierdzenia o liczbach pierwszych.}$$

Uzasadnienie heurystyki

Niech A_n oznacza zdarzenie, że x_n jest liczbą pierwszą.Mamy

$$\Pr(A_n) = \frac{\pi(x_n)}{x_n} \approx \frac{1}{\log x_n} \text{ z twierdzenia o liczbach pierwszych.}$$

W sukurs przychodzi twierdzenie Borela-Cantellego:

Uzasadnienie heurystyki

Niech A_n oznacza zdarzenie, że x_n jest liczbą pierwszą.Mamy

$$\Pr(A_n) = \frac{\pi(x_n)}{x_n} \approx \frac{1}{\log x_n} \text{ z twierdzenia o liczbach pierwszych.}$$

W sukurs przychodzi twierdzenie Borela-Cantellego:

1. Jeśli A_n są niezależne oraz $\sum_{n=1}^{\infty} \Pr(A_n) = +\infty$ to z prawdopodobieństwem 1 zajdzie nieskończenie wiele spośród A_n,

Uzasadnienie heurystyki

Niech A_n oznacza zdarzenie, że x_n jest liczbą pierwszą.Mamy

$$\Pr(A_n) = \frac{\pi(x_n)}{x_n} \approx \frac{1}{\log x_n} \text{ z twierdzenia o liczbach pierwszych.}$$

W sukurs przychodzi twierdzenie Borela-Cantellego:

1. Jeśli A_n są niezależne oraz $\sum_{n=1}^{\infty} \Pr(A_n) = +\infty$ to z prawdopodobieństwem 1 zajdzie nieskończenie wiele spośród A_n,
2. Jeżeli $\sum_{n=1}^{\infty} \Pr(A_n) < +\infty$ to z prawdopodobieństwem 1 zajdzie co najwyżej skończenie wiele spośród A_n.

Historyczne przykłady

Czy $x_n = 2^n - 1$ jest dobrym wyborem? Jeśli dopuścimy, że n jest liczbą złożoną to jest *ewidentna przeszkoda* dla pierwszości x_n:

$$x_n = 2^n - 1 = 2^{ab} - 1 = (2^a - 1) \cdot c \ \text{ gdzie } c > 1.$$

Historyczne przykłady

Czy $x_n = 2^n - 1$ jest dobrym wyborem? Jeśli dopuścimy, że n jest liczbą złożoną to jest *ewidentna przeszkoda* dla pierwszości x_n:

$$x_n = 2^n - 1 = 2^{ab} - 1 = (2^a - 1) \cdot c \text{ gdzie } c > 1.$$

Niech zatem $x_n := 2^{p_n} - 1$ gdzie p_n oznacza n-tą liczbę pierwszą.

Historyczne przykłady

Czy $x_n = 2^n - 1$ jest dobrym wyborem? Jeśli dopuścimy, że n jest liczbą złożoną to jest *ewidentna przeszkoda* dla pierwszości x_n:

$$x_n = 2^n - 1 = 2^{ab} - 1 = (2^a - 1) \cdot c \text{ gdzie } c > 1.$$

Niech zatem $x_n := 2^{p_n} - 1$ gdzie p_n oznacza n-tą liczbę pierwszą. Teraz nie ma ewidentnych przeszkód

Czy $x_n = 2^n - 1$ jest dobrym wyborem? Jeśli dopuścimy, że n jest liczbą złożoną to jest *ewidentna przeszkoda* dla pierwszości x_n:

$$x_n = 2^n - 1 = 2^{ab} - 1 = (2^a - 1) \cdot c \text{ gdzie } c > 1.$$

Niech zatem $x_n := 2^{p_n} - 1$ gdzie p_n oznacza n-tą liczbę pierwszą.Teraz nie ma ewidentnych przeszkód!

Historyczne przykłady

Czy $x_n = 2^n - 1$ jest dobrym wyborem? Jeśli dopuścimy, że n jest liczbą złożoną to jest *ewidentna przeszkoda* dla pierwszości x_n:

$$x_n = 2^n - 1 = 2^{ab} - 1 = (2^a - 1) \cdot c \text{ gdzie } c > 1.$$

Niech zatem $x_n := 2^{p_n} - 1$ gdzie p_n oznacza n-tą liczbę pierwszą. Teraz nie ma ewidentnych przeszkód!!!

