

Twierdzenia Fermata różnej wielkości

56 Szkoła Matematyki Poglądowej

Mariusz Skałba

Wydział Matematyki, Uniwersytet Warszawski

26 sierpnia 2017

Był prawnikiem w Tuluzie. Lubił matematykę i fizykę,

Pierre de Fermat

Był prawnikiem w Tuluzie. Lubił matematykę i fizykę, i korespondował na te tematy.

Był prawnikiem w Tuluzie. Lubił matematykę i fizykę, i korespondował na te tematy. Ograniczymy się do następujących tez, które Fermat wypowiedział:

- Jeżeli p jest liczbą pierwszą a a liczbą całkowitą niepodzielną przez p to liczba $a^{p-1} - 1$ dzieli się przez p .

Był prawnikiem w Tuluzie. Lubił matematykę i fizykę, i korespondował na te tematy. Ograniczymy się do następujących tez, które Fermat wypowiedział:

- Jeżeli p jest liczbą pierwszą a a liczbą całkowitą niepodzielną przez p to liczba $a^{p-1} - 1$ dzieli się przez p .
- Jeśli p jest liczbą pierwszą postaci $4k + 1$ to istnieje dokładnie jedna para liczb naturalnych x, y spełniających równanie:

$$x^2 + y^2 = p.$$

Był prawnikiem w Tuluzie. Lubił matematykę i fizykę, i korespondował na te tematy. Ograniczymy się do następujących tez, które Fermat wypowiedział:

- Jeżeli p jest liczbą pierwszą a a liczbą całkowitą niepodzielną przez p to liczba $a^{p-1} - 1$ dzieli się przez p .
- Jeśli p jest liczbą pierwszą postaci $4k + 1$ to istnieje dokładnie jedna para liczb naturalnych x, y spełniających równanie:

$$x^2 + y^2 = p.$$

- Jeżeli $n > 2$ to dla dowolnych liczb naturalnych x, y, z mamy

$$x^n + y^n \neq z^n.$$

Tytułowe twierdzenie ma wiele pięknych dowodów.

Małe Twierdzenie Fermata

Tytułowe twierdzenie ma wiele pięknych dowodów. Ale proszę się nie obawiać,

Małe Twierdzenie Fermata

Tytułowe twierdzenie ma wiele pięknych dowodów. Ale proszę się nie obawiać, nie będę go dowodził!

Małe Twierdzenie Fermata

Tytułowe twierdzenie ma wiele pięknych dowodów. Ale proszę się nie obawiać, nie będę go dowodził!

Wniosek. Jeśli liczba nieparzysta n spełnia

$$2^{n-1} \not\equiv 1 \pmod{n} \quad (1)$$

to n jest złożona

Małe Twierdzenie Fermata

Tytułowe twierdzenie ma wiele pięknych dowodów. Ale proszę się nie obawiać, nie będę go dowodził!

Wniosek. Jeśli liczba nieparzysta n spełnia

$$2^{n-1} \not\equiv 1 \pmod{n} \quad (1)$$

to n jest złożona tzn.

$$\exists a > 1, b > 1 \quad a \cdot b = n.$$

Małe Twierdzenie Fermata

Tytułowe twierdzenie ma wiele pięknych dowodów. Ale proszę się nie obawiać, nie będę go dowodził!

Wniosek. Jeśli liczba nieparzysta n spełnia

$$2^{n-1} \not\equiv 1 \pmod{n} \quad (1)$$

to n jest złożona tzn.

$$\exists a > 1, b > 1 \quad a \cdot b = n.$$

Obietnica wielkiej sławy

Małe Twierdzenie Fermata

Tytułowe twierdzenie ma wiele pięknych dowodów. Ale proszę się nie obawiać, nie będę go dowodził!

Wniosek. Jeśli liczba nieparzysta n spełnia

$$2^{n-1} \not\equiv 1 \pmod{n} \quad (1)$$

to n jest złożona tzn.

$$\exists a > 1, b > 1 \quad a \cdot b = n.$$

Obietnica wielkiej sławy dla tego, który

Małe Twierdzenie Fermata

Tytułowe twierdzenie ma wiele pięknych dowodów. Ale proszę się nie obawiać, nie będę go dowodził!

Wniosek. Jeśli liczba nieparzysta n spełnia

$$2^{n-1} \not\equiv 1 \pmod{n} \quad (1)$$

to n jest złożona tzn.

$$\exists a > 1, b > 1 \quad a \cdot b = n.$$

Obietnica wielkiej sławy dla tego, który udowodni **efektywnie** powyższy wniosek z małego twierdzenia Fermata

Tytułowe twierdzenie ma wiele pięknych dowodów. Ale proszę się nie obawiać, nie będę go dowodził!

Wniosek. Jeśli liczba nieparzysta n spełnia

$$2^{n-1} \not\equiv 1 \pmod{n} \quad (1)$$

to n jest złożona tzn.

$$\exists a > 1, b > 1 \quad a \cdot b = n.$$

Obietnica wielkiej sławy dla tego, który udowodni **efektywnie** powyższy wniosek z małego twierdzenia Fermata tzn. po sprawdzeniu warunku (1) poda przykład a oraz b !

Weźmy liczbę $n = 9223372036854775937$.

Weźmy liczbę $n = 9223372036854775937$. Aby obliczyć $2^{n-1} \bmod n$ rozwijamy najpierw liczbę $n - 1$ w układzie dwójkowym:

$$n - 1 = 2^7 + 2^{63}.$$

Weźmy liczbę $n = 9223372036854775937$. Aby obliczyć $2^{n-1} \pmod n$ rozwijamy najpierw liczbę $n - 1$ w układzie dwójkowym:

$$n - 1 = 2^7 + 2^{63}.$$

Metodą szybkiego podnoszenia do potęgi obliczamy, że

$$2^{2^7+2^{63}} \equiv 2334474062424898207 \not\equiv 1 \pmod n$$

Weźmy liczbę $n = 9223372036854775937$. Aby obliczyć $2^{n-1} \pmod n$ rozwijamy najpierw liczbę $n - 1$ w układzie dwójkowym:

$$n - 1 = 2^7 + 2^{63}.$$

Metodą szybkiego podnoszenia do potęgi obliczamy, że

$$2^{2^7+2^{63}} \equiv 2334474062424898207 \not\equiv 1 \pmod n$$

a zatem n jest złożona,

Weźmy liczbę $n = 9223372036854775937$. Aby obliczyć $2^{n-1} \pmod n$ rozwijamy najpierw liczbę $n - 1$ w układzie dwójkowym:

$$n - 1 = 2^7 + 2^{63}.$$

Metodą szybkiego podnoszenia do potęgi obliczamy, że

$$2^{2^7+2^{63}} \equiv 2334474062424898207 \not\equiv 1 \pmod n$$

a zatem n jest złożona, ale co z tego?

Weźmy liczbę $n = 9223372036854775937$. Aby obliczyć $2^{n-1} \pmod n$ rozwijamy najpierw liczbę $n - 1$ w układzie dwójkowym:

$$n - 1 = 2^7 + 2^{63}.$$

Metodą szybkiego podnoszenia do potęgi obliczamy, że

$$2^{2^7+2^{63}} \equiv 2334474062424898207 \not\equiv 1 \pmod n$$

a zatem n jest złożona, ale co z tego? Innymi metodami można n rozłożyć

$$n = 309087433 \cdot 29840656889.$$

Oprócz równania rozważmy kongruencję

Oprócz równania rozważmy kongruencję

$$x^n + y^n \equiv z^n \pmod{q}. \quad (2)$$

Wówczas WTF dla wykładnika $n \geq 3$ wynika z następującego lematu

Oprócz równania rozważmy kongruencję

$$x^n + y^n \equiv z^n \pmod{q}. \quad (2)$$

Wówczas WTF dla wykładnika $n \geq 3$ wynika z następującego lematu

Lematu. Jeśli $n \geq 3$ to dla nieskończenie wielu liczb pierwszych q wszystkie rozwiązania kongruencji (2) spełniają $xyz \equiv 0 \pmod{q}$.