Historyczne przykłady

Czy $x_n = 2^n - 1$ jest dobrym wyborem? Jeśli dopuścimy, że n jest liczbą złożoną to jest *ewidentna przeszkoda* dla pierwszości x_n:

$$x_n = 2^n - 1 = 2^{ab} - 1 = (2^a - 1) \cdot c \text{ gdzie } c > 1.$$

Niech zatem $x_n := 2^{p_n} - 1$ gdzie p_n oznacza n-tą liczbę pierwszą. Teraz nie ma ewidentnych przeszkód!!!Badamy odpowiedni szereg nieskończony:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log x_n} =$$

Historyczne przykłady

Czy $x_n = 2^n - 1$ jest dobrym wyborem? Jeśli dopuścimy, że n jest liczbą złożoną to jest *ewidentna przeszkoda* dla pierwszości x_n:

$$x_n = 2^n - 1 = 2^{ab} - 1 = (2^a - 1) \cdot c \ \text{ gdzie } c > 1.$$

Niech zatem $x_n := 2^{p_n} - 1$ gdzie p_n oznacza n-tą liczbę pierwszą.Teraz nie ma ewidentnych przeszkód!!!Badamy odpowiedni szereg nieskończony:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log x_n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log(2^{p_n} - 1)}$$

Historyczne przykłady

Czy $x_n = 2^n - 1$ jest dobrym wyborem? Jeśli dopuścimy, że n jest liczbą złożoną to jest *ewidentna przeszkoda* dla pierwszości x_n:

$$x_n = 2^n - 1 = 2^{ab} - 1 = (2^a - 1) \cdot c \text{ gdzie } c > 1.$$

Niech zatem $x_n := 2^{p_n} - 1$ gdzie p_n oznacza n-tą liczbę pierwszą.Teraz nie ma ewidentnych przeszkód!!!Badamy odpowiedni szereg nieskończony:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log x_n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log(2^{p_n} - 1)} > \frac{1}{\log 2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{p_n}$$

Historyczne przykłady

Czy $x_n = 2^n - 1$ jest dobrym wyborem? Jeśli dopuścimy, że n jest liczbą złożoną to jest *ewidentna przeszkoda* dla pierwszości x_n:

$$x_n = 2^n - 1 = 2^{ab} - 1 = (2^a - 1) \cdot c \ \text{ gdzie } c > 1.$$

Niech zatem $x_n := 2^{p_n} - 1$ gdzie p_n oznacza n-tą liczbę pierwszą.Teraz nie ma ewidentnych przeszkód!!!Badamy odpowiedni szereg nieskończony:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log x_n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log(2^{p_n} - 1)} > \frac{1}{\log 2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{p_n} = \infty.$$

Historyczne przykłady

Czy $x_n = 2^n - 1$ jest dobrym wyborem? Jeśli dopuścimy, że n jest liczbą złożoną to jest *ewidentna przeszkoda* dla pierwszości x_n:

$$x_n = 2^n - 1 = 2^{ab} - 1 = (2^a - 1) \cdot c \ \text{ gdzie } c > 1.$$

Niech zatem $x_n := 2^{p_n} - 1$ gdzie p_n oznacza n-tą liczbę pierwszą. Teraz nie ma ewidentnych przeszkód!!!Badamy odpowiedni szereg nieskończony:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log x_n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log(2^{p_n} - 1)} > \frac{1}{\log 2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{p_n} = \infty.$$

Z heurystyki podstawowej wynika więc, że liczb pierwszych Mersenne'a (a więc również liczb doskonałych) jest nieskończenie wiele!

Historyczne przykłady c.d.

A może $x_n = 2^n + 1$?

Historyczne przykłady c.d.

A może $x_n = 2^n + 1$?Tak, ale jeżeli n ma dzielnik nieparzysty $a > 1$ to

$$2^n + 1 = (2^{n/a} + 1) \cdot d \text{ gdzie } d > 1,$$

a więc x_n *ewidentnie* nie jest pierwsza.

A może $x_n = 2^n + 1$?Tak, ale jeżeli n ma dzielnik nieparzysty $a > 1$ to

$$2^n + 1 = (2^{n/a} + 1) \cdot d \text{ gdzie } d > 1,$$

a więc x_n *ewidentnie* nie jest pierwsza. Zajmiemy się zatem ciągiem

Historyczne przykłady c.d.

A może $x_n = 2^n + 1$?Tak, ale jeżeli n ma dzielnik nieparzysty $a > 1$ to

$$2^n + 1 = (2^{n/a} + 1) \cdot d \ \text{ gdzie } d > 1,$$

a więc x_n *ewidentnie* nie jest pierwsza. Zajmiemy się zatem ciągiem

$$x_n = 2^{2^n} + 1.$$

Obliczamy szereg:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log x_n} =$$

Historyczne przykłady c.d.

A może $x_n = 2^n + 1$?Tak, ale jeżeli n ma dzielnik nieparzysty $a > 1$ to

$$2^n + 1 = (2^{n/a} + 1) \cdot d \ \text{ gdzie } d > 1,$$

a więc x_n *ewidentnie* nie jest pierwsza. Zajmiemy się zatem ciągiem

$$x_n = 2^{2^n} + 1.$$

Obliczamy szereg:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log x_n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log(2^{2^n} + 1)}$$

Historyczne przykłady c.d.

A może $x_n = 2^n + 1$?Tak, ale jeżeli n ma dzielnik nieparzysty $a > 1$ to

$$2^n + 1 = (2^{n/a} + 1) \cdot d \;\text{ gdzie } d > 1,$$

a więc x_n *ewidentnie* nie jest pierwsza. Zajmiemy się zatem ciągiem

$$x_n = 2^{2^n} + 1.$$

Obliczamy szereg:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log x_n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log(2^{2^n} + 1)} < \frac{1}{\log 2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$$

Historyczne przykłady c.d.

A może $x_n = 2^n + 1$?Tak, ale jeżeli n ma dzielnik nieparzysty $a > 1$ to

$$2^n + 1 = (2^{n/a} + 1) \cdot d \ \text{ gdzie } d > 1,$$

a więc x_n *ewidentnie* nie jest pierwsza. Zajmiemy się zatem ciągiem

$$x_n = 2^{2^n} + 1.$$

Obliczamy szereg:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log x_n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log(2^{2^n} + 1)} < \frac{1}{\log 2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} < \infty.$$

A może $x_n = 2^n + 1$?Tak, ale jeżeli n ma dzielnik nieparzysty $a > 1$ to

$$2^n + 1 = (2^{n/a} + 1) \cdot d \ \text{ gdzie } d > 1,$$

a więc x_n *ewidentnie* nie jest pierwsza. Zajmiemy się zatem ciągiem

$$x_n = 2^{2^n} + 1.$$

Obliczamy szereg:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log x_n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log(2^{2^n} + 1)} < \frac{1}{\log 2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} < \infty.$$

Z heurystyki podstawowej dostajemy, że liczb pierwszych Fermata jest skończenie wiele!

Wreszcie nasz przykład

Przypomnijmy:

Wreszcie nasz przykład

Przypomnijmy:

$$a_n = \frac{(1+\sqrt{2})^n + (1-\sqrt{2})^n}{2},$$

Wreszcie nasz przykład

Przypomnijmy:

$$a_n = \frac{(1+\sqrt{2})^n + (1-\sqrt{2})^n}{2}, \quad b_n = \frac{(1+\sqrt{2})^n - (1-\sqrt{2})^n}{2\sqrt{2}}.$$

Wreszcie nasz przykład

Przypomnijmy:

$$a_n = \frac{(1+\sqrt{2})^n + (1-\sqrt{2})^n}{2}, \quad b_n = \frac{(1+\sqrt{2})^n - (1-\sqrt{2})^n}{2\sqrt{2}}.$$

Wreszcie nasz przykład

Przypomnijmy:

$$a_n = \frac{(1+\sqrt{2})^n + (1-\sqrt{2})^n}{2}, \quad b_n = \frac{(1+\sqrt{2})^n - (1-\sqrt{2})^n}{2\sqrt{2}}.$$

Szacujemy *odpowiedni* szereg

Wreszcie nasz przykład

Przypomnijmy:

$$a_n = \frac{(1+\sqrt{2})^n + (1-\sqrt{2})^n}{2}, \quad b_n = \frac{(1+\sqrt{2})^n - (1-\sqrt{2})^n}{2\sqrt{2}}.$$

Szacujemy *odpowiedni* szereg

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log a_n} \cdot \frac{1}{\log b_n} =$$