Oprócz równania rozważmy kongruencję

$$x^n + y^n \equiv z^n \pmod{q}. \quad (2)$$

Wówczas WTF dla wykładnika $n \geq 3$ wynika z następującego lematu

Lematu. Jeśli $n \geq 3$ to dla nieskończenie wielu liczb pierwszych q wszystkie rozwiązania kongruencji (2) spełniają $xyz \equiv 0 \pmod{q}$.
Domyślcie się, że Lematu nie jest prawdziwy.

Twierdzenie Schura

Twierdzenie Schura

Założmy, że liczby $1, 2, \dots, E(en!)$ podzielono na n (rozłącznych) klas.

Twierdzenie Schura

Założmy, że liczby $1, 2, \dots, E(en!)$ podzielono na n (rozłącznych) klas. Wówczas przynajmniej jedna z tych klas zawiera dwie liczby c, b oraz ich różnicę $c - b$.

Twierdzenie Schura

Założmy, że liczby $1, 2, \dots, E(en!)$ podzielono na n (rozłącznych) klas. Wówczas przynajmniej jedna z tych klas zawiera dwie liczby c, b oraz ich różnicę $c - b$. Weźmy $n = 7$.

Twierdzenie Schura

Załóżmy, że liczby $1, 2, \dots, E(en!)$ podzielono na n (rozłącznych) klas. Wówczas przynajmniej jedna z tych klas zawiera dwie liczby c, b oraz ich różnicę $c - b$. Weźmy $n = 7$. Rozróżniamy dwa przypadki:

Twierdzenie Schura

Założmy, że liczby $1, 2, \dots, E(en!)$ podzielono na n (rozłącznych) klas. Wówczas przynajmniej jedna z tych klas zawiera dwie liczby c, b oraz ich różnicę $c - b$. Weźmy $n = 7$. Rozróżniamy dwa przypadki:

- 1 $q \not\equiv 1 \pmod{7}$.

Twierdzenie Schura

Założmy, że liczby $1, 2, \dots, E(en!)$ podzielono na n (rozłącznych) klas. Wówczas przynajmniej jedna z tych klas zawiera dwie liczby c, b oraz ich różnicę $c - b$. Weźmy $n = 7$. Rozróżniamy dwa przypadki:

- 1 $q \not\equiv 1 \pmod{7}$. Odwzorowanie $\phi : \mathbb{Z}_q^* \longrightarrow \mathbb{Z}_q^*$ dane wzorem $\phi(t) = t^7$ spełnia $\ker(\phi) = \{1\}$, gdyż $7 \nmid q - 1$.

Twierdzenie Schura

Założmy, że liczby $1, 2, \dots, E(en!)$ podzielono na n (rozłącznych) klas. Wówczas przynajmniej jedna z tych klas zawiera dwie liczby c, b oraz ich różnicę $c - b$. Weźmy $n = 7$. Rozróżniamy dwa przypadki:

- 1 $q \not\equiv 1 \pmod{7}$. Odwzorowanie $\phi : \mathbb{Z}_q^* \longrightarrow \mathbb{Z}_q^*$ dane wzorem $\phi(t) = t^7$ spełnia $\ker(\phi) = \{1\}$, gdyż $7 \nmid q - 1$. Zatem ϕ jest "1-1"

Twierdzenie Schura

Założmy, że liczby $1, 2, \dots, E(en!)$ podzielono na n (rozłącznych) klas. Wówczas przynajmniej jedna z tych klas zawiera dwie liczby c, b oraz ich różnicę $c - b$. Weźmy $n = 7$. Rozróżniamy dwa przypadki:

- 1 $q \not\equiv 1 \pmod{7}$. Odwzorowanie $\phi : \mathbb{Z}_q^* \longrightarrow \mathbb{Z}_q^*$ dane wzorem $\phi(t) = t^7$ spełnia $\ker(\phi) = \{1\}$, gdyż $7 \nmid q - 1$. Zatem ϕ jest "1-1" a zatem "na".

Założmy, że liczby $1, 2, \dots, E(en!)$ podzielono na n (rozłącznych) klas. Wówczas przynajmniej jedna z tych klas zawiera dwie liczby c, b oraz ich różnicę $c - b$. Weźmy $n = 7$. Rozróżniamy dwa przypadki:

- 1 $q \not\equiv 1 \pmod{7}$. Odwzorowanie $\phi : \mathbb{Z}_q^* \longrightarrow \mathbb{Z}_q^*$ dane wzorem $\phi(t) = t^7$ spełnia $\ker(\phi) = \{1\}$, gdyż $7 \nmid q - 1$. Zatem ϕ jest "1-1" a zatem "na". Konkludując: każda reszta mod q jest 7-ą potęgą, a zatem kongruencja (2) ma mnóstwo nietrywialnych rozwiązań.

Założmy, że liczby $1, 2, \dots, E(en!)$ podzielono na n (rozłącznych) klas. Wówczas przynajmniej jedna z tych klas zawiera dwie liczby c, b oraz ich różnicę $c - b$. Weźmy $n = 7$. Rozróżniamy dwa przypadki:

- 1 $q \not\equiv 1 \pmod{7}$. Odwzorowanie $\phi : \mathbb{Z}_q^* \longrightarrow \mathbb{Z}_q^*$ dane wzorem $\phi(t) = t^7$ spełnia $\ker(\phi) = \{1\}$, gdyż $7 \nmid q - 1$. Zatem ϕ jest "1-1" a zatem "na". Konkludując: każda reszta mod q jest 7-ą potęgą, a zatem kongruencja (2) ma mnóstwo nietrywialnych rozwiązań.
- 2 $q \equiv 1 \pmod{7}$.

Założmy, że liczby $1, 2, \dots, E(en!)$ podzielono na n (rozłącznych) klas. Wówczas przynajmniej jedna z tych klas zawiera dwie liczby c, b oraz ich różnicę $c - b$. Weźmy $n = 7$. Rozróżniamy dwa przypadki:

- 1 $q \not\equiv 1 \pmod{7}$. Odwzorowanie $\phi : \mathbb{Z}_q^* \longrightarrow \mathbb{Z}_q^*$ dane wzorem $\phi(t) = t^7$ spełnia $\ker(\phi) = \{1\}$, gdyż $7 \nmid q - 1$. Zatem ϕ jest "1-1" a zatem "na". Konkludując: każda reszta mod q jest 7-ą potęgą, a zatem kongruencja (2) ma mnóstwo nietrywialnych rozwiązań.
- 2 $q \equiv 1 \pmod{7}$. Tutaj założmy, że $q > 7!e \approx 13700, 1$.

Założmy, że liczby $1, 2, \dots, E(en!)$ podzielono na n (rozłącznych) klas. Wówczas przynajmniej jedna z tych klas zawiera dwie liczby c, b oraz ich różnicę $c - b$. Weźmy $n = 7$. Rozróżniamy dwa przypadki:

- 1 $q \not\equiv 1 \pmod{7}$. Odwzorowanie $\phi : \mathbb{Z}_q^* \longrightarrow \mathbb{Z}_q^*$ dane wzorem $\phi(t) = t^7$ spełnia $\ker(\phi) = \{1\}$, gdyż $7 \nmid q - 1$. Zatem ϕ jest "1-1" a zatem "na". Konkludując: każda reszta mod q jest 7-ą potęgą, a zatem kongruencja (2) ma mnóstwo nietrywialnych rozwiązań.
- 2 $q \equiv 1 \pmod{7}$. Tutaj założmy, że $q > 7!e \approx 13700, 1$. Liczby $c, b \in \{1, 2, \dots, q - 1\}$ zaliczamy do tej samej klasy, gdy (z definicji) kongruencja $c \equiv bs^7 \pmod{q}$ ma rozwiązanie.