Wreszcie nasz przykład

Przypomnijmy:

$$a_n = \frac{(1+\sqrt{2})^n + (1-\sqrt{2})^n}{2}, \quad b_n = \frac{(1+\sqrt{2})^n - (1-\sqrt{2})^n}{2\sqrt{2}}.$$

Szacujemy *odpowiedni* szereg

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log a_n} \cdot \frac{1}{\log b_n} = < c \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} < \infty$$

Wreszcie nasz przykład

Przypomnijmy:

$$a_n = \frac{(1+\sqrt{2})^n + (1-\sqrt{2})^n}{2}, \quad b_n = \frac{(1+\sqrt{2})^n - (1-\sqrt{2})^n}{2\sqrt{2}}.$$

Szacujemy *odpowiedni* szereg

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log a_n} \cdot \frac{1}{\log b_n} = \; < c \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} < \infty$$

zatem

Wreszcie nasz przykład

Przypomnijmy:

$$a_n = \frac{(1+\sqrt{2})^n + (1-\sqrt{2})^n}{2}, \quad b_n = \frac{(1+\sqrt{2})^n - (1-\sqrt{2})^n}{2\sqrt{2}}.$$

Szacujemy *odpowiedni* szereg

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log a_n} \cdot \frac{1}{\log b_n} = < c \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} < \infty$$

zatem zgodnie ze złożoną dzisiaj obietnicą

Wreszcie nasz przykład

Przypomnijmy:

$$a_n = \frac{(1+\sqrt{2})^n + (1-\sqrt{2})^n}{2}, \quad b_n = \frac{(1+\sqrt{2})^n - (1-\sqrt{2})^n}{2\sqrt{2}}.$$

Szacujemy *odpowiedni* szereg

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log a_n} \cdot \frac{1}{\log b_n} = < c \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} < \infty$$

zatem zgodnie ze złożoną dzisiaj obietnicą równanie $p^2 - 2q^2 = -1$ ma raczej skończenie wiele rozwiązań w liczbach pierwszych p, q

Wreszcie nasz przykład

Przypomnijmy:

$$a_n = \frac{(1+\sqrt{2})^n + (1-\sqrt{2})^n}{2}, \quad b_n = \frac{(1+\sqrt{2})^n - (1-\sqrt{2})^n}{2\sqrt{2}}.$$

Szacujemy *odpowiedni* szereg

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log a_n} \cdot \frac{1}{\log b_n} = < c \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} < \infty$$

zatem zgodnie ze złożoną dzisiaj obietnicą równanie $p^2 - 2q^2 = -1$ ma raczej skończenie wiele rozwiązań w liczbach pierwszych p, q wbrew sugestiom z artykuliku!

Na cześć Fermata

Na cześć Fermata

bo osobliwie sobie na to zasłużył

Na cześć Fermata

bo osobliwie sobie na to zasłużył piszemy

$$F_n = 2^{2^n} + 1.$$

Jak wiadomo

$$F_0 = 3,$$

Na cześć Fermata

bo osobliwie sobie na to zasłużył piszemy

$$F_n = 2^{2^n} + 1.$$

Jak wiadomo

$$F_0 = 3,\ F_1 = 5,$$

Na cześć Fermata

bo osobliwie sobie na to zasłużył piszemy

$$F_n = 2^{2^n} + 1.$$

Jak wiadomo

$$F_0 = 3,\ F_1 = 5,\ F_2 = 17,$$

Na cześć Fermata

bo osobliwie sobie na to zasłużył piszemy

$$F_n = 2^{2^n} + 1.$$

Jak wiadomo

$$F_0 = 3,\ F_1 = 5,\ F_2 = 17, F_3 = 257,$$

Na cześć Fermata

bo osobliwie sobie na to zasłużył piszemy

$$F_n = 2^{2^n} + 1.$$

Jak wiadomo

$$F_0 = 3,\ \ F_1 = 5,\ \ F_2 = 17, F_3 = 257, F_4 = 65537$$

Na cześć Fermata

bo osobliwie sobie na to zasłużył piszemy

$$F_n = 2^{2^n} + 1.$$

Jak wiadomo

$$F_0 = 3,\ \ F_1 = 5,\ \ F_2 = 17, F_3 = 257, F_4 = 65537$$

są liczbami pierwszymi.