Założmy, że liczby $1, 2, \dots, E(en!)$ podzielono na n (rozłącznych) klas. Wówczas przynajmniej jedna z tych klas zawiera dwie liczby c, b oraz ich różnicę $c - b$. Weźmy $n = 7$. Rozróżniamy dwa przypadki:

- 1 $q \not\equiv 1 \pmod{7}$. Odwzorowanie $\phi : \mathbb{Z}_q^* \longrightarrow \mathbb{Z}_q^*$ dane wzorem $\phi(t) = t^7$ spełnia $\ker(\phi) = \{1\}$, gdyż $7 \nmid q - 1$. Zatem ϕ jest "1-1" a zatem "na". Konkludując: każda reszta mod q jest 7-ą potęgą, a zatem kongruencja (2) ma mnóstwo nietrywialnych rozwiązań.
- 2 $q \equiv 1 \pmod{7}$. Tutaj założmy, że $q > 7!e \approx 13700, 1$. Liczby $c, b \in \{1, 2, \dots, q - 1\}$ zaliczamy do tej samej klasy, gdy (z definicji) kongruencja $c \equiv bs^7 \pmod{q}$ ma rozwiązanie. Jest 7 klas (abstrakcji)

Założmy, że liczby $1, 2, \dots, E(en!)$ podzielono na n (rozłącznych) klas. Wówczas przynajmniej jedna z tych klas zawiera dwie liczby c, b oraz ich różnicę $c - b$. Weźmy $n = 7$. Rozróżniamy dwa przypadki:

- 1 $q \not\equiv 1 \pmod{7}$. Odwzorowanie $\phi : \mathbb{Z}_q^* \longrightarrow \mathbb{Z}_q^*$ dane wzorem $\phi(t) = t^7$ spełnia $\ker(\phi) = \{1\}$, gdyż $7 \nmid q - 1$. Zatem ϕ jest "1-1" a zatem "na". Konkludując: każda reszta mod q jest 7-ą potęgą, a zatem kongruencja (2) ma mnóstwo nietrywialnych rozwiązań.
- 2 $q \equiv 1 \pmod{7}$. Tutaj założmy, że $q > 7!e \approx 13700, 1$. Liczby $c, b \in \{1, 2, \dots, q - 1\}$ zaliczamy do tej samej klasy, gdy (z definicji) kongruencja $c \equiv bs^7 \pmod{q}$ ma rozwiązanie. Jest 7 klas (abstrakcji) na mocy twierdzenia Schura $bs^7 - b \equiv bt^7 \pmod{q}$.

Wreszcie moje Ulubione

Jeśli p jest liczbą pierwszą postaci $4k + 1$ to istnieje dokładnie jedna para liczb naturalnych x, y takich, że

$$x^2 + y^2 = p.$$

Wreszcie moje Ulubione

Jeśli p jest liczbą pierwszą postaci $4k + 1$ to istnieje dokładnie jedna para liczb naturalnych x, y takich, że

$$x^2 + y^2 = p.$$

To twierdzenie ma piękną historię i wiele różnych niesamowitych dowodów .

Jeśli p jest liczbą pierwszą postaci $4k + 1$ to istnieje dokładnie jedna para liczb naturalnych x, y takich, że

$$x^2 + y^2 = p.$$

To twierdzenie ma piękną historię i wiele różnych niesamowitych dowodów. Wystarczy tej ekscytacji.

Wreszcie moje Ulubione

Jeśli p jest liczbą pierwszą postaci $4k + 1$ to istnieje dokładnie jedna para liczb naturalnych x, y takich, że

$$x^2 + y^2 = p.$$

To twierdzenie ma piękną historię i wiele różnych niesamowitych dowodów .Wystarczy tej ekscytacji. Dowodu i tak nie będzie!

Jeśli p jest liczbą pierwszą postaci $4k + 1$ to istnieje dokładnie jedna para liczb naturalnych x, y takich, że

$$x^2 + y^2 = p.$$

To twierdzenie ma piękną historię i wiele różnych niesamowitych dowodów. Wystarczy tej ekscytacji. Dowodu i tak nie będzie! Na drugim etapie ostatniej olimpiady było natomiast następujące zadanie:

Jeśli p jest liczbą pierwszą postaci $4k + 1$ to istnieje dokładnie jedna para liczb naturalnych x, y takich, że

$$x^2 + y^2 = p.$$

To twierdzenie ma piękną historię i wiele różnych niesamowitych dowodów. Wystarczy tej ekscytacji. Dowodu i tak nie będzie! Na drugim etapie ostatniej olimpiady było natomiast następujące zadanie:

Jeśli p jest liczbą pierwszą nieparzystą oraz liczby $z_1, z_2 \in \{1, 2, \dots, (p-1)/2\}$ spełniają

$$z_1(p - z_1)z_2(p - z_2) = t^2 \quad \text{gdzie } t \in \mathbb{N}$$

Jeśli p jest liczbą pierwszą postaci $4k + 1$ to istnieje dokładnie jedna para liczb naturalnych x, y takich, że

$$x^2 + y^2 = p.$$

To twierdzenie ma piękną historię i wiele różnych niesamowitych dowodów. Wystarczy tej ekscytacji. Dowodu i tak nie będzie! Na drugim etapie ostatniej olimpiady było natomiast następujące zadanie:

Jeśli p jest liczbą pierwszą nieparzystą oraz liczby $z_1, z_2 \in \{1, 2, \dots, (p-1)/2\}$ spełniają

$$z_1(p - z_1)z_2(p - z_2) = t^2 \quad \text{gdzie } t \in \mathbb{N}$$

to $z_1 = z_2$.

Jeśli p jest liczbą pierwszą postaci $4k + 1$ to istnieje dokładnie jedna para liczb naturalnych x, y takich, że

$$x^2 + y^2 = p.$$

To twierdzenie ma piękną historię i wiele różnych niesamowitych dowodów. Wystarczy tej ekscytacji. Dowodu i tak nie będzie! Na drugim etapie ostatniej olimpiady było natomiast następujące zadanie:

Jeśli p jest liczbą pierwszą nieparzystą oraz liczby $z_1, z_2 \in \{1, 2, \dots, (p-1)/2\}$ spełniają

$$z_1(p - z_1)z_2(p - z_2) = t^2 \quad \text{gdzie } t \in \mathbb{N}$$

to $z_1 = z_2$. Z tego zadania wynika natychmiast **jedyność** x, y w twierdzeniu Fermata,

Jeśli p jest liczbą pierwszą postaci $4k + 1$ to istnieje dokładnie jedna para liczb naturalnych x, y takich, że

$$x^2 + y^2 = p.$$

To twierdzenie ma piękną historię i wiele różnych niesamowitych dowodów. Wystarczy tej ekscytacji. Dowodu i tak nie będzie! Na drugim etapie ostatniej olimpiady było natomiast następujące zadanie:

Jeśli p jest liczbą pierwszą nieparzystą oraz liczby $z_1, z_2 \in \{1, 2, \dots, (p-1)/2\}$ spełniają

$$z_1(p - z_1)z_2(p - z_2) = t^2 \quad \text{gdzie } t \in \mathbb{N}$$

to $z_1 = z_2$. Z tego zadania wynika natychmiast **jedyność** x, y w twierdzeniu Fermata, co mnie bardzo cieszy,

Jeśli p jest liczbą pierwszą postaci $4k + 1$ to istnieje dokładnie jedna para liczb naturalnych x, y takich, że

$$x^2 + y^2 = p.$$

To twierdzenie ma piękną historię i wiele różnych niesamowitych dowodów. Wystarczy tej ekscytacji. Dowodu i tak nie będzie! Na drugim etapie ostatniej olimpiady było natomiast następujące zadanie:

Jeśli p jest liczbą pierwszą nieparzystą oraz liczby $z_1, z_2 \in \{1, 2, \dots, (p-1)/2\}$ spełniają

$$z_1(p - z_1)z_2(p - z_2) = t^2 \quad \text{gdzie } t \in \mathbb{N}$$

to $z_1 = z_2$. Z tego zadania wynika natychmiast **jedyność** x, y w twierdzeniu Fermata, co mnie bardzo cieszy, jako układacza zadań olimpijskich.