Na cześć Fermata

bo osobliwie sobie na to zasłużył piszemy

$$F_n = 2^{2^n} + 1.$$

Jak wiadomo

$$F_0 = 3, \; F_1 = 5, \; F_2 = 17, F_3 = 257, F_4 = 65537$$

są liczbami pierwszymi. Fermatowi przypisuje się hipotezę, że dla każdego n liczba F_n jest pierwsza.

Na cześć Fermata

bo osobliwie sobie na to zasłużył piszemy

$$F_n = 2^{2^n} + 1.$$

Jak wiadomo

$$F_0 = 3,\ \ F_1 = 5,\ \ F_2 = 17, F_3 = 257, F_4 = 65537$$

są liczbami pierwszymi. Fermatowi przypisuje się hipotezę, że dla każdego n liczba F_n jest pierwsza. Euler na to, że

$$F_5 = 4294967297 = 641 \cdot 6700417.$$

Na cześć Fermata

bo osobliwie sobie na to zasłużył piszemy

$$F_n = 2^{2^n} + 1.$$

Jak wiadomo

$$F_0 = 3,\ F_1 = 5,\ F_2 = 17, F_3 = 257, F_4 = 65537$$

są liczbami pierwszymi. Fermatowi przypisuje się hipotezę, że dla każdego n liczba F_n jest pierwsza. Euler na to, że

$$F_5 = 4294967297 = 641 \cdot 6700417.$$

Obecnie uważa się, że Fermat znalazł wszystkie liczby pierwsze Fermata, bo osobliwie sobie na to zasłużył piszemy

$$F_n = 2^{2^n} + 1.$$

Jak wiadomo

$$F_0 = 3,\ F_1 = 5,\ F_2 = 17, F_3 = 257, F_4 = 65537$$

są liczbami pierwszymi. Fermatowi przypisuje się hipotezę, że dla każdego n liczba F_n jest pierwsza. Euler na to, że

$$F_5 = 4294967297 = 641 \cdot 6700417.$$

Obecnie uważa się, że Fermat znalazł wszystkie liczby pierwsze Fermata, ale oczywiście nikt nie potrafi udowodnić nawet tego, że w ciągu F_n jest tylko skończenie wiele liczb pierwszych,

Na cześć Fermata

bo osobliwie sobie na to zasłużył piszemy

$$F_n = 2^{2^n} + 1.$$

Jak wiadomo

$$F_0 = 3,\ \ F_1 = 5,\ \ F_2 = 17, F_3 = 257, F_4 = 65537$$

są liczbami pierwszymi. Fermatowi przypisuje się hipotezę, że dla każdego n liczba F_n jest pierwsza. Euler na to, że

$$F_5 = 4294967297 = 641 \cdot 6700417.$$

Obecnie uważa się, że Fermat znalazł wszystkie liczby pierwsze Fermata, ale oczywiście nikt nie potrafi udowodnić nawet tego, że w ciągu F_n jest tylko skończenie wiele liczb pierwszych, ani nawet tego, że w tym ciągu jest nieskończenie wiele liczb złożonych!

uwaga na koniec

uwaga na koniec

Muszę się przyznać, że tytuł mojego odczytu miał być następujący:

Muszę się przyznać, że tytuł mojego odczytu miał być następujący:

Liczby pierwsze jako niewiadome II

uwaga na koniec

Muszę się przyznać, że tytuł mojego odczytu miał być następujący:

Liczby pierwsze jako niewiadome II

czyli

uwaga na koniec

Muszę się przyznać, że tytuł mojego odczytu miał być następujący:

Liczby pierwsze jako niewiadome II

czyli

Być jak Pierre de Fermat

Muszę się przyznać, że tytuł mojego odczytu miał być następujący:

Liczby pierwsze jako niewiadome II

czyli

Być jak Pierre de Fermat

:)

Muszę się przyznać, że tytuł mojego odczytu miał być następujący:

Liczby pierwsze jako niewiadome II

czyli

Być jak Pierre de Fermat

:):)

Muszę się przyznać, że tytuł mojego odczytu miał być następujący:

Liczby pierwsze jako niewiadome II

czyli

Być jak Pierre de Fermat

:):):)

Muszę się przyznać, że tytuł mojego odczytu miał być następujący:

Liczby pierwsze jako niewiadome II

czyli

Być jak Pierre de Fermat

:):):).

Dziękuję.