Zachodzi mianowicie

Twierdzenie. (M.S., Internat. Journal of Numb. Th. 2017(1))

Zachodzi mianowicie

Twierdzenie. (M.S., Internat. Journal of Numb. Th. 2017(1))
Jeśli $p > 3$ jest liczbą pierwszą postaci $8k + 3$ to istnieją liczby naturalne x, y, z wszystkie mniejsze od \sqrt{p} takie, że

$$x^2 + yz = p.$$

Ponadto liczba takich trójek spełniających dodatkowo $y < z$ jest nieparzysta.

Metoda dowodu daje klasyczne twierdzenie Fermata dla liczb pierwszych postaci $4k + 1$,

Zachodzi mianowicie

Twierdzenie. (M.S., Internat. Journal of Numb. Th. 2017(1))
Jeśli $p > 3$ jest liczbą pierwszą postaci $8k + 3$ to istnieją liczby naturalne x, y, z wszystkie mniejsze od \sqrt{p} takie, że

$$x^2 + yz = p.$$

Ponadto liczba takich trójek spełniających dodatkowo $y < z$ jest nieparzysta.

Metoda dowodu daje klasyczne twierdzenie Fermata dla liczb pierwszych postaci $4k + 1$, a dla liczb postaci $8k + 1$ pewne jego wzmocnienie.

Zachodzi mianowicie

Twierdzenie. (M.S., Internat. Journal of Numb. Th. 2017(1))
Jeśli $p > 3$ jest liczbą pierwszą postaci $8k + 3$ to istnieją liczby naturalne x, y, z wszystkie mniejsze od \sqrt{p} takie, że

$$x^2 + yz = p.$$

Ponadto liczba takich trójek spełniających dodatkowo $y < z$ jest nieparzysta.

Metoda dowodu daje klasyczne twierdzenie Fermata dla liczb pierwszych postaci $4k + 1$, a dla liczb postaci $8k + 1$ pewne jego wzmocnienie. Chętnym prześlę pdf pracy (oficjalny).

Dlaczego nie zostałem prawnikiem?

- 1 Bo przykład Fermata to za mały.

Dlaczego nie zostałem prawnikiem?

- 1 Bo przykład Fermata to za małe.
- 2 Bo w wieku 20+

Dlaczego nie zostałem prawnikiem?

- 1 Bo przykład Fermata to za małe.
- 2 Bo w wieku 20+ (rok 2017)

Dlaczego nie zostałem prawnikiem?

- 1 Bo przykład Fermata to za małe.
- 2 Bo w wieku 20+ (rok 2017)
- 3 będąc w wieku 50+

Dlaczego nie zostałem prawnikiem?

- 1 Bo przykład Fermata to za małe.
- 2 Bo w wieku 20+ (rok 2017)
- 3 będąc w wieku 50+
- 4 lubię dowodzić twierdzeń

Dlaczego nie zostałem prawnikiem?

- 1 Bo przykład Fermata to za małe.
- 2 Bo w wieku 20+ (rok 2017)
- 3 będąc w wieku 50+
- 4 lubię dowodzić twierdzeń jak z poprzedniego slajdu.

Dlaczego nie zostałem prawnikiem?

- 1 Bo przykład Fermata to za małe.
- 2 Bo w wieku 20+ (rok 2017)
- 3 będąc w wieku 50+
- 4 lubię dowodzić twierdzeń jak z poprzedniego slajdu.
- 5 Więcej powodów nie pamiętam

Dlaczego nie zostałem prawnikiem?

- 1 Bo przykład Fermata to za małe.
- 2 Bo w wieku 20+ (rok 2017)
- 3 będąc w wieku 50+
- 4 lubię dowodzić twierdzeń jak z poprzedniego slajdu.
- 5 Więcej powodów nie pamiętam...

Dlaczego nie zostałem prawnikiem?

- 1 Bo przykład Fermata to za małe.
- 2 Bo w wieku 20+ (rok 2017)
- 3 będąc w wieku 50+
- 4 lubię dowodzić twierdzeń jak z poprzedniego slajdu.
- 5 Więcej powodów nie pamiętam... itd.

Dziękuję.